



CERN-THESIS-2002-052

Etude de la diffusion Compton virtuelle dans le régime  
profondément inélastique pour le dispositif  
expérimental COMPASS

L. Mossé

19 janvier 2002



# Remerciements

Dietrich von Harrach et Marc Vanderhaeghen ont accepté d’être rapporteurs et de faire partie du jury de ma thèse en dépit de leurs emplois du temps très chargés. Michel Spiro et Hagop Sadzjian ont également donné de leur temps précieux pour juger cette thèse. Qu’ils en soient ici remerciés.

Nicole d’Hose est ma directrice de thèse. Elle est l’initiatrice des études expérimentales de la diffusion Compton virtuelles en régime profondément inélastique à COMPASS. Mon travail expérimental s’appuie en grande partie sur ses premières idées. Je lui suis particulièrement reconnaissant pour sa disponibilité “infinie”, pour ses conseils et la rigueur dont elle a fait preuve face à mon travail, mais aussi pour les nombreuses discussions que nous avons eues, dépassant souvent le cadre de cette thèse.

P.A.M. Guichon est en quelque sorte mon second directeur de thèse, pour la partie théorique. Sa compréhension profonde de la physique et ses conseils avisés m’ont beaucoup apporté dans ce domaine.

Etienne Burtin et Jacques Marroncle sont mes collègues du groupe DVCS. Ils ont largement contribué à ma formation d’expérimentateur de terrain. Mais au-delà de cet aspect formel, je tiens à remercier ici deux amis.

Sophie Kerhoas-Cavata a été une colocataire intermittente des plus agréables. Je remercie également André Zacharian, technicien ingénieux et toujours disponible, indispensable lors des tests expérimentaux.

Danielle Coret et Isabelle Richard ont facilité toutes mes démarches administratives, et avec bonne humeur, je les en remercie.

J’ai beaucoup apprécié l’ambiance du SPhN. Je remercie Jacques Martino, à la tête du SPhN au début de ma thèse, pour avoir donné son accord à un sujet “risqué”, Bijan Saghai et le groupe ALICE pour leur soutien.





à Lisa



# Table des matières

|          |                                                                                             |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Cadre théorique de la diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique</b> | <b>15</b> |
| 1.1      | Cinématique et section efficace . . . . .                                                   | 15        |
| 1.1.1    | Définition des variables cinématiques . . . . .                                             | 15        |
| 1.1.2    | Variables indépendantes, section efficace . . . . .                                         | 21        |
| 1.2      | Amplitudes VCS et Bethe-Heitler . . . . .                                                   | 23        |
| 1.2.1    | Amplitudes d'hélicité . . . . .                                                             | 24        |
| 1.2.2    | Amplitude VCS dans la limite profondément inélastique : le DVCS                             | 25        |
| 1.2.3    | Twist et factorisation . . . . .                                                            | 27        |
| 1.2.4    | Amplitude de twist 2 au premier ordre en $\alpha_s$ . . . . .                               | 30        |
| 1.2.5    | Invariance de jauge et twist 3 . . . . .                                                    | 33        |
| 1.3      | Contenu physique du DVCS . . . . .                                                          | 34        |
| 1.3.1    | Les Distributions de Partons Généralisées . . . . .                                         | 34        |
| 1.3.2    | Les distributions de partons transverses . . . . .                                          | 36        |
| 1.3.3    | Les distributions de gluons généralisées . . . . .                                          | 37        |
| 1.4      | Modélisation et implémentation des GPD . . . . .                                            | 38        |
| 1.4.1    | La distribution $H(x, \xi, t)$ . . . . .                                                    | 38        |
| 1.4.2    | La distribution $E(x, \xi, t)$ . . . . .                                                    | 42        |
| 1.4.3    | La distribution $\widetilde{H}(x, \xi, t)$ . . . . .                                        | 44        |
| 1.4.4    | La distribution $\widetilde{E}(x, \xi, t)$ . . . . .                                        | 45        |
| 1.4.5    | Convolution des Distributions de Partons Généralisées. . . . .                              | 46        |
| 1.4.6    | Remarques . . . . .                                                                         | 50        |
| 1.5      | Observables DVCS . . . . .                                                                  | 51        |
| 1.5.1    | Structure des amplitudes . . . . .                                                          | 51        |
| 1.5.2    | Section efficace non polarisée . . . . .                                                    | 53        |
| 1.5.3    | Asymétrie de spin simple . . . . .                                                          | 55        |
| 1.5.4    | Asymétrie de charge faisceau . . . . .                                                      | 57        |
| 1.5.5    | Dans le futur . . . . .                                                                     | 58        |
| <b>2</b> | <b>Situation Expérimentale dans le monde</b>                                                | <b>61</b> |
| 2.1      | Rappel sur le DVCS . . . . .                                                                | 61        |
| 2.2      | Production de mésons en régime profondément inélastique . . . . .                           | 63        |
| 2.3      | Les différents faisceaux disponibles . . . . .                                              | 65        |

|          |                                                            |            |
|----------|------------------------------------------------------------|------------|
| 2.3.1    | Collisionneur . . . . .                                    | 65         |
| 2.3.2    | Cible fixe . . . . .                                       | 66         |
| 2.4      | Résultats expérimentaux et projets . . . . .               | 68         |
| 2.4.1    | ZEUS et H1 à HERA . . . . .                                | 68         |
| 2.4.2    | Laboratoire Jefferson . . . . .                            | 70         |
| 2.4.3    | HERMES à HERA . . . . .                                    | 73         |
| 2.5      | Les enjeux d'une expérience à COMPASS . . . . .            | 76         |
| 2.5.1    | DVCS . . . . .                                             | 76         |
| 2.5.2    | Production de mésons . . . . .                             | 81         |
| 2.6      | Conclusion . . . . .                                       | 82         |
| <b>3</b> | <b>Réalisation du DVCS à COMPASS</b>                       | <b>83</b>  |
| 3.1      | Faisceau de muons et luminosité . . . . .                  | 83         |
| 3.1.1    | Le faisceau de muons . . . . .                             | 83         |
| 3.1.2    | Cible et luminosité . . . . .                              | 85         |
| 3.2      | Cinématique . . . . .                                      | 86         |
| 3.2.1    | Leptons . . . . .                                          | 86         |
| 3.2.2    | Photon virtuel . . . . .                                   | 86         |
| 3.2.3    | Photon détecté et proton de recul . . . . .                | 88         |
| 3.3      | Sélection du processus exclusif . . . . .                  | 91         |
| 3.3.1    | Réactions associées à la mesure du DVCS . . . . .          | 92         |
| 3.3.2    | Un outil usuel insuffisant : la masse manquante . . . . .  | 95         |
| 3.3.3    | Une solution : un détecteur de recul hermétique . . . . .  | 96         |
| 3.4      | Dispositif expérimental . . . . .                          | 96         |
| 3.4.1    | Le spectromètre à muons de petits angles . . . . .         | 96         |
| 3.4.2    | Réorganisation du détecteur de photons à l'avant . . . . . | 102        |
| 3.4.3    | Détecteur de recul . . . . .                               | 104        |
| 3.5      | Taux de comptages, enjeux du DVCS à COMPASS . . . . .      | 109        |
| 3.5.1    | Philosophie de la simulation . . . . .                     | 109        |
| 3.5.2    | Intervalles de segmentation . . . . .                      | 110        |
| 3.5.3    | Résultats et interprétations . . . . .                     | 113        |
| 3.6      | Conclusion . . . . .                                       | 116        |
| <b>4</b> | <b>Production de pion associée au DVCS</b>                 | <b>119</b> |
| 4.1      | Position du problème . . . . .                             | 119        |
| 4.2      | Rappels sur la symétrie chirale . . . . .                  | 121        |
| 4.2.1    | Symétrie d'isospin . . . . .                               | 121        |
| 4.2.2    | Symétrie chirale . . . . .                                 | 122        |
| 4.2.3    | Algèbre des courants . . . . .                             | 124        |
| 4.2.4    | Brisure spontanée . . . . .                                | 125        |
| 4.2.5    | Quelques définitions . . . . .                             | 126        |
| 4.3      | Le développement en pions mous . . . . .                   | 128        |
| 4.4      | La relation de Gell-Mann-Oakes-Renner : . . . . .          | 129        |

|          |                                                                       |            |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.5      | PCAC . . . . .                                                        | 131        |
| 4.6      | Relations de Goldberger-Treiman . . . . .                             | 132        |
| 4.7      | Production d'un pion mou : cas général . . . . .                      | 134        |
| 4.8      | Amplitude de Born . . . . .                                           | 138        |
| 4.9      | Electro-production d'un pion mou . . . . .                            | 140        |
| 4.10     | Invariance de jauge . . . . .                                         | 143        |
| 4.11     | Comparaison avec l'expérience . . . . .                               | 144        |
| 4.12     | Production de pion associée au DVCS . . . . .                         | 146        |
| 4.12.1   | GPD iso-vectorielles et iso-scalaires . . . . .                       | 147        |
| 4.12.2   | Terme de Born . . . . .                                               | 148        |
| 4.12.3   | Terme de commutateur . . . . .                                        | 149        |
| 4.13     | Section efficace ADVCS . . . . .                                      | 151        |
| 4.14     | Cinématiques ADVCS . . . . .                                          | 155        |
| 4.15     | Section efficace ADVCS en fonction de $W$ et $\Omega_\pi^*$ . . . . . | 155        |
| 4.16     | Comparaison des sections efficaces ADVCS/DVCS . . . . .               | 156        |
| 4.17     | Conclusion . . . . .                                                  | 157        |
| <b>5</b> | <b>Etude d'un prototype de détecteur de protons</b>                   | <b>161</b> |
| 5.1      | Description du dispositif de test . . . . .                           | 161        |
| 5.2      | Programme d'acquisition et visualisation en temps réel . . . . .      | 164        |
| 5.3      | Calibration . . . . .                                                 | 165        |
| 5.3.1    | Dispositif de calibration . . . . .                                   | 165        |
| 5.3.2    | Calibration en temps . . . . .                                        | 168        |
| 5.3.3    | Calibration en amplitude . . . . .                                    | 173        |
| 5.4      | Identification des protons et des pions . . . . .                     | 175        |
| 5.4.1    | Première coupure . . . . .                                            | 176        |
| 5.4.2    | Deuxième coupure . . . . .                                            | 179        |
| 5.4.3    | Résultats . . . . .                                                   | 179        |
| 5.5      | Conclusion . . . . .                                                  | 184        |



# Introduction

Qu'est ce qu'un proton ?

En dépit de plus d'un siècle de recherche et de l'assurance trompeuse que donnent les applications industrielles à grandes échelles de la physique nucléaire, cette question reste encore en suspens. Et pourtant, nous possédons depuis 1973 une théorie "parfaite" : la Chromo-Dynamique Quantique (QCD). Cette théorie décrit dans un langage mathématique clair la dynamique et les interactions des quarks et des gluons. Elle s'inscrit dans le cadre de la théorie quantique des champs, qui est construite à partir des principes généraux de la mécanique quantique et de la relativité restreinte. Les quarks possèdent une charge électrique et un degré de liberté interne appelé charge de couleur. La QCD est basée sur la conservation locale de la couleur, ce qui signifie que la charge de couleur, comme la charge électrique dans l'électrodynamique quantique (QED), est conservée non seulement globalement, mais aussi localement dans l'espace. Dans QED, le photon "transporte" l'interaction électromagnétique et permet la conservation de la charge. Dans QCD, cette fonction est assurée par les gluons. Mais, contrairement aux photons, les gluons peuvent interagir entre eux, ce qui complique notablement l'utilisation de la théorie. Comme conséquence des principes de construction, QCD est asymptotiquement libre, c'est-à-dire que sa constante de couplage effective,  $\alpha_s$ , qui définit la force des interactions, diminue et tend vers 0 lorsque la distance sur laquelle un processus est étudié diminue. QCD est couronnée de succès remarquables dans le domaine des petites distances ( $< 0.2$  fm), où la liberté asymptotique de la théorie permet un traitement perturbatif de l'interaction. En revanche, pour des distances supérieures, la constante de couplage est de l'ordre de 1 et rend tout traitement perturbatif inefficace. Les effets collectifs des quarks et des gluons dominent les interactions et sont difficilement reconstituables. Nous sommes incapables d'expliquer pourquoi les mésons et les hadrons sont des objets neutres de couleur. Nous devons faire l'hypothèse du confinement de la charge de couleur, bien que l'explication se trouve dans QCD, malheureusement encore hors de portée de notre compréhension. La théorie se construit alors autour de degrés de liberté hadroniques, comme la masse et le moment magnétique des hadrons. Le lien entre les deux descriptions du nucléon, en terme de quarks et en terme de propriétés hadroniques macroscopiques, est un problème majeur dans notre compréhension de QCD.

La sonde électromagnétique, décrite par QED, est un outil particulièrement adapté à l'étude de la structure hadronique. Dans la diffusion d'un lepton sur un nucléon, le photon échangé, de virtualité  $Q^2$ , joue le rôle d'un microscope dont le grossissement est proportionnel à  $Q^2$ .



Dans les années 1960, la diffusion élastique

$$\gamma^* p \rightarrow p,$$

nous a permis de mesurer les facteurs de forme électromagnétiques. Lorsque la virtualité du photon échangé est modeste, les facteurs de forme sont liés à la *distribution de charge* et au *moment magnétique* dans le nucléon. Ces expériences ont notamment permis de déterminer le rayon de charge du proton, d'environ 1 fm. Quelle que soit la résolution  $Q^2$  du photon, les informations que l'on peut obtenir de la diffusion élastique sont de type hadronique. En effet, pour que le nucléon puisse exister dans l'état final, il faut que la perturbation créée par le photon soit "vue" par l'ensemble du nucléon. L'effet mesuré tient compte d'une réaction globale du nucléon.

Dans la diffusion profondément inélastique (DIS)

$$\gamma^* p \rightarrow X$$

le photon échangé a une grande virtualité. Le nucléon est "éclaté" dans l'état final (X représente l'ensemble des débris du nucléon) et des informations de type partonique sont accessibles[1, 2]. Le photon "frappe" un constituant du nucléon qui, après cette interaction, est indépendant du reste du nucléon. La section efficace est liée aux *distributions de partons* qui décrivent la probabilité de trouver un parton de fraction d'impulsion  $x$  dans le nucléon. Les lois d'échelle et les règles de somme vérifiées par ces distributions ont confirmé dès les années 1970 la structure en quarks des nucléons[3]. Le contenu de ces distributions relève d'effets collectifs des quarks et des gluons, mais leur évolution en fonction de la résolution  $Q^2$  est très bien prédite par QCD.

Les facteurs de forme, comme les distributions de partons, ont apporté beaucoup à notre compréhension du nucléon, et conservent encore des zones d'ombre prometteuses, avec par exemple le facteur de forme du neutron, qui est mal connu, ou les asymétries de charge des distributions de partons. Mais la question majeure n'est toujours pas élucidée, le lien qui unit ces deux quantités est incompris.

Récemment, la diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique (DVCS)

$$\gamma^* p \rightarrow p\gamma$$

a été proposée comme moyen d'étudier de nouvelles distributions : les *distributions de partons généralisées* (GPD). Le DVCS est un processus exclusif dans lequel le photon échangé est de grande virtualité. Sous certaines conditions cinématiques, le photon vient "frapper" un quark du nucléon de fraction d'impulsion  $x$  de la même manière que pour le DIS, mais ce quark émet rapidement un photon réel de grande énergie et revient avec une fraction d'impulsion différente  $x'$  pour former le nucléon de recul. Les GPD paramétrisent la réaction du proton à cette perturbation. Elles combinent les caractéristiques des distributions de partons usuelles, avec maintenant deux paramètres  $x$  et  $x'$ , et des facteurs de forme électromagnétiques. Elles offrent ainsi un nouveau cadre d'une grande richesse pour étudier la structure du nucléon. Elles sont également liées à la contribution totale (spin et moment orbital) des quarks au spin du nucléon.

Dans le premier chapitre de cette thèse, je me sers de l'étude du régime cinématique du DVCS pour introduire de façon simplifiée le cadre théorique qui sous-tend le formalisme des distributions de quarks généralisées. J'insiste particulièrement sur la description des modèles qui permettent de les construire et sur la sensibilité des observables aux paramètres de ces modèles. Ce travail théorique est nécessaire pour estimer les sections efficaces et prévoir des taux de comptage. Les processus exclusifs de production de mésons en régime profondément inélastique mettent également en jeu les GPD. Dans ce cas, ce n'est plus un photon, mais un méson qui emporte la grande énergie. De nombreux dispositifs expérimentaux permettent l'étude des GPD. Dans le chapitre 2, je donne un aperçu de la campagne de mesure dans le monde, en me concentrant sur les processus de DVCS et de production de mésons. La réalisation expérimentale du DVCS est difficile car c'est un processus exclusif, qui doit être parfaitement identifié, et sa section efficace est faible. Dans le chapitre 3, je présente l'étude de faisabilité d'une expérience de DVCS à COMPASS au CERN. Après avoir caractérisé la cinématique DVCS et exposé la stratégie choisie pour assurer l'exclusivité de la mesure, je décris le dispositif expérimental adapté. Celui-ci repose sur le dispositif déjà existant à COMPASS et sur la construction d'un détecteur de recul. J'utilise ensuite les études théoriques du premier chapitre pour estimer les taux de comptages attendus et pour souligner les enjeux de l'expérience. Certains processus sont difficilement séparables du DVCS, car leur état final est trop proche de l'état final DVCS. C'est notamment le cas lorsqu'un pion de très faible impulsion, qui ne peut pas être détecté, est émis par le système hadronique dans l'état final. Il est essentiel d'estimer la section efficace de tels processus afin de s'assurer qu'ils ne perturberont pas de manière significative la mesure du DVCS. Dans le chapitre 4, je développe le calcul de la section efficace de production de pion de basse impulsion associée au DVCS. Le détecteur de recul nécessaire au dispositif expérimental de COMPASS pour le DVCS est un élément nouveau qui doit être imaginé puis construit. Durant l'été 2001, les tests d'un prototype ont été menés au CERN. Dans le chapitre 5, j'analyse les données recueillies et je présente les résultats encourageants.



# Chapitre 1

## Cadre théorique de la diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique

Ce premier chapitre a pour but de présenter la diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique, le cadre théorique et les études expérimentales associés. Dans une première partie les variables cinématiques de la diffusion Compton virtuelle sont définies puis les expressions des amplitudes associées sont dérivées. La limite profondément inélastique est alors explicitée et ses conséquences sur la diffusion Compton virtuelle sont étudiées. L'amplitude dominante dans cette limite est développée pour aboutir à l'introduction des distributions de partons généralisées. Les propriétés et les horizons ouverts par ces nouvelles distributions sont revus. Une de leurs modélisations et la forme d'implémentation associée sont alors décrites et la sensibilité de la modélisation à ses paramètres est étudiée. Pour finir, les quantités mesurables et leurs intérêts respectifs sont présentés.

### 1.1 Cinématique et section efficace

#### 1.1.1 Définition des variables cinématiques

Le processus de Diffusion Compton Virtuelle (VCS) proprement dit est la diffusion d'un photon virtuel sur un proton donnant en état final un photon et un proton :

$$\gamma^* + p \rightarrow \gamma' + p'. \quad (1.1)$$

Le photon virtuel  $\gamma^*$  est créé par la diffusion d'un lepton sur le proton, et le processus expérimental permettant d'atteindre le VCS s'écrit

$$l + p \rightarrow l' + \gamma' + p'. \quad (1.2)$$

Les notations adoptées pour les variables cinématiques sont définies sur la figure 1.1. Les quadri-vecteurs sont en caractères normaux, les vecteurs d'espace sont surmontés d'une

flèche, et les composantes temporelles sont affectées de l'indice 0.  $h_{e(p)}$  et  $h'_{e(p)}$  sont les hélicités des leptons (protons) incidents et diffusés : elles prennent les valeurs  $\pm 1/2$ .  $h$  et  $h'$  sont les hélicités des photons : elles peuvent prendre les valeurs  $(-1, 0, 1)$  et  $(-1, 1)$  respectivement.

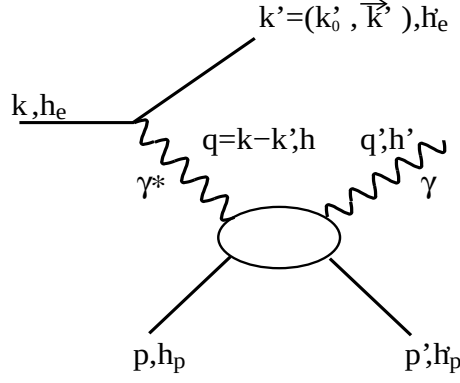


FIG. 1.1 – Impulsions et hélicités du DVCS

Il est utile de définir les quantités invariantes suivantes :

$$Q^2 := -q^2, \quad Q^2 > 0,$$

qui est la virtualité du photon échangé,

$$s := (p + q)^2 = (p' + q')^2,$$

qui est l'énergie disponible dans le centre de masse (cm) proton-photon défini par

$$\vec{q} + \vec{p} = \vec{0} = \vec{p}' + \vec{q}', \quad (1.3)$$

et

$$x_B := \frac{Q^2}{2p \cdot q}$$

est la variable de Bjorken. Elle est comprise entre 0 et 1. La limite supérieure est fixée par son interprétation dans le cadre du modèle de parton [4]. Ces trois variables sont reliées par l'équation

$$s = M^2 + Q^2 \left( \frac{1}{x_{bj}} - 1 \right).$$

Le taux de polarisation linéaire dans le plan transverse du photon virtuel est

$$\epsilon := \frac{\left( |\vec{k}| + |\vec{k}'| \right)^2 - |\vec{q}|^2}{\left( |\vec{k}| + |\vec{k}'| \right)^2 + |\vec{q}|^2}.$$

Le transfert entre les deux photons, qui pour la réaction (1.1) est aussi égal au transfert hadronique  $\Delta^2$  entre les deux protons est défini par

$$t := (q' - q)^2 = \Delta^2 := (p' - p)^2. \quad (1.4)$$

Il faut bien noter que  $t$  est négatif et ne peut s'annuler que dans la limite où la virtualité du photon échangé est nulle.

Dans la suite, les expériences considérées sont à cible fixe de protons. Le faisceau de lepton est supposé être ultra relativiste de telle sorte que la masse des leptons sera négligée.

Trois référentiels sont utiles :

- L'étude de la cinématique dans le référentiel du laboratoire (lab ou labo) est naturelle dans le cadre expérimental. Les variables dans ce référentiel sont repérées par l'indice *lab*.
- La définition des variables dans le référentiel du centre de masse (1.3) trouve sa justification dans l'étude théorique du processus Compton proprement dit. Les variables dans ce référentiel sont notées sans indice.
- Pour la simulation, il est aussi utile de se référer à un repère intermédiaire (*virt*) dans lequel le proton initial est au repos comme dans le laboratoire, mais où l'axe  $z$  porte le photon virtuel. Les variables dans ce référentiel sont repérées par l'indice *virt*.

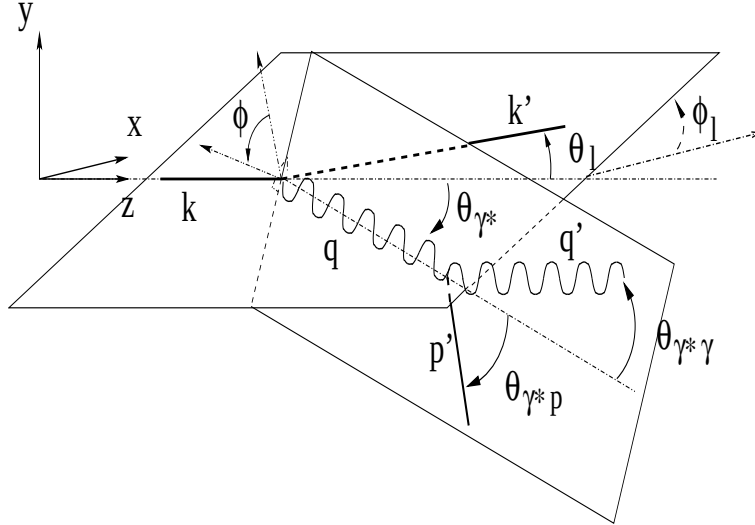


FIG. 1.2 – Le référentiel du laboratoire

Dans le référentiel du laboratoire, représenté sur la figure 1.2, les quadri-impulsions prennent la forme suivante :

$$k_{lab} = \begin{pmatrix} k_{lab}^0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{lab}^0 \end{pmatrix}, \quad p_{lab} = \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$k'_{lab} = \begin{pmatrix} k_{lab}^{t0} \\ k_{lab}^{t0} \cos \phi_l \sin \theta_l \\ k_{lab}^{t0} \sin \phi_l \sin \theta_l \\ k_{lab}^{t0} \cos \theta_l \end{pmatrix}, \quad q_{lab} = \begin{pmatrix} \nu \\ |\vec{q}_{lab}| \cos \phi_l \sin \theta_{\gamma*} \\ |\vec{q}_{lab}| \sin \phi_l \sin \theta_{\gamma*} \\ |\vec{q}_{lab}| \cos \theta_{\gamma*} \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

avec  $\vec{q}_{lab} = \vec{k}_{lab} - \vec{k}'_{lab}$  et  $\nu = k_{lab}^0 - k_{lab}^{t0}$ .

Les quadri-impulsions  $p'_{lab}$  et  $q'_{lab}$  s'écrivent plus facilement par composition de leurs composantes dans le référentiel (*virt*) avec une matrice de rotation  $R_{\gamma*}$  :

$$R_{\gamma*} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi_l \cos \theta_{\gamma*} & -\sin \phi_l & \cos \phi_l \sin \theta_{\gamma*} \\ 0 & \sin \phi_l \cos \theta_{\gamma*} & \cos \phi_l & \sin \phi_l \sin \theta_{\gamma*} \\ 0 & -\sin \theta_{\gamma*} & 0 & \cos \theta_{\gamma*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} q'_{lab} &= R_{\gamma*} \cdot q'_{virt} \\ p'_{lab} &= R_{\gamma*} \cdot p'_{virt} \end{aligned}$$

Les variables de Mandelstam  $s$  et  $t$ , et les autres invariants prennent dans ce repère la forme suivante :

$$Q^2 = 4k_{lab}^0 k_{lab}^{t0} \sin^2 \frac{\theta_l}{2},$$

$$s = -Q^2 + M^2 + 2M\nu,$$

$$x_B = \frac{Q^2}{2M\nu},$$

$$\epsilon = \left( 1 + 2 \frac{|\vec{q}_{lab}|^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_l}{2} \right)^{-1} \text{ et}$$

$$t = -Q^2 - 2q_{lab}^{t0} (\nu - |\vec{q}_{lab}| \cos \theta_{\gamma*\gamma}) = 2M^2 - 2Mp^{t0}. \quad (1.7)$$

Le référentiel du photon virtuel et le référentiel du labo ne diffèrent que par une rotation spatiale, les énergies et modules des impulsions sont invariants.

L'angle  $\phi_h$  est représenté sur la figure 1.3 pour mettre en évidence l'arbitraire dans le choix de l'orientation du plan de référence. En pratique, comme il sera expliqué plus tard, il est fixé à 0. Dans le référentiel du photon virtuel, les quadri-impulsions prennent la forme :

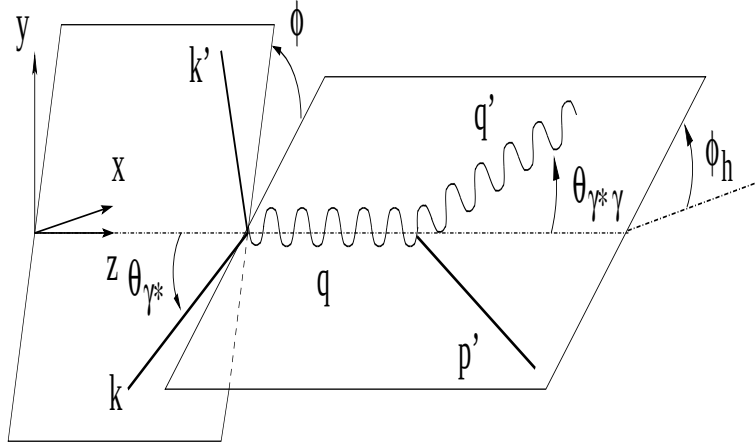


FIG. 1.3 – Le référentiel du photon virtuel

$$\begin{aligned}
 k_{virt} &= \begin{pmatrix} k_{lab}^0 \\ k_{lab}^0 \cos \phi \sin \theta_{\gamma*} \\ k_{lab}^0 \sin \phi \sin \theta_{\gamma*} \\ k_{lab}^0 \cos \theta_{\gamma*} \end{pmatrix}, \quad p_{virt} = \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 k'_{virt} &= \begin{pmatrix} k_{lab}^{\prime 0} \\ k_{lab}^{\prime 0} \cos \phi \sin(\theta_{\gamma*} + \theta_l) \\ k_{lab}^{\prime 0} \sin \phi \sin(\theta_{\gamma*} + \theta_l) \\ k_{lab}^{\prime 0} \cos(\theta_{\gamma*} + \theta_l) \end{pmatrix}, \quad q_{virt} = \begin{pmatrix} \nu \\ 0 \\ 0 \\ |\vec{q}'_{lab}| \end{pmatrix}, \\
 q'_{virt} &= \begin{pmatrix} q_{lab}^{\prime 0} \\ q_{lab}^{\prime 0} \sin \theta_{\gamma*\gamma} \\ 0 \\ q_{lab}^{\prime 0} \cos \theta_{\gamma*\gamma} \end{pmatrix}, \quad p'_{virt} = \begin{pmatrix} E_{p'lab} \\ |\vec{p}'_{lab}| \sin \theta_{\gamma* p} \\ 0 \\ |\vec{p}'_{lab}| \cos \theta_{\gamma* p} \end{pmatrix}. \tag{1.8}
 \end{aligned}$$

Pour passer du référentiel (*virt*) au référentiel du centre de masse, il suffit d'opérer un boost de Lorentz dans la direction  $z$ . Les angles longitudinaux changent de valeurs, mais les angles azimutaux, comme l'angle  $\phi$ , restent inchangés. Dans le référentiel (*virt*), les paramètres de ce boost s'écrivent :

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{|\vec{q}'_{lab}|}{\nu + M} \end{pmatrix} \text{ et } \gamma = \frac{\nu + M}{\sqrt{s}}. \tag{1.9}$$

Dans ce référentiel, les quadri-impulsions ont pour composantes :



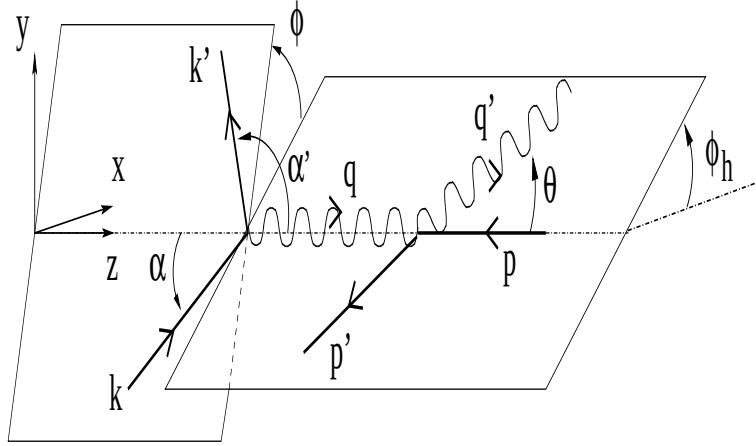


FIG. 1.4 – Le référentiel du centre de masse proton-photon

$$\begin{aligned}
 k &= \begin{pmatrix} k^0 \\ k^0 \cos \phi \sin \alpha \\ k^0 \sin \phi \sin \alpha \\ k^0 \cos \alpha \end{pmatrix}, & p &= \begin{pmatrix} p^0 \\ 0 \\ 0 \\ -|\vec{p}| \end{pmatrix}, \\
 k' &= \begin{pmatrix} k'^0 \\ k'^0 \cos \phi \sin \alpha' \\ k'^0 \sin \phi \sin \alpha' \\ k'^0 \cos \alpha' \end{pmatrix}, & q &= \begin{pmatrix} q^0 \\ 0 \\ 0 \\ |\vec{p}| \end{pmatrix}, \\
 q' &= \begin{pmatrix} q'^0 \\ q'^0 \sin \theta \\ 0 \\ q'^0 \cos \theta \end{pmatrix}, & p' &= \begin{pmatrix} p'^0 \\ -q'^0 \sin \theta \\ 0 \\ -q'^0 \cos \theta \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

La conservation de l'énergie et l'impulsion dans le centre de masse permettent d'écrire directement :

$$\begin{aligned}
 q^0 &= \frac{s - Q^2 - M^2}{2\sqrt{s}}, & q'^0 &= \frac{s - M^2}{2\sqrt{s}}, \\
 p^0 &= \frac{s + Q^2 + M^2}{2\sqrt{s}}, & p'^0 &= \frac{s + M^2}{2\sqrt{s}},
 \end{aligned}$$

$$|\vec{p}|^2 = Q^2 + q'^0{}^2. \tag{1.11}$$

Les lois de conservations conduisent aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}
\sin \frac{\alpha - \alpha'}{2} &= \frac{Q}{2\sqrt{k^0 k'^0}}, & \cos \frac{\alpha - \alpha'}{2} &= \frac{|\vec{p}|}{2\sqrt{k^0 k'^0}} \sqrt{\frac{2\epsilon}{1-\epsilon}}, \\
\sin \frac{\alpha + \alpha'}{2} &= \frac{-Q}{2\sqrt{k^0 k'^0}} \sqrt{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}}, & \cos \frac{\alpha + \alpha'}{2} &= \frac{q^0}{2\sqrt{k^0 k'^0}} \sqrt{\frac{2\epsilon}{1-\epsilon}}.
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Les expressions pour les fonctions des demi différences s'obtiennent facilement à partir de la définition du taux  $\epsilon$  de polarisation du photon échangé. Pour les demi sommes, il faut utiliser l'égalité (par exemple) :

$$\sin \frac{\alpha + \alpha'}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha'}{2} = -\frac{1}{2} (\cos \alpha - \cos \alpha')$$

Dans le repère du centre de masse, le vecteur de polarisation  $\varepsilon(h)$  du photon virtuel dans la jauge de Lorentz s'écrit

$$\varepsilon(0) := \frac{1}{Q} \begin{pmatrix} |\vec{p}| \\ 0 \\ 0 \\ q^0 \end{pmatrix} \text{ et } \varepsilon(h) := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -h \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \text{ pour } h = \pm 1, \tag{1.13}$$

et le vecteur de polarisation  $\varepsilon'(h')$  du photon de l'état final est

$$\varepsilon'(h') := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -h' \cos \theta \\ -i \\ h' \sin \theta \end{pmatrix} \text{ avec } h' = \pm 1. \tag{1.14}$$

### 1.1.2 Variables indépendantes, section efficace

Le processus VCS est déterminé par la donnée des quadri-impulsions définies précédemment. Vingt paramètres sont donc a priori nécessaires. Cependant, la connaissance de la masse des particules réduit ce nombre de paramètres à trois par particule, soit quinze en tout. Les lois de conservations fournissent un système de quatre équations indépendantes reliant ces paramètres, réduisant ce nombre à onze. Le faisceau incident de leptons a une direction donnée, ne laissant que l'énergie de ce faisceau comme paramètre, et le proton initial est au repos, donc complètement déterminé. Ces conditions initiales réduisent le nombre de paramètres de cinq unités et finalement le nombre minimal de paramètres nécessaire à la complète détermination du VCS est six. Le choix du jeu de variables indépendantes n'est évidemment pas unique.

Si ni le faisceau de leptons ni la cible ne sont polarisés transversalement au faisceau, comme ce sera le cas dans la suite, alors il n'existe pas d'orientation de référence dans le plan transverse au faisceau et l'angle azimutal de diffusion du lepton ( $\phi_l$  dans le labo équivalent à  $\phi_h$  dans le repère du photon virtuel) a une définition arbitraire. Ce paramètre n'est plus pertinent, ce qui amène à cinq le nombre de variables indépendantes contraignant le VCS.

Pour une étude expérimentale, dans le cadre d'une simulation par exemple, il est préférable d'utiliser les variables du laboratoire, c'est à dire

$$\left(k_{lab}^0, k_{lab}'^0, \theta_l, \theta_{\gamma^*\gamma}, \phi\right) \text{ ou } \left(k_{lab}^0, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma^*\gamma}\right), \quad (1.15)$$

où  $\Omega$  est l'angle solide tel que  $d\Omega = d\cos\theta d\phi$ . En revanche, pour une étude théorique, les variables suivantes auront plus de sens :

$$\left(Q^2, x_B, k^0, t, \phi\right). \quad (1.16)$$

La section efficace du VCS est

$$d\sigma = \frac{d\Phi}{F} \left| T_{h'h_e'h_p'h_e h_p}^{VCS} \right|^2, \quad (1.17)$$

où le facteur de flux  $F$  du processus s'écrit

$$F := 4\sqrt{(k \cdot p)^2 - m_l^2 M^2}, \quad (1.18)$$

et où, en choisissant la normalisation des états

$$\langle p' | p \rangle = 2p^0 \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') (2\pi)^3, \quad (1.19)$$

l'espace des phases pour le VCS s'écrit :

$$d^9\Phi := \frac{d^3\vec{k}'}{(2\pi)^3 2k'^0} \frac{d^3\vec{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} \frac{d^3\vec{q}'}{(2\pi)^3 2q'^0} (2\pi)^4 \delta^4(k + p - k' - p' - q'). \quad (1.20)$$

Cet espace des phases peut être réduit suivant le jeu de variables souhaité. Pour deux des jeux de variables (1.15) et (1.16) les espaces des phases s'écrivent

$$\frac{d^5\Phi}{dk_{lab}'^0 d^2\Omega_{lab}^{k'} d^2\Omega_{lab}^{\gamma^*\gamma}} = \frac{1}{8} \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{k_{lab}'^0 q'}{M + \nu - |\vec{q}| \cos\theta_{\gamma^*\gamma}}, \quad (1.21)$$

$$\frac{d^4\Phi}{dQ^2 dx_B dt d\phi} = \frac{1}{32} \frac{1}{(2\pi)^4} \frac{1}{k_{lab}^0 M x_B} \left( 1 + \frac{4M^2 x_B^2}{Q^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.22)$$

La réaction VCS (1.1) ne peut pas être mesurée directement car s'y ajoute de façon cohérente l'amplitude du processus appelé Bethe-Heitler dont l'état final est le même que celui du VCS, mais dans lequel le photon final est émis par la ligne leptonique (Bremstrahlung). Les graphes représentant ce processus sont dessinés sur la figure 1.5. Finalement, l'amplitude d'électro-production d'un photon s'écrira

$$T_{h'h_e'h_p'h_e h_p}^{ee'\gamma} = T_{h'h_e'h_p'h_e h_p}^{BH} + T_{h'h_e'h_p'h_e h_p}^{VCS}.$$

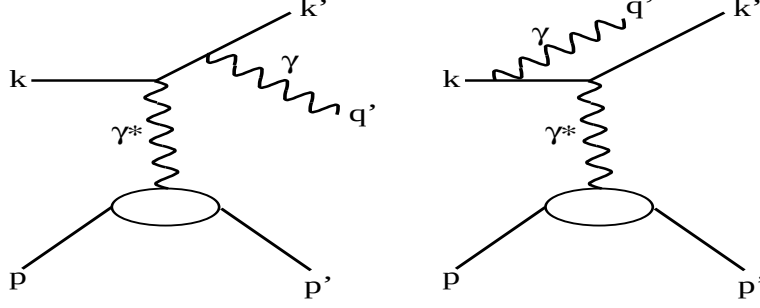


FIG. 1.5 – Les graphes du processus Bethe-Heitler associés au VCS

## 1.2 Amplitudes VCS et Bethe-Heitler

A l'ordre le plus bas dans la charge électrique  $|e| = \sqrt{4\pi/137}$ , l'amplitude d'électro-production d'un photon s'écrit, en ignorant les hélicités pour alléger les formules :

$$T^{ee'\gamma} = T^{BH} + T^{VCS}$$

$$T^{BH} = -i \int d^4x \varepsilon'_\mu < k' | T \{ j_{em}^\mu(0) j_{em}^\nu(x) \} | k > \frac{e^{i(p'-p) \cdot x}}{(p' - p)^2} < H_f(p') | J_\nu^{em}(0) | H_i(p) >,$$

$$T^{VCS} = -i \int d^4x \varepsilon'_\mu < H_f(p') | T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \} | H_i(p) > \frac{e^{i(k'-k) \cdot x}}{(k' - k)^2} < k' | j_\nu^{em}(0) | k >,$$

où  $j_{em}$  et  $J_{em}$  sont respectivement les courants électro-magnétiques portés par les leptons et les hadrons, et où  $H_f(p')$  et  $H_i(p)$  sont les systèmes hadroniques initial et final pour l'instant encore non précisés. On vérifie bien que l'on passe de  $T^{BH}$  à  $T^{VCS}$  en échangeant simplement les leptons ( $k, k'$ ) et les hadrons ( $p, p'$ ).

Dans les cas où  $H_{i,f}$  est un nucléon, le courant électro-magnétique porté par les hadrons s'écrit :

$$< p' | J_\mu^{em}(0) | p > = |e| \bar{u}(p') \Gamma_\mu^{em}(p', p) u(p),$$

$$\Gamma_\mu^{em}(p', p) = F_1^{p,n}(t) \gamma_\mu + i F_2^{p,n}(t) \frac{\sigma_{\mu\nu} (p' - p)^\nu}{2M}, \quad t = (p' - p)^2,$$

où  $F_{1,2}^{p,n}$  sont les facteurs de forme du proton ou du neutron ( $F_1^p(0) = 1$ ,  $F_1^n(0) = 0$ ,  $F_2^p(0) = 2.79$ ,  $F_2^n(0) = -1.93$ ). En utilisant le propagateur libre des leptons,

$$< 0 | T \{ \psi(0) \bar{\psi}(x) \} | 0 > = i \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{e^{il \cdot x}}{\gamma \cdot l - m_l},$$

pour faire la réduction de Wick du produit ordonné  $T \{ j_{em}^\mu(0) j_{em}^\nu(x) \}$ , où le courant est  $j_{em}^\mu(x) = e_l \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x)$  ( $e_l = \pm |e|$ ), l'amplitude de Bethe-Heitler devient :

$$T^{BH} = |e| e_l^2 \varepsilon'^*_\mu(k') \bar{u}(k') \left[ \gamma^\mu \frac{\gamma \cdot (k' + q') + m_l}{(k' + q')^2 - m_l^2} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{\gamma \cdot (k - q') + m_l}{(k - q')^2 - m_l^2} \gamma^\mu \right] u(k) \times \dots$$

$$\frac{1}{(p' - p)^2} \bar{u}(p') \Gamma_\nu^{em}(p', p) u(p). \quad (1.23)$$

Pour l'amplitude du VCS, le tenseur hadronique

$$H^{\mu\nu}(p', p) = -i \langle H_f(p') | \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) | H_i(p) \rangle, \quad (1.24)$$

résume le contenu dynamique du VCS, et le facteur leptonique

$$P^\mu(k', k) = \frac{e_l}{(k' - k)^2} \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k),$$

contient le courant leptonique et le propagateur du photon virtuel, de sorte que l'amplitude du VCS devient :

$$T^{VCS} = \varepsilon_\mu^* H^{\mu\nu}(p', p) P_\nu(k', k). \quad (1.25)$$

### 1.2.1 Amplitudes d'hélicité

Le facteur leptonique  $P^\alpha$  du VCS peut se décomposer sur les vecteurs de polarisation du photon virtuel (1.13). Les coefficients de la décomposition dépendent uniquement du taux de polarisation  $\epsilon$  et des angles  $\theta$  et  $\phi$  définis en (1.10) :

$$P_{h'_e h_e}^\alpha = -\frac{e_l}{Q^2} \sum_{h=-1,0,1} C_{h'_e h_e}^h(\epsilon, \theta, \phi) \varepsilon^\alpha(h) \quad (1.26)$$

$$\text{où} \quad \begin{cases} C_{h'_e h_e}^0 &= -\frac{Q}{\sqrt{1-\epsilon}} \sqrt{2\epsilon} \delta_{h'_e h_e}, \\ C_{h'_e h_e}^{-1} &= e^{i\phi} \frac{Q}{\sqrt{1-\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 2h_e \sqrt{1-\epsilon} - \sqrt{1+\epsilon} \right) \delta_{h'_e h_e}, \\ C_{h'_e h_e}^1 &= e^{-i\phi} \frac{Q}{\sqrt{1-\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 2h_e \sqrt{1-\epsilon} + \sqrt{1+\epsilon} \right) \delta_{h'_e h_e}. \end{cases} \quad (1.27)$$

Cette décomposition du facteur leptonique amène à introduire les amplitudes d'hélicité  $M_{h' h'_p h h_p}$  du processus (1.1) :

$$M_{h' h'_p h h_p} = \varepsilon_\alpha(h) \varepsilon_\beta^*(h') H_{h'_p h_p}^{\alpha\beta}. \quad (1.28)$$

L'amplitude VCS s'écrit alors

$$T_{h' h'_e h'_p h_e h_p}^{VCS} = -\frac{e_l}{Q^2} \sum_{h=-1,0,1} C_{h'_e h_e}^h(\epsilon, \theta, \phi) M_{h' h'_p h h_p}. \quad (1.29)$$

Les amplitudes d'hélicité sont invariantes par parité, ce qui impose la relation :

$$M_{h' h'_p h h_p} = (-1)^{h'_p + h' + h_p + h - 1} M_{-h' -h'_p -h -h_p}. \quad (1.30)$$

Le nombre d'amplitudes indépendantes du processus VCS est donc de  $2 * 2 * 3 * 2/2 = 12$ .

### 1.2.2 Amplitude VCS dans la limite profondément inélastique : le DVCS

Pour commencer il est nécessaire de rappeler la définition de la limite profondément inélastique, encore appelée limite de Bjorken. L'énergie  $s$  et la virtualité  $Q^2$  du photon échangé tendent toutes deux vers l'infini, mais leur quotient reste fini :

$$\left. \begin{array}{l} Q^2 \rightarrow \infty \\ s \rightarrow \infty \end{array} \right\} \frac{Q^2}{s} \text{ fini.} \quad (1.31)$$

Dans la limite de Bjorken le photon sonde la structure interne du nucléon à courte distance transverse. Dans ce régime cinématique, le VCS est appelé DVCS (de DeepVCS) pour en souligner la particularité.

Pour bien comprendre la limite de Bjorken, il est utile d'introduire les coordonnées sur le cône de lumière. Dans un repère où  $P = (p + p')/2$  et  $q$  sont sur l'axe ( $Oz$ ),  $P$  étant dirigé vers les  $z$  positifs, soient les vecteurs de Sudakov définis par

$$\tilde{p} = \frac{\Lambda}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } n = \frac{1}{\Lambda\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Ces vecteurs satisfont :

$$\tilde{p}^2 = 0, n^2 = 0, \tilde{p} \cdot n = 1.$$

Notant  $a_\perp$  sa composante transverse par rapport à  $z$ , tout vecteur  $a$  peut se décomposer sur les vecteurs de Sudakov :

$$a^\mu = a^+ \tilde{p}^\mu + a^- n^\mu + \tilde{a}_\perp^\mu, \quad (1.32)$$

où

$$\begin{cases} a^+ &= a \cdot n, \\ a^- &= a \cdot \tilde{p}. \end{cases}$$

Après avoir fixé la normalisation de ces vecteurs par la composante  $+$  de  $P$  :  $P^+ = \Lambda$ , il est possible de récrire les quadri-impulsions des particules suivant la décomposition de Sudakov. La composante  $+$  d'un vecteur est appelée composante longitudinale.  $P$  et  $q$  n'auront par définition pas de composantes transverses. En notant  $P^2 = 2P^+P^- = M^2 - t/4 = \overline{M}^2$  il vient

$$P^\mu = \tilde{p}^\mu + \frac{\overline{M}^2}{2} n^\mu. \quad (1.33)$$

Partant du système

$$\begin{cases} Q^2 &= -2q^+q^-, \\ P \cdot q &= q^- + \overline{M}^2 q^+/2, \end{cases}$$

on voit que  $q^+$  vérifie une équation du second degré dont la solution de signe négatif est

$$q^+ = \frac{P \cdot q}{\overline{M}^2} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{\overline{M}^2 Q^2}{(P \cdot q)^2}} \right) = -2\xi'. \quad (1.34)$$

$q^+$  est négatif pour le choix d'orientation des vecteurs de Sudakov car il vaut  $q^+ = q^0 + q^3$  dans le repère où  $q^3$  est négatif.  $q^3$  est de plus supérieur à  $q^0$  car  $q^2 < 0$ .  $\xi'$  est ainsi par définition positif. Dans la limite de Bjorken,  $P \cdot q \sim \nu$ , donc  $Q^2/(P \cdot q)^2 \rightarrow 0$  et l'on a

$$2\xi' \rightarrow \frac{Q^2}{2P \cdot q} \simeq \frac{x_B}{1 - x_B/2}. \quad (1.35)$$

La variable de Bjorken est limitée à 1, donc

$$0 < \xi' < 1.$$

L'impulsion du photon échangé s'écrit finalement

$$q^\mu = -2\xi' \tilde{p}^\mu + \frac{Q^2}{4\xi'} n^\mu. \quad (1.36)$$

Pour être complet, il faut aussi écrire les décompositions de  $\Delta$  et  $q'$  ;

$$\Delta^\mu = -2\xi \tilde{p}^\mu + \xi \overline{M}^2 n^\mu + \vec{\Delta}_\perp^\mu, \quad (1.37)$$

où

$$\xi = \xi' \frac{Q^2 - t}{Q^2 + \overline{M}^2 4\xi'^2}. \quad (1.38)$$

Dans la limite de Bjorken pour un transfert  $t$  fini,  $\xi$  tend vers  $\xi'$ . L'impulsion du photon réel s'obtient par soustraction de  $q$  et  $\Delta$  :

$$q'^\mu = -2(\xi' - \xi) \tilde{p}^\mu + \left( \frac{Q^2}{4\xi'} - \xi \overline{M}^2 \right) n^\mu - \vec{\Delta}_\perp^\mu. \quad (1.39)$$

Dans tout repère, il est inversement possible d'écrire les vecteurs de Sudakov à partir de  $q$  et  $P$  :

$$\begin{cases} n &= \left( \frac{Q^2}{4\xi'} + \xi' \overline{M}^2 \right)^{-1} (2\xi' P + q), \\ \tilde{p} &= \left( \frac{Q^2}{4\xi'} + \xi' \overline{M}^2 \right)^{-1} \left( \frac{Q^2}{4\xi'} P - \frac{\overline{M}^2}{2} q \right). \end{cases} \quad (1.40)$$

Tout ce travail de traduction des variables dans le repère de Sudakov facilite l'étude du tenseur hadronique VCS dans la limite de Bjorken. Dans son expression

$$H_{h_p' h_p}^{\mu\nu} = -i \int d^4 y e^{-iqy} \langle p', h_p' | T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(y) \} | p, h_p \rangle,$$

l'argument complexe de l'exponentielle s'écrit

$$q \cdot y = -2\xi' y^- + \frac{Q^2}{4\xi'} y^+.$$

La région d'intégration qui contribuera est donnée par  $y^- \sim 1/\xi'$  et  $y^+ \sim \xi'/Q^2$ . En effet des oscillations rapides de l'exponentielle complexe annule toute autre contribution. Pour une séparation  $y$  de genre espace, le produit retardé, proportionnel au commutateur contenu dans le T-produit s'annule. Le terme résiduel dans le T-produit s'annule pour les  $q$  du genre espace. Nous avons donc  $y^2 > 0$  soit  $1/Q^2 \sim 2y^+ y^- > \bar{y}_\perp^2 > 0$ . Dans la limite de Bjorken, l'intégrale sur  $y_\perp$  porte donc sur une distance en  $1/Q^2 \sim 0$ . En conclusion, dans la limite de Bjorken, l'intégration ne dépend que de la variable  $y^-$ , les autres composantes étant réduites à un intervalle nul

$$y^+ \sim 0 \quad \text{et} \quad y^\perp \sim 0.$$

Or  $y^2 = 2y^+ y^- - \bar{y}_\perp^2 \sim 0$  donc la région qui contribue à l'intégrale se trouve autour du cône de lumière  $y^2 = 0$ . Le cône de lumière est de mesure nulle dans l'espace  $\mathbb{R}^4$ , donc seules les fonctions à intégrer singulières sur le cône de lumière fourniront une contribution non nulle à l'intégrale. Afin de trouver les parties singulières de la fonction à intégrer, le développement de Taylor en produit d'opérateurs (Operator Product Expansion, OPE[5]) sur le cône de lumière est l'outil approprié.

### 1.2.3 Twist et factorisation

L'OPE consiste en un développement de Taylor de l'opérateur  $J_{em}^\mu(0)J_{em}^\nu(y)$  de l'expression (1.24) autour de  $y^2 = 0$  (voir par exemple la référence [6]) :

$$J_{em}^\mu(0)J_{em}^\nu(y)_{y^2 \rightarrow 0} \sim \sum_{n,\alpha} C_{n,\alpha}^{\mu\nu}(y^2) y_{\mu 1} y_{\mu 2} \cdots y_{\mu n} O_{n,\alpha}^{\mu 1 \mu 2 \cdots \mu n}(0). \quad (1.41)$$

Dans les coefficients complexes  $C_{n,\alpha}^{\mu\nu}(y^2)$ , qui sont des nombres, sont regroupées les dépendances en  $y^2$  de l'opérateur :

$$C_{n,\alpha}^{\mu\nu}(y^2)_{y^2 \rightarrow 0} \sim (y^2)^{(d_{n,\alpha} - n - 2)/2}, \quad (1.42)$$

où  $d_{n,\alpha}$  est la dimension en masse de l'opérateur non singulier  $O_{n,\alpha}^{\mu 1 \mu 2 \cdots \mu n}(0)$  et  $n$  la dimension de sa représentation dans le groupe de Lorentz homogène, ou spin. Les opérateurs dominants près du cône de lumière sont ceux pour lesquels la quantité

$$twist = d_{n,\alpha} - n$$

est la plus petite. L'interprétation physique du twist devient plus claire au regard de la table 1.1 qui présente les caractéristiques des champs de fermion  $\psi$ , du tenseur de gluon  $G_{\mu\nu}$  et de l'opérateur de dérivation covariante  $D^\mu = \partial^\mu - igA^\mu$ , où  $A^\mu$  est le champs de gluon. Le plus petit twist est 2. Il existe une infinité d'opérateurs de twist 2 bilinéaires en



|     | $\psi$ | $G_{\mu\nu}$ | $D_\mu$ |
|-----|--------|--------------|---------|
| $d$ | $3/2$  | $2$          | $1$     |
| $n$ | $1/2$  | $1$          | $1$     |
| $t$ | $1$    | $1$          | $0$     |

TAB. 1.1 – Dimension en masse, spin et twist de quelques opérateurs courants.

champs de quarks, dont ceux de plus basse dimension sont :

$$O_{V,q}^\mu = \bar{\psi}_q \gamma^\mu \psi_q \quad \text{et} \quad O_{A,q}^\mu = \bar{\psi}_q \gamma^\mu \gamma^5 \psi_q. \quad (1.43)$$

Les autres s'obtiennent en insérant autant d'opérateurs dérivation totale  $D^\mu$  qu'il faut pour une dimension donnée. Les opérateurs de gluons de twist 2 sont obtenus de la même façon. Pris entre deux nucléons, les opérateurs de twist 2 pour les champs de quarks et de gluons sont représentés sur la figure 1.6.

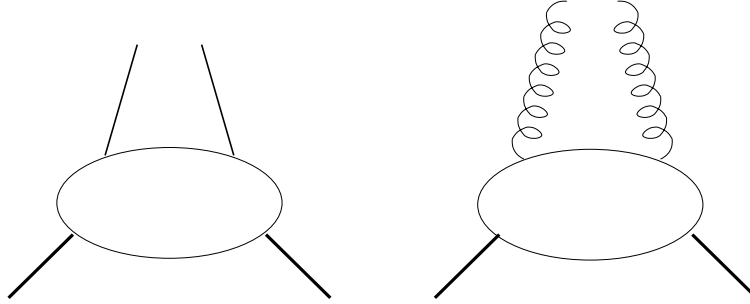


FIG. 1.6 – Représentation des opérateurs de quarks et de gluons de twist 2 et de plus basse dimension.

Les opérateurs de twist supérieur sont construits de façon similaire, et la figure 1.7 présente deux opérateurs de twist 3 et 4.

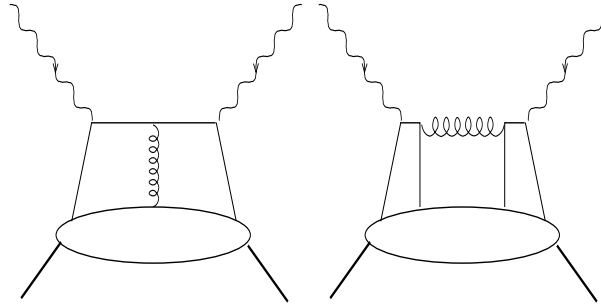


FIG. 1.7 – Représentation de deux opérateurs de twist 3 et 4.

Les facteurs  $C_n^{\mu\nu}(y^2)$  sont obtenus par le calcul des graphes de Feynman associés. Ils peuvent être calculés à partir des éléments de matrice de quarks, et ont un développement

en  $\alpha_s$ . La figure 1.8 montre ces graphes pour les deux premiers ordres en  $\alpha_s$  du twist 2. Les graphes croisés associés à 1a, 1b, 1c et 1d ne sont pas représentés.

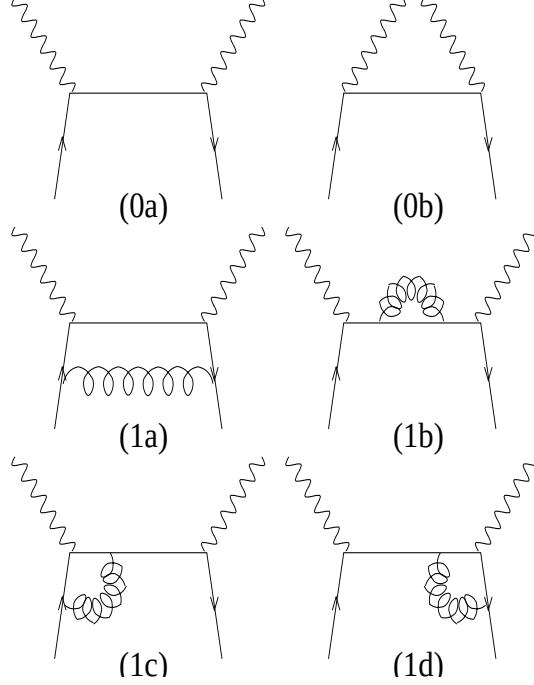


FIG. 1.8 – Graphes de Feynman des coefficients  $C_q^{\mu\nu}$  aux ordres  $\alpha_s^0$  et  $\alpha_s^1$ .

Les boucles de gluon des graphes 1a 1b, 1c 1d sont divergentes dans l’infra rouge (IR : c’est à dire pour les basses impulsions de l’intégrale de boucle). Cependant, il est possible de déplacer les divergences IR, donc les parties non perturbatives de ces coefficients, dans l’opérateur associé. Ce dernier devient donc dépendant de l’échelle à laquelle il est sondé, c’est à dire  $Q^2$  et regroupe toutes les composantes non perturbatives. Le tenseur est donc séparé en deux parties, l’une dite “dure”, correspondant à la diffusion du photon, l’autre dite “molle” dans laquelle se trouve toute la physique non perturbative. La figure 1.9 schématise graphiquement la situation. Pour tous les opérateurs de twist 2 il est possible de séparer ces deux composantes. Les opérateurs de twist 2 ont la même partie perturbative qu’il est possible de regrouper en un facteur commun. L’ensemble des opérateurs non perturbatifs de twist 2 peut alors être sommé. Cette opération s’appelle la factorisation et a été démontrée pour le twist 2 à tous les ordres en  $\alpha_s$  sous la condition (voir les références [7], [8], [9] et [10]) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} Q^2 & \rightarrow \infty \\ t & \text{fini} \end{array} \right.$$

Ce théorème de factorisation s’écrit

$$H^{\mu\nu} = \sum_q \int_{-1}^1 dx F_{q/p}(x, \xi, t, Q^2) C_q^{\mu\nu}(x, \xi, Q^2), \quad (1.44)$$

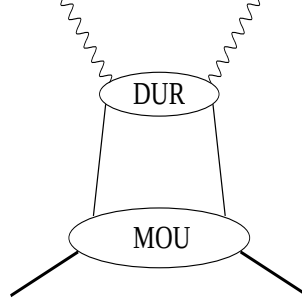


FIG. 1.9 – Factorisation du processus DVCS au twist 2. Dans la partie DURE se retrouvent les parties non divergentes des graphes de la figure 1.8.

où  $F_{q/p}(x, \xi, t, Q^2)$  est une distribution de parton non diagonale, construite à partir de la sommation des opérateurs de twist 2 non perturbatifs, définie génériquement par

$$F_{q/p}(x, \xi, t, Q^2) = \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{-i\lambda x} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{\psi}_q\left(\frac{\lambda}{2}n\right) n \cdot \gamma (\gamma 5) \psi_q\left(-\frac{\lambda}{2}n\right) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle,$$

et  $C_q^{\mu\nu}(x, \xi, Q^2)$  est un coefficient qui peut être entièrement calculé dans le cadre de QCD perturbatif. A l'ordre le plus bas en  $\alpha_s$ , c'est le diagramme de diffusion Compton sur le quark de la figure 1.8-0a et 0b.

#### 1.2.4 Amplitude de twist 2 au premier ordre en $\alpha_s$

Pour rendre ce théorème plus explicite, le calcul de ces coefficients au premier ordre ( $\alpha_s$ )<sup>0</sup> est un bon exercice. Il s'agit de calculer les diagrammes dit “handbag” (sac à main) des figures 1.8-0a et 1.8-0b. Les notations sont définies sur la figure 2.1 pour le diagramme direct.

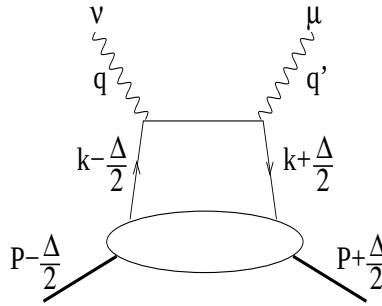


FIG. 1.10 – Graphe du handbag direct pour le DVCS

Partant du tenseur (1.24) et utilisant les propriétés de translations des champs

$$\langle P + \frac{\Delta}{2} | J(0) J(y) | P - \frac{\Delta}{2} \rangle = e^{i\frac{y}{2}\Delta} \langle P + \frac{\Delta}{2} | J(-\frac{y}{2}) J(\frac{y}{2}) | P - \frac{\Delta}{2} \rangle,$$

il vient

$$H^{\mu\nu} = -i \sum_q e_q^2 \int d^4y e^{-i(q-\frac{\Delta}{2})y} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| T \left\{ \bar{q}(-\frac{y}{2}) \gamma^\mu q(-\frac{y}{2}) \bar{q}(\frac{y}{2}) \gamma^\nu q(\frac{y}{2}) \right\} \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle.$$

Les deux graphes direct et croisé sont donnés par le théorème de Wick :

$$\begin{aligned} T \left\{ \bar{q}(-\frac{y}{2}) \gamma^\mu q(-\frac{y}{2}) \bar{q}(\frac{y}{2}) \gamma^\nu q(\frac{y}{2}) \right\} &= : \bar{q}(-\frac{y}{2}) \gamma^\mu q(-\frac{y}{2}) \bar{q}(\frac{y}{2}) \gamma^\nu q(\frac{y}{2}) : \\ &+ : \bar{q}(\frac{y}{2}) \gamma^\nu q(\frac{y}{2}) \bar{q}(-\frac{y}{2}) \gamma^\mu q(-\frac{y}{2}) :, \end{aligned}$$

où seule la partie la plus singulière du propagateur est retenue, le propagateur de quark libre, qui s'écrit

$$\underline{q(-\frac{y}{2}) \bar{q}(\frac{y}{2})} = i \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} e^{il \cdot y} \frac{1}{l \cdot \gamma - m}.$$

En négligeant la masse des quarks et en opérant un changement de variable d'intégration dans le propagateur du terme croisé, T-produit s'écrit alors

$$T \left\{ J_q^\mu(-\frac{y}{2}) J_q^\nu(\frac{y}{2}) \right\} \simeq ie_q^2 \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} e^{il \cdot y} \frac{l_\rho}{l^2} \left\{ \bar{q}(-\frac{y}{2}) \gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu q(\frac{y}{2}) - \bar{q}(\frac{y}{2}) \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\mu q(-\frac{y}{2}) \right\}.$$

On a vu que dans la limite de Bjorken il est possible de remplacer  $y^+$  et  $y^\perp$  par 0 dans  $J(y)$ . On peut alors intégrer sur ces variables, ce qui donne un facteur  $(2\pi)^3 \delta(l^- - Q^2/4\xi' + \xi \bar{M}^2/2) \delta^2(l_\perp + \Delta_\perp/2)$  et qui permet d'intégrer sur  $l^-$  et  $l^\perp$ . En négligeant les termes d'ordre  $\Delta_\perp^2/Q^2$  qui vont comme  $t/Q^2 \ll 1$ , le dénominateur du propagateur devient  $l^2 \simeq 2l^+l^-$  et le numérateur  $l_\rho \sim l^- n_\rho$ . Il est alors utile d'introduire la variable

$$x = -(-l + q - \frac{\Delta}{2})^+ = l^+ + 2\xi' - \xi \simeq l^+ + \xi, \quad (1.45)$$

sur laquelle porte maintenant l'intégration en impulsion. Dans (1.45), nous avons utilisé  $\xi' \sim \xi$ , d'après (1.38) dans la limite de Bjorken. La composante  $l^+$  du propagateur est comprise entre  $P^+ - \frac{\Delta^+}{2} + q^+ \simeq 1 - \xi$  et  $-P^+ - \frac{\Delta^+}{2} + q^+ = -1 - \xi$ , donc les bornes de l'intégrale sur  $x$  sont -1 et 1. En opérant les changements de variables  $x \rightarrow -x$  et  $\lambda \rightarrow -\lambda$  dans le premier terme du T-produit, le tenseur hadronique s'écrit finalement

$$H^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \int d\lambda \frac{dx}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \left( \frac{\gamma^\mu \gamma^+ \gamma^\nu}{x - \xi + i\epsilon} + \frac{\gamma^\nu \gamma^+ \gamma^\mu}{x + \xi - i\epsilon} \right) q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle. \quad (1.46)$$

Or on a les relations

$$\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu = S^{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma + i\varepsilon^{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma \gamma^5, \quad (1.47)$$

$$\text{où } S^{\mu\rho\nu\sigma} = g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\nu\rho} g^{\mu\sigma} - g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} \quad \text{et} \quad \varepsilon^{0123} = +1.$$

Les parties symétriques des deux membres s'ajoutent alors que les parties antisymétriques se retranchent. Le tenseur hadronique prend alors la forme suivante

$$\begin{aligned}
H^{\mu\nu} = & \frac{1}{2} (\tilde{p}^\mu n^\nu + \tilde{p}^\nu n^\mu - g^{\mu\nu}) \sum_q e_q^2 \int dx \left( \frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right) \\
& \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma \cdot n q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle \\
& + \frac{i}{2} \varepsilon^{\mu\rho\nu\sigma} \tilde{p}_\sigma n_\rho \sum_q e_q^2 \int dx \left( \frac{1}{x-\xi+i\epsilon} - \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right) \\
& \int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma \cdot n \gamma^5 q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle.
\end{aligned} \tag{1.48}$$

De l'opérateur  $\bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma_\sigma q(\frac{\lambda}{2}n)$ , seule la composante  $\bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma \cdot n \tilde{p}_\sigma q(\frac{\lambda}{2}n)$  a été conservée car les autres s'annulent dans la limite de Bjorken.

En comparant avec l'équation (1.44), on voit qu'à cet ordre en  $\alpha_s$  il existe deux coefficients  $C_q^{\mu\nu}$  :

$$\begin{aligned}
C_q^{\mu\nu}(x, \xi, Q^2) \Big|_{twist=2} &= \frac{e_q^2}{2} (\tilde{p}^\mu n^\nu + \tilde{p}^\nu n^\mu - g^{\mu\nu}) \left( \frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right), \\
\tilde{C}_q^{\mu\nu}(x, \xi, Q^2) \Big|_{twist=2} &= \frac{e_q^2}{2} i \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \tilde{p}_\rho n_\sigma \left( \frac{1}{x-\xi+i\epsilon} - \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right).
\end{aligned} \tag{1.49}$$

Les éléments de matrice qui apparaissent dans l'équation (1.48) ne dépendent que des variables  $x$ ,  $\xi$ ,  $\Delta^2 = t$ . Ils définissent les Distributions de Partons Généralisées (GPD)  $H$ ,  $E$ ,  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$  par les développements

$$\begin{aligned}
\int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma^\mu q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle &= \\
& \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}) \left( H^{q/p}(x, \xi, t) \gamma^\mu + E^{q/p}(x, \xi, t) i \sigma^{\mu\nu} \frac{\Delta_\nu}{2M} \right) u(P - \frac{\Delta}{2}), \\
\int \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma^\mu \gamma^5 q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle &= \\
& \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}) \left( \tilde{H}^{q/p}(x, \xi, t) \gamma^\mu \gamma^5 + \tilde{E}^{q/p}(x, \xi, t) \frac{\Delta^\mu}{2M} \gamma^5 \right) u(P - \frac{\Delta}{2}).
\end{aligned} \tag{1.50}$$

Ces distributions sont définies pour une saveur de quark  $q$  dans le proton  $p$ , d'où la notation  $q/p$ . Pour le DVCS sur le proton, la combinaison de distributions de partons généralisées qui intervient est

$$\frac{4}{9} F^{u/p} + \frac{1}{9} F^{d/p}. \tag{1.51}$$

Il est utile d'introduire les quantités (où  $p$  fait référence à la combinaison (1.51))

$$\begin{aligned}
\Gamma_\pm^p(\xi, t) &= \int_{-1}^1 dx C^\pm(x, \xi) \left( H^p(x, \xi, t) \gamma^+ + E^p(x, \xi, t) i \sigma^{+\nu} \frac{\Delta_\nu}{2M} \right), \\
\tilde{\Gamma}_\pm^p(\xi, t) &= \int_{-1}^1 dx C^\pm(x, \xi) \left( \tilde{H}^p(x, \xi, t) \gamma^+ \gamma^5 + \tilde{E}^p(x, \xi, t) \frac{\Delta^+}{2M} \gamma^5 \right),
\end{aligned} \tag{1.52}$$

qui sont des matrices de Dirac agissant sur les spineurs du nucléon. Elles dépendent des noyaux intégraux du handbag

$$C^\pm(x, \xi) = \left\{ \frac{1}{x - \xi + i\epsilon} \pm \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right\}. \quad (1.53)$$

Avec ces définitions il est possible d'écrire

$$H^{\mu\nu} = e^2 \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}) \left( S^{\mu\nu} \Gamma_+^p(\xi, t) + A^{\mu\nu} \tilde{\Gamma}_-^p(\xi, t) \right) u(P - \frac{\Delta}{2}), \quad (1.54)$$

où

$$S^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\tilde{p}^\mu n^\nu + \tilde{p}^\nu n^\mu - g^{\mu\nu}) \quad \text{et} \quad A^{\mu\nu} = \frac{i}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \tilde{p}_\rho n_\sigma. \quad (1.55)$$

### 1.2.5 Invariance de jauge et twist 3

Dans la suite, il sera principalement traité du tenseur de twist 2 au premier ordre en  $\alpha_s$ . Le développement détaillé des twists supérieurs et des ordres supérieurs en  $\alpha_s$  peut être trouvée dans les références [11], [12] et [8].

L'amplitude DVCS au twist 2 n'inclut pas les termes transverses d'ordre  $\Delta_\perp/Q$  qui sont de twist supérieurs. Elle ne peut donc pas être invariante de jauge électromagnétique, les champs en présence comportant des composantes transverses. En effet, on a :

$$H^{\mu\nu} q_\nu = 0 \quad \text{et} \quad q'_\mu H^{\mu\nu} = -\Delta_{\perp\mu} H^{\mu\nu} \neq 0.$$

Dans le cas du DIS, l'invariance de jauge est assurée au twist 2 car  $\Delta_\perp = 0$ . Ce problème est donc spécifique au DVCS, et a des implications physiques très intéressantes, liées à l'invariance par translation des amplitudes. Selon la référence [12] la non invariance de jauge vient de ce que la dérivée totale, par rapport à la position absolue des deux positions des quarks, est non nulle et effectivement proportionnelle à  $\Delta_\perp$ . Cela pose le problème de l'invariance par translation du système des deux quarks dans le nucléon. Dans le cas où ce système possède une extension transverse, conjuguée de l'impulsion transverse, sa translation dans un arrière plan de jauge QCD implique dynamiquement des interactions avec des gluons. C'est cette classe d'interactions de twist supérieurs qui est nécessaire au rétablissement de l'invariance de jauge. De nombreux articles traitent de ces twist 3 ([13],[14]).

D'un point de vue pratique, le rétablissement effectif de l'invariance de jauge suivra ici la prescription proposée référence [15]

$$H^{\mu\nu} \rightarrow H^{\mu\nu} + \tilde{p}^\mu \frac{\Delta_{\perp\rho}}{\tilde{p} \cdot q'} H^{\rho\nu},$$

qui est une recette et dont la justification est que le terme ajouté à l'amplitude est d'ordre relatif  $\Delta_\perp/Q$ , donc bien équivalent à un twist supérieur. Il a été démontré a posteriori [16] qu'un certain type de twist 3 suffisant au rétablissement de l'invariance de jauge donne une formule de ce type.

## 1.3 Contenu physique du DVCS

Le tenseur hadronique DVCS au twist 2 est paramétré par quatre distributions de partons généralisées  $H$ ,  $E$ ,  $\widetilde{H}$  et  $\widetilde{E}$  qui dépendent des trois variables  $x$ ,  $\xi$  et  $t$ . Ces nouvelles distributions ont des liens avec des quantités déjà mesurées comme les distributions de partons et les facteurs de forme. Mais elles sont porteuses d'une grande richesse d'informations nouvelles dans des domaines et des situations physiques encore non observés. De plus, la dépendance en  $t$  du tenseur hadronique peut fournir des informations sur la distribution spatiale des partons dans le nucléon.

### 1.3.1 Les Distributions de Partons Généralisées

Lors d'une diffusion "dure" la masse des quarks peut être négligée. La partie "dure" électromagnétique du handbag conserve donc l'hélicité des quarks. En revanche, dire que les GPD  $H$ ,  $E$ ,  $\widetilde{H}$  et  $\widetilde{E}$ , c'est à dire la partie molle hadronique, conservent l'hélicité des quarks est abusif.

Dans la limite  $\Delta = 0$  (qui est non physique pour le DVCS) les équations (1.50) coïncident avec les distributions de partons de la diffusion inclusive profondément inélastique (DIS) :

$$\begin{aligned} H(x, \xi = 0, t = 0) &= q(x), \\ \widetilde{H}(x, \xi = 0, t = 0) &= \Delta q(x). \end{aligned} \quad (1.56)$$

Dans cette limite  $\Delta = 0$ ,  $E$  et  $\widetilde{E}$  ne contribuent pas du fait de leur coefficient proportionnel à  $\Delta/2M$ .  $E$  et  $\widetilde{E}$  sont des quantités nouvelles par rapport aux distributions ordinaires.

Le support des GPD est  $[-1, 1]$ . Il se décompose en :

1.  $x > \xi$  et  $x < -\xi$  :

Dans ces deux segments, les deux quarks de la figure 1.11 ont des impulsions longitudinales simultanément positives ou négatives. Ce sont donc deux quarks ou deux anti-quarks. L'interprétation des GPD en terme de distribution de partons est donc proche de celle du DIS, mise à part l'asymétrie  $p' \neq p$ . Qualitativement il est possible d'interpréter les GPD comme décrivant la réaction du nucléon à la séquence d'opérations suivante :

- (a) sélection d'un quark de fraction d'impulsion  $x + \xi$  dans le nucléon,
- (b) modification de la fraction d'impulsion du quark de  $x + \xi$  à  $x - \xi$  par la diffusion Compton,
- (c) ré-insertion du quark dans le nucléon avec la fraction d'impulsion  $x - \xi$ .

Dans le cas du DVCS, l'outil qui permet de sélectionner et de modifier le quark est la partie électromagnétique dure. Mais les GPD ont une définition générale, indépendante du processus.

2.  $-\xi < x < \xi$  :

Dans cette région, l'un des partons a une impulsion négative, l'autre positive, formant une association quark-antiquark de type mésonique. Les GPD contiennent donc des informations sur la *distribution de mésons dans le nucléon*.



FIG. 1.11 – Représentation schématique des GPD.

Les moments de Mellin d'ordre 0 des GPD relient celles-ci aux facteurs de forme élastiques du nucléon. En effet, en intégrant la dépendance en  $x$  des GPD sur leur support  $[-1, 1]$  (ou de façon équivalente sur  $[-\infty, \infty]$ ), l'exponentielle  $e^{ix\lambda}$  des équations de (1.50) donne une fonction  $\delta(\lambda)$  qui permet d'intégrer sur  $\lambda$ , ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 dx \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma^\mu q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle &= \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(0) \gamma^\mu q(0) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle \\ &= \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}) \left( F_1^{q/p}(t) \gamma^\mu + F_2^{q/p}(t) i\sigma^{\mu\nu} \frac{\Delta_\nu}{2M} \right) u(P - \frac{\Delta}{2}), \\ \int_{-1}^1 dx \frac{d\lambda}{2\pi} e^{ix\lambda} \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(-\frac{\lambda}{2}n) \gamma^\mu \gamma^5 q(\frac{\lambda}{2}n) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle &= \left\langle P + \frac{\Delta}{2} \left| \bar{q}(0) \gamma^\mu \gamma^5 q(0) \right| P - \frac{\Delta}{2} \right\rangle \\ &= \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}) \left( g_A^{q/p}(t) \gamma^\mu \gamma^5 + h_A^{q/p}(t) \frac{\Delta^\mu}{2M} \gamma^5 \right) u(P - \frac{\Delta}{2}). \end{aligned} \quad (1.57)$$

Il peut paraître étonnant que la dépendance en  $\xi$  disparaisse lors de l'intégration sur  $x$ . Cependant il faut remarquer que quelque soit  $\xi$ , l'intégrale couvre pour les deux partons l'ensemble de leur domaine cinématique permis, et il est normal que la dépendance en  $\xi$  disparaisse. Les relations que l'on obtient à partir de (1.57) et de l'analogie pour la partie axiale sont

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 dx H^{q/p}(x, \xi, t) &= F_1^{q/p}(t), \\ \int_{-1}^1 dx E^{q/p}(x, \xi, t) &= F_2^{q/p}(t), \\ \int_{-1}^1 dx \widetilde{H}^{q/p}(x, \xi, t) &= g_A^{q/p}(t), \\ \int_{-1}^1 dx \widetilde{E}^{q/p}(x, \xi, t) &= h_A^{q/p}(t), \end{aligned} \quad (1.58)$$

où  $F_1^{q/p}(t)$  et  $F_2^{q/p}(t)$  sont les facteurs de forme électromagnétiques du proton pour une saveur de quark donnée et  $g_A^{q/p}(t)$  et  $h_A^{q/p}(t)$  les facteurs de forme axial vecteur et pseudo scalaire du proton.



Le lien entre les moments de Mellin d'ordre  $n$  des GPD et les opérateurs de twist 2 construits avec  $n$  opérateurs de dérivation à partir des opérateurs définis dans l'équation (1.43) implique les propriétés polynomiales suivantes ([17],[18]) :

$$\int_{-1}^1 dx \left| \frac{x^{2n}}{x^{2n-1}} \right. \quad H^q(x, \xi, t) = h_0^{q(2n)}(t) + \xi^2 h_2^{q(2n)}(t) + \dots + \xi^{2(n-1)} h_{2(n-1)}^{q(2n)}(t) + \xi^{2n} h_{2n}^{q(2n)}(t), \quad (1.59)$$

$$\int_{-1}^1 dx \left| \frac{x^{2n}}{x^{2n-1}} \right. \quad E^q(x, \xi, t) = e_0^{q(2n)}(t) + \xi^2 e_2^{q(2n)}(t) + \dots + \xi^{2(n-1)} e_{2(n-1)}^{q(2n)}(t) + \xi^{2n} e_{2n}^{q(2n)}(t). \quad (1.60)$$

Les conditions polynomiales sont les mêmes pour les moments d'ordre  $2n$  et  $2n-1$  par symétrie de renversement du temps. Les coefficients d'ordre le plus élevé pour  $H$  et  $E$  sont opposés en vertu du spin  $1/2$  du nucléon [19] :

$$h_{2n}^{q(2n)}(t) = -e_{2n}^{q(2n)}(t). \quad (1.61)$$

Ces propriétés appelées *conditions de polynomialité* peuvent sembler un peu abstraites, mais elles seront d'une grande utilité pour contraindre les modèles de GPD.

Pour en finir avec les principales propriétés des GPD, il faut mentionner la *règle de somme de Ji* [18], qui relie les seconds moments de  $H^q$  et  $E^q$  à la contribution du quark  $q$  au moment angulaire des quarks dans le nucléon :

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx \, x \, (H^q(x, \xi, t=0) + E^q(x, \xi, t=0)) = J^q. \quad (1.62)$$

Dans le cadre de la crise du spin, où les différentes contributions au spin du nucléon sont autant de quantités à mesurer indépendamment, cette règle de somme offre un moyen supplémentaire de compléter le puzzle.

### 1.3.2 Les distributions de partons transverses

La principale nouveauté du DVCS par rapport au DIS est l'apparition d'une seconde échelle  $t$ , indépendante de  $Q^2$ . Dans le DIS  $t$  est nul. Dans tout ce qui précède, il a été fait peu état de cette variable, tous les calculs et le formalisme viennent des équivalents du DIS. Mais pour faire sortir une interprétation physique imagée du DVCS, il convient de s'y intéresser avec plus d'attention, en suivant les idées développées dans les références [20] et [21]. Les deux échelles indépendantes du DVCS ont une interprétation physique :

- $Q^2$  : c'est l'échelle "dure". Dans la limite de Bjorken elle impose que la *séparation transverse* entre les deux points de couplage électromagnétique soient de l'ordre de  $1/Q$ . Le photon virtuel réduit l'action du handbag à une très petite distance transverse dans le nucléon.
- $t$  ou  $\Delta_\perp$  : c'est l'échelle molle. Elle est la conjuguée de Fourier de la *distance transverse*  $r_\perp$  entre le centre du "système" nucléon et les points de couplage électromagnétique.

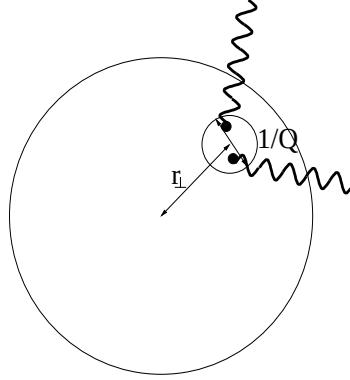


FIG. 1.12 – Représentation des deux échelles  $Q^2$  et  $t$  dans le plan transverse.

La figure 1.12 donne une image de la situation dans le plan transverse. Dans la limite où  $\xi = 0$ , les GPD peuvent être interprétées comme des transformées de Fourier de distributions de quarks dépendant à la fois de la fraction d'impulsion du quark  $x$  et de la position transverse  $r_\perp$  du quark par rapport au centre de masse du nucléon :

$$GPD(x, \xi = 0, -\vec{\Delta}_\perp^2) = \int d^2\vec{r}_\perp e^{i\vec{\Delta}_\perp \cdot \vec{r}_\perp} q(x, \vec{r}_\perp).$$

Les distributions du type de  $q(x, \vec{r}_\perp)$  ouvrent un champs d'exploration du nucléon encore vierge et très prometteur.

### 1.3.3 Les distributions de gluons généralisées

La contribution des gluons de la figure 1.6 au processus DVCS n'a pas été prise en compte car elle est d'ordre  $\alpha_s$  par rapport à la contribution des quarks. Cependant cette contribution peut devenir dominante dans la région des très petits  $x_B$ . Cette remarque ne vient pas d'un parallèle avec le DIS. Un tel parallèle serait faux car on a vu que les distributions sont intégrées sur tout le domaine en impulsion longitudinale, et ne sont pas prises au point  $x \sim x_B$  comme dans le DIS. Cependant, pour  $x_B$  grand, la variable  $\xi \sim x_B/2$  est grande, et quelque soit la variable  $x$ , l'une des deux fractions d'impulsion  $x + \xi$  et  $x - \xi$  de la figure 1.11, où les quarks sont maintenant des gluons, sera grande. La contribution correspondante pour la distribution de gluons généralisée sera donc très réduite. En revanche, pour  $\xi$  très petit, les gluons donneront sur une partie du domaine d'intégration en  $x$  une grande contribution qui pourra compenser le facteur  $\alpha_s$ .

Dans la suite, il ne sera plus traité des distributions de gluons et les estimations ne les prendront pas en compte. Pour les petits  $x_B$ , de l'ordre de qq  $10^{-2}$ , les résultats des calculs de DVCS seront donc sous estimés.

## 1.4 Modélisation et implémentation des GPD

Pour estimer l'amplitude du DVCS, il est nécessaire de se donner des modèles pour les distributions de parton généralisées. Les premiers calculs [15] utilisaient un produit des distributions de quark et des facteurs de forme. Depuis, de nombreux développements analytiques ou numériques ont amélioré cette forme naïve. Une revue complète des différents modèles se trouve référence [22]. Dans la suite, les modèles développés et analysés en vue d'une implémentation suivent le formalisme des "doubles distributions" de Radyushkin [23],[24].

### 1.4.1 La distribution $H(x, \xi, t)$

#### 1.4.1.1 Modélisation

Dans le formalisme des doubles distributions (DD), la distribution  $H$  s'écrit sous la forme :

$$H_{DD}^q(x, \xi, t) = \int_{-1}^1 d\beta \int_{-1+|\beta|}^{1-|\beta|} d\alpha \delta(x - \beta - \alpha\xi) F^q(\beta, \alpha, t), \quad (1.63)$$

où la double distribution  $F^q(\beta, \alpha, t)$  s'interprète comme l'amplitude de probabilité de trouver dans le nucléon un quark portant une fraction  $\beta$  de l'impulsion moyenne des nucléons et une fraction  $(1 + \alpha)/2$  du moment transféré. La forme de cette double distribution est contrainte par la limite  $\Delta = 0$  : la dépendance en  $\beta$  doit contenir la distribution de quark  $q(\beta)$ . L'auteur propose de modéliser la dépendance en  $\alpha$  à partir des distributions d'amplitude mésoniques à deux corps dans le nucléon du type  $((1 - |\beta|)^2 - \alpha^2)$ . La double distribution inclut finalement une paramétrisation de la dépendance en  $t$  et sa forme utile est

$$F^q(\beta, \alpha, t) = h(\beta, \alpha) q(\beta) f^q(\beta, t). \quad (1.64)$$

- $h(\beta, \alpha)$  est une fonction de profil normalisée contenant la distribution mésonique qui dépend d'un paramètre  $b$ , de valeur typique  $b = 1$ . Plus cette valeur est élevée, plus la dépendance de  $H$  en  $\xi$  est faible. A la limite  $b \rightarrow \infty$ ,  $h(\beta, \alpha) = 1$  et  $H$  devient indépendante de  $b$ . La fonction de profil s'écrit

$$h(\beta, \alpha) = \frac{\Gamma(2b + 2)}{2^{2b+1} \Gamma^2(b + 1)} \frac{[(1 - |\beta|)^2 - \alpha^2]^b}{(1 - |\beta|)^{2b+1}}. \quad (1.65)$$

- $q(\beta)$  est la distribution de quark mesurée dans le DIS. Elle dépend explicitement de l'échelle  $Q^2$ . Les distributions utilisées pour le calcul sont définies référence [25] et générées à partir d'un code C++ [26]. Cependant, la paramétrisation analytique MRST98 à  $1\text{GeV}^2$  [27] sera utile pour étudier les variations de  $H$ . Elle s'écrit

$$xq(x, Q^2) = Ax^\eta(1 - x)^\lambda(1 + \varepsilon x + \gamma x^{1/2}), \quad (1.66)$$

où le paramètre  $\eta$  prend les valeurs suivantes

$$\begin{aligned} q &= u_v & \eta &= 0.4098 \\ q &= d_v & \eta &= 0.2882 \\ q &= 5 \left( \bar{d} + \bar{u} \right) / 2 & \eta &= -0.2712 \\ q &= 2 \left( \bar{d} - \bar{u} \right) & \eta &= 1.183 \end{aligned} \tag{1.67}$$

- $f^q(\beta, t)$  contient la dépendance en  $t$  de  $H$ . Cette fonction est généralement indépendante de  $\beta$  et factorisée devant les intégrales, comme c'est le cas pour le choix  $f^q(\beta, t) = F_1^q(t)/F_1^q(0)$ . Il existe cependant une autre paramétrisation de  $f^q(\beta, t)$  inspirée du modèle de soliton chirale qui prend en compte de la dépendance en  $\beta$  [22]. C'est une modélisation du type pôle de Regge

$$f^q(\beta, t) = \frac{1}{|\beta|^{\alpha' t}} \quad \alpha' = 0.8 \text{GeV}^{-2}.$$

Le  $n^{\text{ième}}$  moment de la distribution  $H$  ainsi modélisée est un polynôme d'ordre au plus  $n$ , qui ne satisfait pas la propriété polynomiale générale (1.59). Pour s'en convaincre, il suffit de faire passer l'intégrale sur  $x$  devant la fonction  $\delta(x - \beta - \alpha\xi)$  (ce qui est permis car les intégrales sont supposées convergentes). Un facteur  $(\beta - \alpha\xi)^n$  apparaît alors. La dépendance en  $\xi$  se factorise à tous les ordres et subsiste un polynôme d'ordre au plus  $n$  dont les coefficients sont des intégrales indépendantes de  $\xi$ . Il manque donc le terme d'ordre  $n + 1$  lorsque  $n$  est impair. Pour compléter la distribution, il faut ajouter à  $H$  au moins un terme  $D(x, \xi, t)$  tel que

$$\int_{-1}^1 dx x^{2n-1} D(x, \xi, t) \propto \xi^{2n}.$$

Pour des raisons historiques, ce terme est appelé D-term [28]. Il est défini sur  $[-\xi, \xi]$  comme une fonction impaire du rapport  $x/\xi$ . Sur cet intervalle les GPD se comportent comme une distribution mésonique. Il est donc avantageux de définir ce D-term à partir de sa projection sur les polynômes de Gegenbauer. En effet ces derniers sont les fonctions propres de l'opérateur d'évolution des équations ERBL[29] qui régissent au premier ordre l'évolution des distributions dans cette région cinématique. De plus des estimations dans le cadre du modèle de soliton chirale indiquent que le D-term est le même quelque soit la saveur  $q$  du quark. Le D-term sera donc modélisé comme suit :

$$D^q(x/\xi, t) = \frac{6}{9} F_1(t) \frac{1}{N_f} \theta\left(1 - \left(\frac{x}{\xi}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{x}{\xi}\right)^2\right) \left(-4C_1^{3/2}\left(\frac{x}{\xi}\right) - 1.2C_3^{3/2}\left(\frac{x}{\xi}\right) - 0.4C_5^{3/2}\left(\frac{x}{\xi}\right) + \dots\right), \tag{1.68}$$

où les coefficients numériques des polynômes sont ceux prévus par le modèle de soliton chirale, et les polynômes de Gegenbauer sont

$$\begin{aligned} C_1^{3/2}(z) &= 3z, \\ C_3^{3/2}(z) &= \frac{5}{2}(-3z + 7z^3), \\ C_5^{3/2}(z) &= \frac{7}{8}(15z - 90z^3 + 99z^5). \end{aligned}$$

Le facteur multiplicatif du facteur de forme est  $6/9 = e_u^2 + e_d^2 + e_s^2$  et  $N_f$  est le nombre de saveur de quarks ; ici  $N_f = 3$ .

#### 1.4.1.2 Implémentation

Il faut d'abord vérifier que  $H$  ainsi paramétrée ne produit pas des intégrales divergentes. Il faut donc étudier les singularités des fonctions à intégrer. Pour cela il est préférable de donner à l'équation (1.63) une forme plus simple en considérant seulement la limite  $t = 0$ . Dans le cas d'une dépendance en  $t$  factorisée, cela n'a évidemment aucune incidence. Dans le cas d'une dépendance en  $|\beta|^{\alpha|t|}$ , la limite  $t = 0$  est en fait le cas le plus défavorable, comme il apparaîtra dans la suite.

L'intégrale sur  $\beta$  dans (1.63) est séparée en deux suivant le signe de  $\beta$ , ce qui donne

$$\begin{aligned} H_{DD}^q(x, \xi) &= \int_0^1 d\beta \int_{-1+\beta}^{1-\beta} d\alpha \delta(x - \beta - \alpha\xi) \left( F^{qv}(\beta, \alpha) + F^{\bar{q}}(\beta, \alpha) \right) \\ &- \int_0^1 d\beta \int_{-1+\beta}^{1-\beta} d\alpha \delta(x + \beta - \alpha\xi) F^{\bar{q}}(\beta, \alpha), \end{aligned} \quad (1.69)$$

avec

$$F^q(\beta, \alpha) = \theta(\beta)(F^{qv}(\beta, \alpha) + F^{\bar{q}}(\beta, \alpha)) - \theta(-\beta)F^{\bar{q}}(-\beta, \alpha).$$

En intégrant sur  $\alpha$ , les bornes de l'intégrale sur  $\beta$  deviennent  $(x - \beta)/\xi$  et  $(x + \beta)/\xi$ . Soient alors les quatre quantités

$$X_p = \frac{\xi + x}{\xi + 1}, \quad X_m = \frac{\xi - x}{\xi - 1}, \quad X_{mp} = \frac{\xi - x}{\xi + 1}, \quad X_{pm} = \frac{\xi + x}{\xi - 1}. \quad (1.70)$$

La premier terme de droite dans l'équation (1.69) est non nul pour  $0 < X_m < \beta < X_p$ . Le second est non nul pour  $0 < \beta < X_{pm}$  et  $0 < \beta < X_{mp}$ . La figure 1.13 montre l'évolution des quantités  $X$  sur le domaine de  $x$ . Trois régions apparaissent :

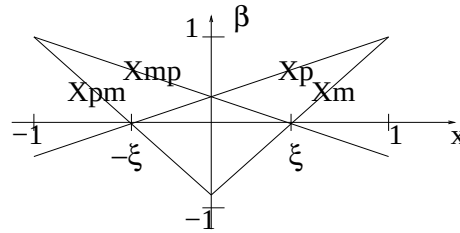


FIG. 1.13 – Les différentes régions pour la construction de  $H$  à partir des doubles distributions.

##### 1. Région $\xi < x < 1$ :

Dans ce domaine seule la première intégrale du membre de droite de l'équation (1.69) contribue et donne

$$H_{DD}^q(x, \xi) = \frac{1}{\xi} \int_{X_m}^{X_p} d\beta \left( F^{qv}\left(\beta, \frac{x - \beta}{\xi}\right) + F^{\bar{q}}\left(\beta, \frac{x - \beta}{\xi}\right) \right).$$

Les DD (1.64) présentent des singularités pour  $\beta = 0$ . Cette valeur de  $\beta$  n'est atteinte que pour  $X_m = 0$ , soit  $x = \xi$ . Pour la partie de valence, l'intégrale est convergente en ce point car la singularité a une dimension supérieure à -1. En revanche, pour la partie antiquark, l'intégrale de la distribution de quark  $q$  est divergente : il faut alors vérifier que la DD composite est convergente. Or on a

$$\lim_{\substack{\beta \rightarrow 0 \\ |x=\xi}} h(\beta, 1 - \frac{\beta}{\xi}) \propto \left(\frac{2}{\xi}\right)^b \beta^b.$$

Il apparaît donc que si  $\beta^b$  compense la singularité de la distribution d'antiquark, alors l'intégrale est convergente. Dans le cas de MRST98, cf. (1.67),  $b$  doit être supérieur à 0.2712. Cette valeur limite est bien sûr indicative pour une application dans le cas général.

## 2. Région $-\xi < x < \xi$ :

Dans ce domaine les deux intégrales de l'équation (1.69) contribuent

$$\begin{aligned} H_{DD}^q(x, \xi) &= \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta \left( F^{qv}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) + F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \right) \\ &- \frac{1}{\xi} \int_0^{X_{mp}} d\beta F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}). \end{aligned}$$

Ce domaine est particulier car chacune des intégrales pour  $\bar{q}$  prise indépendamment diverge sauf aux points  $x = \pm\xi$ . Mais les domaines d'intégration des deux intégrales se superposent partiellement et en particulier sur l'axe  $\beta = 0$ . En régularisant les intégrales avec la borne inférieure  $\epsilon > 0$ , il est possible de les soustraire et on a pour la fonction de profil  $h$  de l'équation (1.65) au point de divergence

$$\begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} h(\epsilon, \frac{x-\epsilon}{\xi}) - h(\epsilon, \frac{x+\epsilon}{\xi}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} (1 - (\frac{x-\epsilon}{\xi})^2)^b - (1 - (\frac{-x-\epsilon}{\xi})^2)^b \\ (x \neq 0) \&(x \neq \pm\xi) &= (1 - (\frac{x}{\xi})^2)^{b-1} 4b \frac{x}{\xi^2} \epsilon. \end{aligned}$$

La différence des deux fonctions de profil à intégrer donne donc un facteur  $\beta^1$  vers 0 qui compense la divergence de la distribution des partons de la mer.

Le point  $x = 0$  est exclu de l'étude précédente, mais en ce point les domaines d'intégrations se recouvrent exactement, et la différence des intégrales est nulle.

Pour une implémentation numérique, où l'intégration discrète est sensible aux singularités, il convient de définir la quantité

$$\Delta F^{\bar{q}}(\beta, x, \xi) = F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) - F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}),$$

sur laquelle portera l'intégration. Il est aussi préférable de séparer le domaine en deux, suivant  $X_p > X_{mp}$  ou  $X_p < X_{mp}$ .

### 3. Région $-1 < x < -\xi$ :

dans ce domaine seule la seconde intégrale contribue, et pour les mêmes raisons que dans le premier domaine, cette intégrale converge.

La GPD  $H$  sera donc implémentée selon la forme suivante :

$$H^q(x, \xi, t) = \begin{cases} x \geq \xi : & \frac{1}{\xi} \int_{x_m}^{X_p} d\beta \left( F^{q_v}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}, t) + F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}, t) \right) \\ 0 \leq x < \xi : & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta F^{q_v}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}, t) \\ & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_{mp}} d\beta \Delta F^{\bar{q}}(\beta, x, \xi, t) + \frac{1}{\xi} \int_{X_{mp}}^{X_p} d\beta F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}, t) \\ & + D^q(x/\xi, t) \\ -\xi < x < 0 : & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta F^{q_v}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \\ & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta \Delta F^{\bar{q}}(\beta, x, \xi) - \frac{1}{\xi} \int_{X_p}^{X_{mp}} d\beta F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}) \\ & + D^q(x/\xi, t) \\ x \leq -\xi : & -\frac{1}{\xi} \int_{X_{pm}}^{X_{mp}} d\beta F^{\bar{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}) \end{cases} \quad (1.71)$$

La figure 1.14 présente la distribution  $H$  pour différentes valeurs des paramètres. Il faut remarquer les formes des distributions pour  $(\xi = 0.1, b = 1)$  et  $(\xi = 0.2, b = 10)$  qui sont proches et qui confirment le rôle du paramètre  $b$ . La dépendance en  $Q^2$  dans la gamme montrée ne joue pas un grand rôle au niveau de la distribution. L'effet des deux paramétrisations de la dépendance en  $t$  apparaît clairement. Pour la forme factorisée, elle se traduit par une simple homothétie, alors que pour le type Regge elle se traduit par une déformation de la forme de la distribution.

La figure 1.15 présente le D-term pour différentes valeurs de  $\xi$ . La dépendance en  $t$  est triviale et n'est donc pas tracée.

#### 1.4.2 La distribution $E(x, \xi, t)$

La référence [22] propose une modélisation de la distribution  $E$  dont une partie vient de Double Distributions et l'autre du D-term. Le D-term est au signe près exactement le même que pour  $H$ , ceci étant contraint par l'équation (1.61). La DD dans  $E$  s'écrit

$$K^q(\beta, \alpha, t) = h(\beta, \alpha) e_q(\beta) f_e(t),$$

où  $h(\beta, \alpha)$  est la même fonction de profil que pour  $H$ .

La dépendance en  $t$  est supposée suivre celle du facteur de forme élastique, soit  $f_e(t) = (1 - t/(0.71\text{GeV}^2))^{-2}$ .

Pour respecter le lien de  $E$  avec le facteur de forme élastique  $F_2(t)$  de l'équation (1.58) et la règle de somme de Ji de l'équation (1.62), les auteurs proposent de modéliser  $e_q(\beta)$  sous la forme

$$e_q(\beta) = A^q q_v(\beta) + B^q \delta(\beta).$$

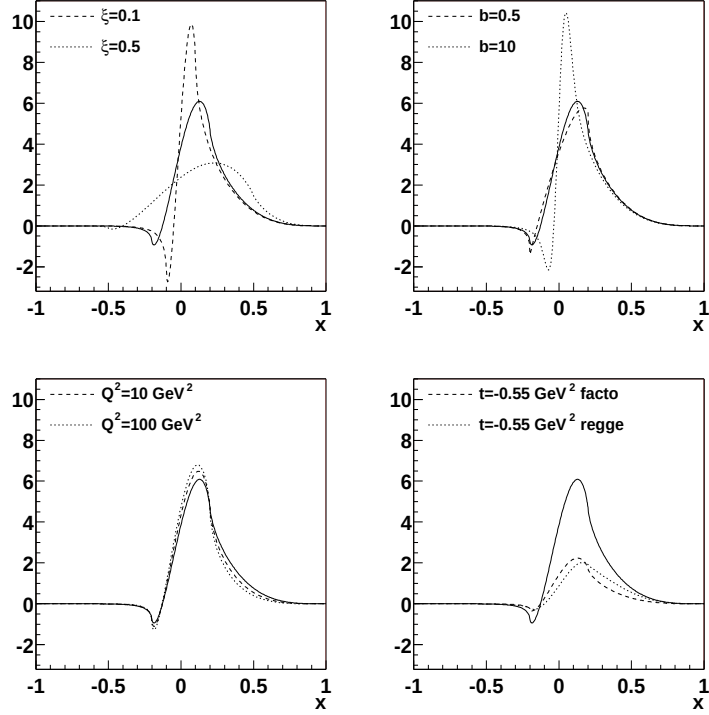


FIG. 1.14 – GPD  $H^u(x, \xi, t)$  pour différentes valeurs de  $\xi$ ,  $b$ ,  $Q^2$  et  $t$ . La courbe en trait plein correspond sur chaque dessin à  $\xi = 0.2$ ,  $b = 1$ ,  $Q^2 = 2\text{GeV}^2$  et  $t = 0\text{GeV}^2$ .

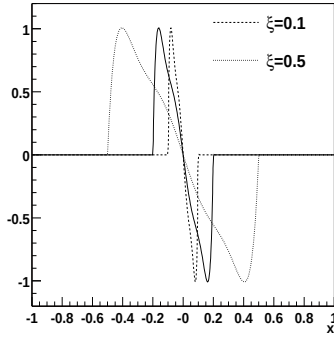


FIG. 1.15 – D-term de  $H$  pour différents  $\xi$  à  $t = 0\text{GeV}^2$ . La courbe en trait plein correspond à  $\xi = 0.2$ .

Les paramètres  $A^q$  et  $B^q$  sont

$$A^q = \frac{2J^q - M^q}{M^{qv}} \quad \text{et} \quad B^q = \kappa^q - N_q A^q,$$

où  $\kappa^q$  est le moment magnétique anormale pour la saveur de quark  $q$  et  $N_q$  le nombre de quarks  $q$  de valence dans le nucléon.  $J^q$  est la contribution du quark  $q$  au moment angulaire



total des quarks, *c'est le paramètre libre*.  $M^q$  et  $M^{q_v}$  sont les fractions d'impulsion portées par l'ensemble des quarks de saveur  $q$  et par l'ensemble des quarks de valence de saveur  $q$ . Ces quantités sont définies par

$$M^q = \int_0^1 dx x (q(x) + \bar{q}(x)) \quad \text{et} \quad M^{q_v} = \int_0^1 dx x q_v(x).$$

Parce que l'intégration d'une distribution  $\delta()$  est difficile à implémenter numériquement il vaut mieux intégrer analytiquement la seconde partie de  $e_q$ , ce qui donne pour  $E$  :

$$E_{DD}^q(x, \xi) = \begin{cases} x \geq \xi : & \frac{1}{\xi} \int_{X_m}^{X_p} d\beta K^{q_v}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \\ -\xi \leq x < \xi & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta K^{q_v}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \\ & + \frac{1}{\xi} B^q \frac{\Gamma(2b+2)}{2^{2b+1} \Gamma^2(b+1)} \left(1 - \frac{x^2}{\xi^2}\right)^b \\ x \leq -\xi : & 0 \end{cases}$$

Cette modélisation est intéressante dans la mesure où ses paramètres sont directement les contributions des moments angulaires de quarks au spin du nucléon. Si les observables se révèlent sensibles à cette GPD, cette modélisation sera utile.

Les figures 1.16 et 1.17 représentent les GPD  $E^u$  et  $E^d$  pour différentes valeurs des paramètres  $\xi$  et  $J^u$  et  $J^d$ . La dépendance en  $b$  est la même que pour  $H$ , et la dépendance en  $t$  est triviale.

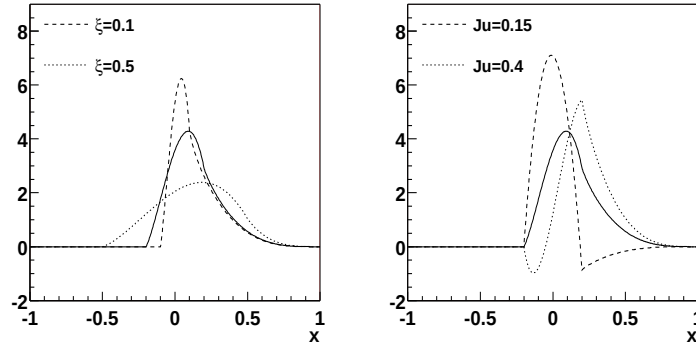


FIG. 1.16 – GPD  $E^u(x, \xi, t)$  pour différentes valeurs des paramètres. La courbe en trait plein correspond sur chaque dessin à  $\xi = 0.2$ ,  $b = 1$ ,  $Q^2 = 2GeV^2$  et  $t = 0GeV^2$ .

### 1.4.3 La distribution $\tilde{H}(x, \xi, t)$

La distribution  $\tilde{H}$  est modélisée à partir de la Double Distribution  $\tilde{F}^q$

$$\tilde{F}^q(\beta, \alpha, t) = h(\beta, \alpha) \Delta q(\beta) g_A^q(t) / g_A^q(0),$$

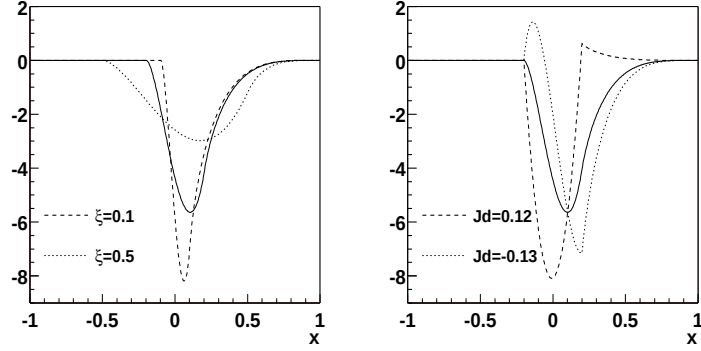


FIG. 1.17 – GPD  $E^d(x, \xi, t)$  pour différentes valeurs des paramètres. La courbe en trait plein correspond sur chaque dessin à  $\xi = 0.2$ ,  $b = 1$ ,  $Q^2 = 2\text{GeV}^2$  et  $t = 0\text{GeV}^2$ .

où  $g_A^q$  est le facteur de forme axial pour une saveur  $q$ , qui s'obtient par combinaison des facteurs de forme isovectoriel  $g_A^{u-d}(t) = g_A(t)$  et isoscalaire  $g_A^{u+d}(t)$ . Pour les applications, la valeur donnée par le modèle SU(3) sera utilisé :  $g_A^{u+d}(t) = 3/5 g_A(t)$ .

Les distributions de quark polarisées sont paramétrées dans la référence [30], à partir des distributions non polarisées MRST98 à  $1\text{GeV}^2$  suivant la forme  $\Delta q(x) \propto x^{a_q} q(x)$ , où  $a_q$  peut aller de 0.25 à 0.5.

Il n'y a pas de problèmes d'intégration dans le cas polarisé et la distribution  $\widetilde{H}$  sera implémentée sous la forme :

$$\widetilde{H}_{DD}^q(x, \xi) = \begin{cases} x \geq \xi : & \frac{1}{\xi} \int_{X_m}^{X_p} d\beta \left( \widetilde{F}^{qv}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) + \widetilde{F}^{\overline{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \right) \\ -\xi \leq x < \xi : & \frac{1}{\xi} \int_0^{X_p} d\beta \left( \widetilde{F}^{qv}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) + \widetilde{F}^{\overline{q}}(\beta, \frac{x-\beta}{\xi}) \right) \\ & + \frac{1}{\xi} \int_0^{X_{mp}} d\beta \widetilde{F}^{\overline{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}) \\ x \leq -\xi : & \frac{1}{\xi} \int_{X_{pm}}^{X_{mp}} d\beta \widetilde{F}^{\overline{q}}(\beta, \frac{x+\beta}{\xi}) \end{cases}$$

Ici aucune condition polynomiale n'impose de D-term, donc  $\widetilde{H}$  n'a que la partie DD. La figure 1.18 présente  $\widetilde{H}^u(x, \xi, t)$  en fonction de  $x$  pour différents paramètres  $\xi$  et  $b$ . Les variations de  $\widetilde{H}$  suivant  $b$  sont moins marquées que pour  $H$ . Ceci est dû au fait que les distributions de quarks polarisées sont moins singulières que celles non polarisées, le rôle modérateur de  $b$  s'en trouve réduit.

#### 1.4.4 La distribution $\widetilde{E}(x, \xi, t)$

$\widetilde{E}$  contient un pôle de pion. Cette contribution est présentée sur la figure 1.19. Pour un transfert  $t$  petit cette contribution doit dominer  $\widetilde{E}$ . Des calculs dans le cadre du modèle de soliton chiral [31] confirment cette hypothèse. En conséquence,  $\widetilde{E}$  est modélisée uniquement

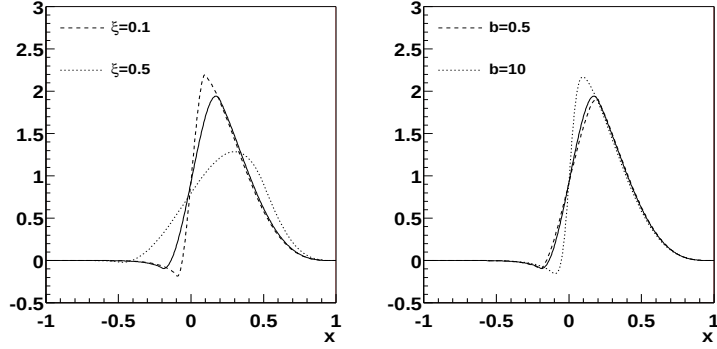


FIG. 1.18 – GPD  $\widetilde{H}^u(x, \xi, t)$  pour différentes valeurs de  $\xi$  et  $b$ . La courbe en trait plein correspond sur chaque dessin à  $\xi = 0.2$ ,  $b = 1$  et  $t = 0 \text{ GeV}^2$ . La dépendance en  $t$  est triviale.

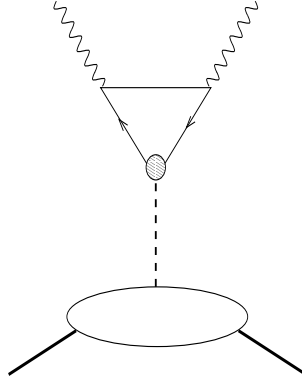


FIG. 1.19 – contribution du pôle de pion dans  $\widetilde{E}$

par un pôle de pion. Le pôle de pion sur le proton s'écrit

$$h_A^{\pi-p\text{pôle}}(t) = -g_A \frac{4M^2}{t - m_\pi^2}. \quad (1.72)$$

La diffusion sur les quarks du pion est modélisée par une amplitude de distribution asymptotique  $\phi_{as}(z) = 3/4(1 - z^2)$  où  $z$  est la fraction de moment longitudinale des quarks. Ici cette fraction est  $x/\xi$ . Pour préserver la normalisation de l'amplitude, il faut introduire un facteur  $1/\xi$ . La contribution du pôle de pion pour  $\widetilde{E}$  sur le proton s'écrit alors

$$\widetilde{E}^{\pi-p\text{pôle}}(x, \xi, t) = \theta(\xi - |x|) h_A^{\pi-p\text{pôle}}(t) \frac{1}{\xi} \phi_{as}\left(\frac{x}{\xi}\right). \quad (1.73)$$

#### 1.4.5 Convolution des Distributions de Partons Généralisées.

Dans l'amplitude DVCS ce sont les convolutions des GPD (sur le proton, cf. (1.51)) avec les noyaux intégraux  $C^\pm$  définis en (1.53) qui interviennent. Il est donc nécessaire

d'étudier la sensibilité de ces convolutions aux différents paramètres des modèles de GPD puisqu'elles seront les observables. Ces convolutions, qui seront écrites de façon générique

$$IGPD(\xi, t, Q^2) = \int_{-1}^1 dx C^\pm(x, \xi) GPD(x, \xi, t, Q^2),$$

dépendent de  $\xi$ ,  $t$  et  $Q^2$ . Les singularités du noyau  $C^\pm$  sont intégrées de façon usuelle :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 dx \frac{f(x, \xi)}{x - \xi + i\varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^1 dx f(x, \xi) \frac{x - \xi - i\varepsilon}{(x - \xi)^2 + \varepsilon^2} = P \int_0^1 dx \frac{f(x, \xi)}{x - \xi} - i\pi f(\xi, \xi).$$

La partie principale de l'intégrale peut encore s'écrire :

$$P \int_0^1 dx \frac{f(x, \xi)}{x - \xi} = \int_0^1 dx \frac{f(x, \xi) - f(\xi, \xi)}{x - \xi} + f(\xi, \xi) \ln \frac{\xi}{1 - \xi},$$

où le premier terme peut être calculé numériquement puisque la fonction à intégrer n'est pas singulière.

Dans l'intégrale des GPD, donc dans l'amplitude DVCS, se trouveront donc une partie réelle, la partie principale de l'intégrale, et une partie imaginaire des GPD au point  $x = \xi$ .

#### 1.4.5.1 L'intégrale IH :

Seule la composante DD de  $H$  contribue à la partie imaginaire, car le D-term est nul en  $x = \pm\xi$ . Dans la partie réelle, il donne une contribution indépendante de  $\xi$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 dx C^+(x, \xi) D^p\left(\frac{x}{\xi}\right) &= \frac{4+1}{9} \frac{6}{9} \frac{4}{3} \int_0^1 dz \left( -4C_1^{3/2}(z) - 1.2C_3^{3/2}(z) - 0.4C_5^{3/2}(z) + \dots \right) \\ &= \frac{44}{9} \end{aligned}$$

Sur la figure 1.20 sont tracées les parties réelle et imaginaire de  $IH$  en fonction de  $\xi$  pour différents paramètres. La contribution du D-term est représentée par une translation de la référence 0 vers  $0_D$  sur l'axe des ordonnées. Jusqu'à des  $\xi$  de l'ordre de 0.1 le paramètre  $b$  influe peu sur l'intégrale. En deçà, suivant qu'il est ou non supérieur à 1, il peut jouer considérablement sur la partie réelle. La dépendance dans l'échelle  $Q^2$  est particulièrement sensible aux petits  $\xi < 0.3$  dans la partie réelle.  $Q^2$  joue principalement sur la pente de  $H$  aux points  $x \pm \xi$ . Cet effet est peu visible pour  $H$  elle-même, mais est accentué par la convolution avec le noyau  $C^+$ . La dépendance en  $Q^2$  ne change pas le signe de la partie réelle, mais l'augmente en valeur absolue. La gamme très large de  $Q^2$  est exagérée pour mettre en évidence ce phénomène. Cependant, entre  $Q^2 = 2GeV^2$  et  $Q^2 = 10GeV^2$ , les variations sont déjà prononcées, et ces observations pourraient être utiles lors de la déconvolution de  $H$  à partir de l'observable  $IH$ . La dépendance en  $t$  offre des résultats remarquables : la paramétrisation de type Regge non seulement change le signe par rapport au cas factorisé, mais augmente aussi considérablement la valeur absolue de la partie réelle. En revanche la partie imaginaire ne présente pas une telle sensibilité.

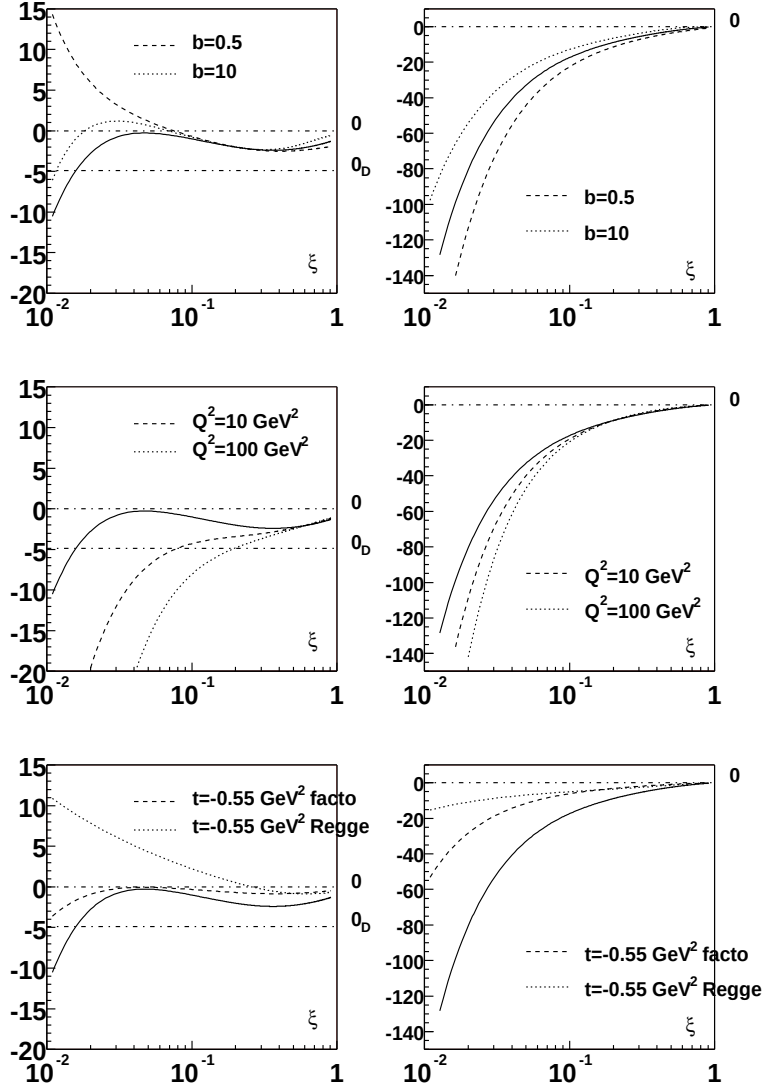


FIG. 1.20 – Variations des parties réelle (colonne de gauche) et imaginaire (colonne de droite) de l'intégration de  $H$  dans l'amplitude DVCS. Les courbes en trait plein correspondent à  $b = 1$ ,  $t = 0\text{GeV}^2$  et  $Q^2 = 2\text{GeV}^2$ .

#### 1.4.5.2 L'intégrale IE :

Les remarques concernant l'influence de paramètre  $b$  s'appliquent aussi à  $E$ . Sur la figure 1.21 sont tracées les variations de  $E$  pour certains paramètres. La partie en  $B^q$  est symétrique en  $x$ , donc pour le DVCS, où seule la composante antisymétrique de  $E$  est retenue, cette partie ne contribue pas. La partie imaginaire de l'intégrale de  $E^q$  est donc proportionnelle à  $A^q$ . La partie réelle de l'intégrale est fortement déterminée par la donnée des  $J^q$ . La dépendance en  $Q^2$  implique peu de variations, puisque seules les distributions

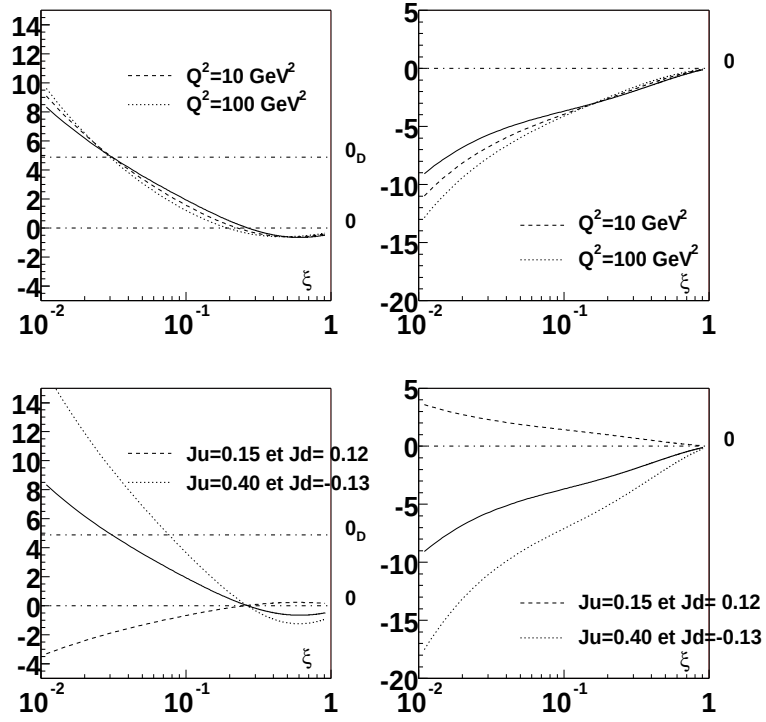


FIG. 1.21 – Variations des parties réelle (colonne de gauche) et imaginaire (colonne de droite) de l'intégration de  $E$  dans l'amplitude DVCS. Les courbes en trait plein correspondent à  $b = 1$ ,  $t = 0 \text{ GeV}^2$ ,  $J_u = 0.3$ ,  $J_d = -0.03$  et  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ .

de valence sont incluses explicitement dans la modélisation de  $E$ .

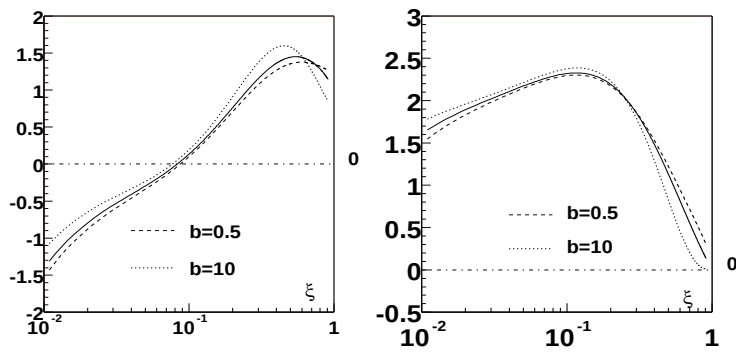


FIG. 1.22 – Variations des parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) de l'intégration de  $\tilde{H}$  dans l'amplitude DVCS. Les courbes en trait plein correspondent à  $b = 1$ ,  $t = 0 \text{ GeV}^2$ . Ces courbes sont les mêmes pour tout  $Q^2$ .

### 1.4.5.3 L'intégrale $I\tilde{H}$ :

L'intégrale de  $\tilde{H}$  contient les parties réelles et imaginaires et il n'y a aucun point particulier à mentionner, comme le montre la figure 1.22.

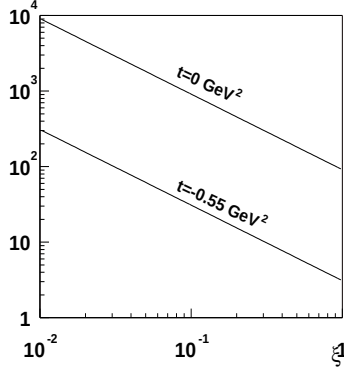


FIG. 1.23 – Intégrale de la distribution  $\tilde{E}$  en fonction de  $\xi$ , pour deux valeurs de  $t$ .

### 1.4.5.4 L'intégrale $I\tilde{E}$ :

L'intégration de  $\tilde{E}$  est triviale et se fait analytiquement :

$$\int_{-1}^1 dx C^-(x, \xi) \tilde{E}^p(x, \xi, t) = h_A(t) \frac{1}{2\xi}.$$

Il faut remarquer la grande valeur de cette contribution réelle par rapport aux autres distributions. Cependant, dans l'expression de l'amplitude DVCS les intégrales de  $E$  et  $\tilde{E}$  sont multipliées par un facteur  $\Delta/2M$  qui réduit leurs contributions.

## 1.4.6 Remarques

Il est utile de définir, *dans le cadre des modèles présentés*, les régions les plus sensibles aux paramètres, c'est à dire les plus intéressantes pour des mesures expérimentales. De manière générale, la sensibilité des modèles aux paramètres est plus grande pour des  $\xi \sim x_B/2$  de l'ordre de  $10^{-1}$  et plus petits. Des mesures sur une large gamme en  $Q^2$  seront aussi nécessaires. La sensibilité de l'intégrale de  $E$  aux paramètres  $J^q$  est forte sur l'ensemble des  $\xi$ . Cette intégrale est pondérée par un facteur  $\Delta/2M$  dans l'amplitude : pour être sensible à  $E$  il faudra se placer au plus grand  $t$  permis et à un  $x_B$  modéré afin de limiter la sensibilité de l'amplitude aux autres paramètres. Il faut cependant prendre ces remarques avec précautions car elles dépendent directement du modèle.

Il peut sembler étrange que les observables ne soient pas très sensibles aux différents paramètres pour les grands  $\xi$ , pour lesquels la région nouvelle  $-\xi < x < \xi$  est grande. Il est possible que les différents modèles, par manque d'éléments, prennent mal en compte cette région et en sous estiment l'influence. Il est certain que de nouveaux modèles et

des améliorations substantielles des modèles existants vont apparaître. Les conclusions principales de cette partie résisteront probablement parce que tous ces modèles sont déjà contraints, mais il ne faut pas s'y attacher de façon définitive.

## 1.5 Observables DVCS

Avec le formalisme développé précédemment, il faut maintenant calculer les quantités à mesurer et les confronter aux contraintes expérimentales afin de savoir ce qui sera effectivement accessible.

- Idéalement il faudrait accéder aux GPD directement. Cependant, elles apparaissent dans l'amplitude au sein de *convolutions qui seront les observables*. Il faut s'y résoudre : en dehors du point  $x = \xi$  qui lui mêmes est très particulier, les GPD ne seront connues qu'indirectement. Ce n'est qu'à travers des modèles ou en les projetant sur une base de fonctions que les GPD seront étudiées. Mais ceci n'est qu'une difficulté théorique supplémentaire par rapport aux cas DIS et diffusion élastique. Ce qui est intéressant est justement de confronter les données aux modèles, que ce soit directement ou indirectement. La question qui vient alors est de savoir quelle précision est accessible dans la détermination d'autres quantités dérivées comme, par exemple, la contribution des quarks au spin du nucléon.
- Sans s'intéresser exclusivement aux GPD, la détermination de *l'amplitude DVCS* complète permettra d'obtenir des informations sur la distribution transverse des partons dans le nucléon, comme proposé dans la référence [20].
- Mais avant tout il faut être sûr de la dominance du twist 2 pour des cinématiques accessibles expérimentalement.

C'est sur ces trois différents points que doit se porter l'attention expérimentale, en commençant par le dernier qui est une condition de validité du formalisme.

### 1.5.1 Structure des amplitudes

Indépendamment de la notion de twist, l'amplitude DVCS s'écrit (Eq (1.29))

$$T_{h'h'_e h'_p h_e h_p}^{VCS} = \frac{e_l}{Q^2} \sum_{h=-1,0,1} C_{h'_e h_e}^h(\epsilon, \theta, \phi) M_{h'h'_p h h_p},$$

où les hélicités sont définies dans le centre de masse (1.3). Les amplitudes d'hélicité  $M_{h'h'_p h h_p}$  vérifient la propriété générale (1.30) imposée par la parité :

$$M_{h'h'_p h h_p} = (-1)^{h'_p + h' + h_p + h - 1} M_{-h' - h'_p - h - h_p}.$$

Avec les équations (1.28) et (1.54), les amplitudes d'hélicité *au twist 2* s'écrivent

$$M_{h'h'_p h h_p} = e^2 \varepsilon^\alpha(h) \varepsilon'^{\beta*}(h') \bar{u}(P + \frac{\Delta}{2}, h'_p) \left( S_{\alpha\beta} \Gamma_+^p(\xi, t) + A_{\alpha\beta} \tilde{\Gamma}_-^p(\xi, t) \right) u(P - \frac{\Delta}{2}, h_p).$$



On introduit alors les quantités suivantes :

$$\begin{aligned}s(h', h) &= \varepsilon^\alpha(h) \varepsilon'^{\beta*}(h') S_{\alpha\beta}, \\ a(h', h) &= \varepsilon^\alpha(h) \varepsilon'^{\beta*}(h') A_{\alpha\beta}.\end{aligned}$$

Ces nombres sont réels et représentent la structure associée à la diffusion d'un photon profondément inélastique sur une ligne de quark sans masse. Si  $\Delta_\perp = 0$ , ces quantités vérifient exactement  $s(\pm, \mp) = 0 = a(\pm, \mp)$  et  $s(\pm, 0) = 0 = a(\pm, 0)$ . C'est la conséquence de la conservation de l'hélicité des quarks sans masses par l'interaction électromagnétique, de la conservation du moment angulaire et de la colinéarité des quarks pour  $\Delta_\perp = 0$ . En terme de DVCS, au twist 2, celui-ci conserve donc l'hélicité des photons. Pour changer cette hélicité d'une unité, c'est-à-dire pour avoir une contribution non nulle de la partie longitudinale du photon virtuel, il faut introduire des termes de twist 3 avec un couplage dur de gluon pour transporter la différence d'hélicité. Pour avoir un changement de deux unités il faut ajouter des couplages durs supplémentaires donc des termes de twist encore supérieur. Certains termes de twist 3 d'ordre  $\Delta_\perp/Q$  ont été ajoutés à l'amplitude twist 2 pour la rendre invariante de jauge. Ces termes donnent une contribution de la partie longitudinale, c'est à dire  $s(h', 0) \propto \Delta_\perp/Q \neq 0$ .

Dans l'amplitude au twist 2 invariante de jauge, la parité impose que ces fonctions des hélicités suivent les relations :

$$\begin{aligned}s(h', h) &= (-1)^{h+h'} s(-h', -h), \\ a(h', h) &= (-1)^{h+h'-1} a(-h', -h).\end{aligned}$$

Dans l'amplitude interviendront des facteurs traduisant la structure en spin ou hélicité du nucléon comme  $U(h'_p, h_p) = \bar{u}(p', h'_p) \gamma^+ u(p, h_p)$  pour  $H$  et  $\tilde{U}(h'_p, h_p) = \bar{u}(p', h'_p) \gamma^+ \gamma^5 u(p, h_p)$  pour  $\tilde{H}$ . Ces facteurs vérifient les relations :

$$\begin{aligned}U(h'_p, h_p) &= (-1)^{h'_p+h_p-1} U(-h'_p, -h_p) \text{ pour } H \text{ et } E, \\ \tilde{U}(h'_p, h_p) &= (-1)^{h'_p+h_p} \tilde{U}(-h'_p, -h_p) \text{ pour } \tilde{H} \text{ et } \tilde{E}.\end{aligned} \tag{1.74}$$

C'est pourquoi il est souvent dit abusivement de  $H$  et  $E$  qu'elles ne dépendent pas de l'hélicité du nucléon, et inversement pour  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$ . Il faut ajouter à ces remarques que les structures associées à  $H$  et  $\tilde{H}$  conservent l'hélicité du nucléon (définie dans le centre de masse (1.3)) au *premier ordre en*  $\Delta_\perp/Q$ , et inversement pour  $E$  et  $\tilde{E}$ .

Calculés dans le repère du photon virtuel (1.8) ou du centre de masse (1.10), les facteurs  $U$  et  $\tilde{U}$  sont réels. Les parties réelles ou imaginaires des amplitudes d'hélicité dépendent dans ces repères respectivement de parties réelles ou imaginaires des intégrales de convolution des GPD.

La section efficace se décompose en trois contributions, le module carré de l'amplitude VCS, le module carré de l'amplitude Bethe-Heitler, et le terme d'interférence :

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma^{VCS} + \sigma^I + \sigma^{BH}, \\ &\propto |T^{VCS}|^2 + I + |T^{BH}|^2,\end{aligned}$$

où

$$I = T^{VCS} T^{BH*} + T^{VCS*} T^{BH}.$$

### 1.5.2 Section efficace non polarisée

La première méthode expérimentale consiste en la mesure de la section efficace non polarisée du DVCS. En utilisant le formalisme des amplitudes d'hélicité, la contribution du VCS s'écrit

$$\begin{aligned} \sigma^{VCS} \propto |T^{VCS}|^2 = \frac{\epsilon^6}{Q^2(1-\epsilon)} \sum_{h'_p h_p} & \left[ |M_{+h'_p+h_p}|^2 + |M_{+h'_p-h_p}|^2 + 2\epsilon |M_{+h'_p 0 h_p}|^2 \right. \\ & - 2 \cos \phi \sqrt{\epsilon} \sqrt{1+\epsilon} \operatorname{Re} \left\{ \left( M_{+h'_p+h_p} - M_{+h'_p-h_p} \right) M_{+h'_p 0 h_p}^* \right\} \\ & \left. - 2\epsilon \cos 2\phi \operatorname{Re} \left\{ M_{+h'_p+h_p} M_{+h'_p-h_p}^* \right\} \right]. \end{aligned}$$

Cette forme a cela d'utile qu'elle met en évidence de façon simple le comportement de la section efficace VCS. Elle se décompose en

$$\sigma^{VCS} = \sigma_T + \epsilon \sigma_L + \sqrt{2\epsilon(1+\epsilon)} \cos \phi \sigma_{LT} + \epsilon \cos 2\phi \sigma_{TT},$$

où l'indice  $T, L$  se rapporte à l'hélicité du photon virtuel ( $T \rightarrow \pm 1, L \rightarrow 0$ ). A chacune de ces contributions correspond un comportement fonction de l'angle azimutal  $\phi$ . Au twist 2, comme expliqué précédemment, seule l'amplitude transverse  $M_{+h'_p+h_p}$  contribue. La section efficace est plate en  $\phi$ . Les variations en  $\phi$  de l'amplitude proviennent de termes de twist supérieur.

Il n'y a pas d'intérêt à développer  $\sigma^{BH}$ , mais il est important de noter qu'elle est paire en  $\phi$  lorsque le faisceau ou la cible n'ont pas de polarisation transverse.

En revanche, le terme d'interférence contient des informations intéressantes. L'amplitude Bethe-Heitler est une fonction non triviale de l'angle  $\phi$ . Cependant au premier ordre en  $\Delta_\perp/Q$  cette dépendance se factorise en une exponentielle complexe  $e^{i\phi}$ , et dans la référence [32] se trouve une expression analytique du terme d'interférence obtenu :

$$\begin{aligned} \sigma^I \propto I = \frac{\epsilon^6 M}{t Q \sqrt{1-\epsilon} x_B \sqrt{1-x_B}} & \left[ \cos \phi \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \operatorname{Re} \left\{ \widehat{M}_{++} \right\} \right. \\ & \left. - \cos 2\phi \sqrt{1+\epsilon} \operatorname{Re} \left\{ \widehat{M}_{+0} \right\} - \cos 3\phi \sqrt{\epsilon} \operatorname{Re} \left\{ \widehat{M}_{+-} \right\} \right], \end{aligned} \quad (1.75)$$

où

$$\begin{aligned} \widehat{M}_{h'h}(Q^2, x_B, \Delta_\perp) = & \frac{\Delta_\perp}{M} [(1-x_B)G_M - (1-x_B/2)F_2] \cdot M_{h'-h-} \\ & + \frac{\Delta_\perp}{M} [G_M - (1-x_B/2)F_2] \cdot M_{h'+h+} \\ & + \left[ x_B^2 G_M + \frac{\Delta_\perp^2}{2M^2} F_2 \right] \cdot M_{h'-h+} \\ & - \frac{\Delta_\perp^2}{2M^2} F_2 \cdot M_{h'+h-}, \end{aligned}$$

avec  $G_M$  et  $F_2$  les facteurs de forme magnétique et de Pauli du proton évalués pour le transfert  $t$ . L'interférence, comme les modules carrés des amplitudes individuelles, est paire en  $\phi$  dans le cas non polarisé. C'est un résultat utile pour les mesures expérimentales.

Lors d'une mesure de section efficace DVCS non polarisé, les trois contributions  $\sigma^{VCS}$ ,  $\sigma^I$  et  $\sigma^{BH}$  s'ajoutent. Il faut voir comment une telle mesure permet d'atteindre les buts qui ont été fixés précédemment.

- Tout d'abord pour ce qui est de la validation du handbag : comme proposé dans la référence [32] la projection des sections efficaces sur la base de fonctions trigonométriques  $\cos n\phi$  permet d'obtenir les coefficients décrits plus haut. Cependant, ces coefficients sont difficiles à estimer du fait du mélange des différents twists et ordres en  $1/Q$  dans le terme d'interférence, et de la dépendance non triviale en  $\phi$  de  $\sigma^{BH}$ . Pour obtenir des conclusions fiables, il faut se placer dans un régime cinématique où

$$\sigma^{VCS} \gg \sigma^{BH}.$$

D'après les expressions précédentes, il faut, pour être dans cette région, que  $\epsilon$  soit proche de 1, c'est à dire que le faisceau de leptons incidents soit de très haute énergie. La figure 1.24 représente pour une cinématique typique de COMPASS les contributions du Bethe-Heitler, du VCS et la somme cohérente des deux (avec les paramètres des modèles de GPD :  $b = 1$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $J^u = 0.34$  et  $J^d = -0.03$ ). Dans le calcul twist2 invariant de jauge ont été introduits des termes de twist3, c'est pourquoi le VCS a une dépendance en  $\phi$  non nulle du type  $\cos \phi$ . Le terme d'interférence qui est à peu de chose près la différence entre le VCS et le Bethe-Heitler possède comme attendu une dépendance en  $\cos \phi$  plus marquée.

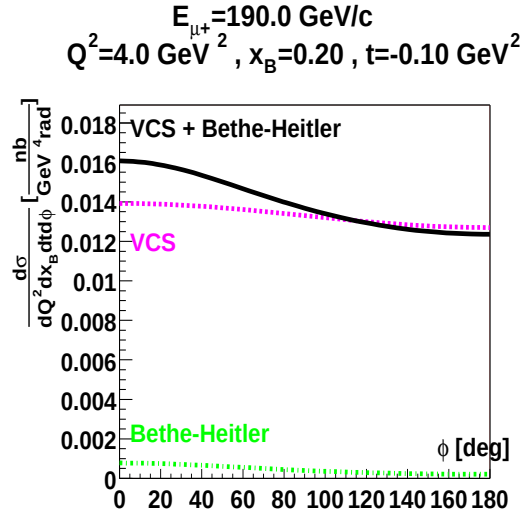


FIG. 1.24 – Contribution du VCS et du Bethe-Heitler à la section efficace DVCS pour une cinématique typique de COMPASS en fonction de l'angle  $\phi$

- Lors d’une mesure de section efficace dans un domaine où le DVCS domine (sur un autre domaine l’interprétation des résultats sera difficile), ce seront principalement les modules carrés des intégrales de convolution qui seront mesurés :

$$|IH|^2 = \left( P \int dx G^+(x, \xi) H_a(x, \xi, t) \right)^2 + \pi^2 H_a^2(\xi, \xi, t).$$

C’est une information globale qui permet de contraindre les modèles de la même façon que le font les parties isolées des intégrales.

- N’ayant pas indépendamment les parties réelle et imaginaire de l’amplitude, il n’est pas possible d’obtenir la phase mais seulement le module de l’amplitude. Pour accéder à l’amplitude complète, qui est nécessaire pour certaines études, il faut mesurer la partie réelle ou la partie imaginaire de l’amplitude par une des méthodes suivantes. La figure 1.25 donne un exemple des variations de la section efficace totale en fonction de  $t$  qui contiennent des informations sur les distributions transverses de quarks dans le nucléon.

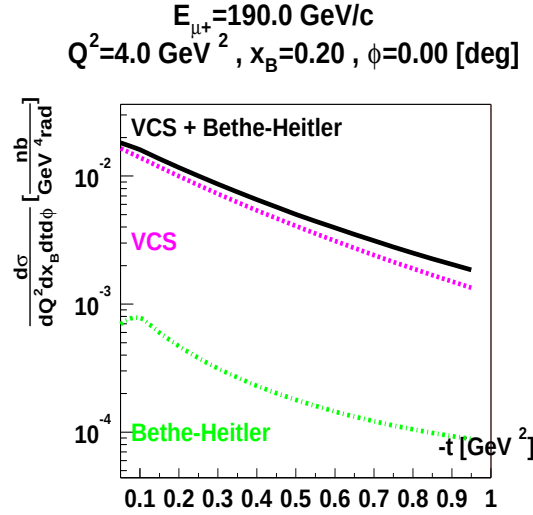


FIG. 1.25 – Contribution du VCS et du Bethe-Heitler à la section efficace DVCS pour une cinématique typique de COMPASS en fonction du transfert  $t$ .

### 1.5.3 Asymétrie de spin simple

Une seconde méthode expérimentale est la mesure de l’asymétrie de spin du faisceau encore appelée asymétrie de spin simple (SSA). Cette asymétrie est définie par

$$SSA := \frac{\sigma^{h_e=+1/2} - \sigma^{h_e=-1/2}}{\sigma^{h_e=+1/2} + \sigma^{h_e=-1/2}} = \frac{\sigma^{\uparrow} - \sigma^{\downarrow}}{\sigma^{\uparrow} + \sigma^{\downarrow}}.$$

La section efficace VCS dépendant de l'hélicité des leptons est

$$\begin{aligned}
\sigma_{hel}^{VCS} \propto |T_{hel}^{VCS}|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{h'h'_ph_p} |T_{h'h'_eh'_ph_p}^{VCS}|^2 \\
&= |T_{h'_eh_e}^{VCS}|^2 \delta_{h'_eh_e} \\
&- \frac{e^6 \delta_{h'_eh_e}}{Q^2(1-\epsilon)} \sum_{h'_ph_p} 2h_e \sqrt{\epsilon(1-\epsilon)} \sin \phi \text{Im} \left\{ (M_{+h'_p+h_p} - M_{+h'_p-h_p}) M_{+h'_p0h_p}^* \right\}.
\end{aligned} \tag{1.76}$$

Dans l'asymétrie de spin, le VCS contribue par un terme de twist supérieur (amplitude  $TL$ ) avec une dépendance en  $\sin \phi$  mais aussi avec un facteur  $\sqrt{1-\epsilon}$  qui le réduit considérablement. De la même façon, en suivant la référence [32], le terme d'interférence dépendant de l'hélicité du lepton s'écrit au premier ordre en  $\Delta_\perp/Q$

$$\begin{aligned}
\sigma_{hel}^I \propto I_{hel} &= \frac{1}{2} \sum_{h'h'_ph_p} I_{h'h'_eh'_ph_p} \\
&= I \delta_{h'_eh_e} \\
&- \frac{e^6 M}{t Q} \frac{4\sqrt{2}\delta_{h'_eh_e}}{x_B \sqrt{1-x_B}} 2h_e \left( \sqrt{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \sin \phi \text{Im} \left\{ \widehat{M}_{++} \right\} - \sin 2\phi \text{Im} \left\{ \widehat{M}_{+0} \right\} \right).
\end{aligned} \tag{1.77}$$

La section efficace BH,  $\sigma^{BH}$ , n'a pas de dépendance dans l'hélicité du lepton incident. Les termes dépendants de l'hélicité du lepton incident dans  $\sigma_{hel}^I$  comme dans  $\sigma_{hel}^{VCS}$  sont impairs en  $\phi$ . Puisque le dénominateur est pair en  $\phi$ , la SSA sera impaire.

Dans la différence

$$SSD := \sigma^{h_e=+1/2} - \sigma^{h_e=-1/2},$$

apparaîtront des termes en

$$\sin \phi \left( \sigma^{I, twist 2} + \sigma^{VCS, twist 3} \right) + \sin 2\phi \left( \sigma^{I, twist 3} \right).$$

Pour que la mesure de la SSD et par conséquent celle de la SSA aient une interprétation claire en terme de twist, il faut donc que  $\sigma^I \gg \sigma^{VCS}$ , soit

$$\sigma^{BH} \gg \sigma^{VCS}.$$

Si cette condition n'est pas remplie, en plus de la difficulté d'interprétation de la SSD (le numérateur dans le cas de la SSA), le dénominateur de la SSA contiendra de surcroît des termes non négligeables dus à  $\sigma^I$ .

La figure 1.26 montre les prédictions de la SSA dans une cinématique de CLAS à JLab pour différents paramètres des modèles. Le type de dépendance en  $t$  joue sensiblement sur la SSA. En revanche l'introduction des doubles distributions pour  $E$ , pour cette valeur du transfert modifie peu la SSA. Les termes de twist 3 et la dépendance en  $\phi$  du dénominateur déforme la courbe par rapport à une sinusoïdale.

Les mesures expérimentales, pour une cinématique où  $\sigma^{BH} \gg \sigma^{VCS}$ , auront les interprétations suivantes.

- Les termes en  $\sin 2\phi$  sont de twist supérieur. Leur présence éventuelle dans l'asymétrie donnera une mesure de la dominance du handbag.

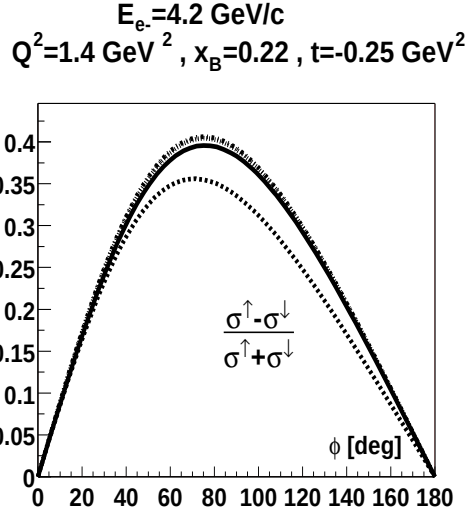


FIG. 1.26 – Prédiction d’asymétrie de spin simple auprès de CLAS à JLab. La courbe en trait plein est tracée pour les paramètres :  $b = 1$ , dépendance en  $t$  de type facteur de forme factorisée, uniquement le D-term pour  $E$ . La courbe en tirets a les paramètres :  $b = 1$ , dépendance en  $t$  de type Regge non factorisée, uniquement le D-term pour  $E$ . Les deux courbes en points et mixtes, presque confondues, ont en plus des paramètres de la courbe en trait plein les doubles distributions pour  $E$  avec les paramètres ( $J^u = 0.34$  et  $J^d = -0.03$ ) et ( $J^u = 0.4$  et  $J^d = -0.13$ ) respectivement.

- Le terme en  $\sin \phi$  contient une combinaison linéaire des GPD au point  $x = \xi$ , dont facteurs sont calculables :

$$\text{Im} \left\{ \widehat{M}_{++} \right\} \propto \cdots H_a(\xi, \xi, t) + \cdots$$

- La partie imaginaire de l’amplitude peut être reconstruite à partir de ces informations, et c’est une pièce importante pour former l’amplitude totale permettant de créer des “femto-clichés” [20][21].

#### 1.5.4 Asymétrie de charge faisceau

La dernière méthode expérimentale qui sera présentée est l’asymétrie de charge du faisceau (BCA), cette asymétrie est définie par

$$BCA := \frac{\sigma^{l^+} - \sigma^{l^-}}{\sigma^{l^+} + \sigma^{l^-}},$$

où les sections efficaces sont non polarisées. Le signe de l’amplitude VCS dépend de la charge du lepton alors que celui de l’amplitude Bethe-Heitler n’en dépend pas. En conséquence, dans la BCD

$$BCD := \sigma^{l^+} - \sigma^{l^-},$$

ne subsiste que le terme d'interférence de l'équation (1.75). La BCA est donc paire en  $\phi$ .

La BCD a une interprétation claire en terme de twist : dans la dépendance en  $\cos \phi$  se trouvent les termes de twist 2 uniquement et dans la dépendance en  $\cos 2\phi$  et  $\cos 3\phi$  se trouvent les termes d'ordre supérieur. La BCA aura une interprétation sûre dans le domaine où le Bethe-Heitler domine largement car le dénominateur est calculable. Cependant, dans les autres domaines, la BCD apportera des informations précieuses. Sur la figure 1.27 sont tracées des BCA pour les mêmes paramètres que sur la figure 1.26 mais pour une cinématique de COMPASS où le Bethe-Heitler domine. Là encore le type de dépendance en  $t$  joue un rôle important et la modélisation de  $E$  engendre des variations très faibles. Voilà résumé ce qu'apporte la mesure de la BCA :

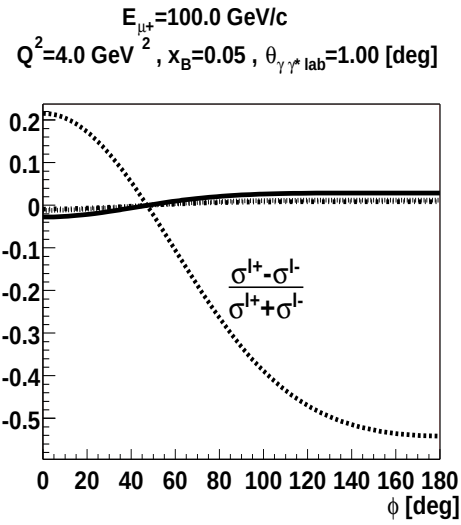


FIG. 1.27 – Prédiction d'asymétrie de charge faisceau pour une cinématique de COMPASS où le Bethe-Heitler domine. Les paramètres de différentes courbes sont expliqués dans la légende de la figure 1.26.

- Les termes en  $\cos 2\phi$  sont de twist supérieur. Leur présence éventuelle dans l'asymétrie donnera une mesure de la dominance du handbag.
- Le terme en  $\cos \phi$  contient une combinaison linéaire des parties principales des GPD :

$$Re \left\{ \widehat{M}_{++} \right\} \propto \cdots P \int dx C^+(x, \xi) H_a(x, \xi, t) + \cdots$$

- Tout comme la SSA, la BCA donne accès à des informations au niveau de l'amplitude DVCS, et en cela contribue directement à l'élaboration de l'image de la distribution transverse des partons.

### 1.5.5 Dans le futur

Comme il apparaît clairement dans les sections précédentes, il est très difficile de trouver des conditions expérimentales telles que les GPD  $E$  et  $\tilde{E}$  apportent une contribution

substantielle aux quantités mesurées. Leurs contributions sont dominées par celles de  $H$  et  $\tilde{H}$ . Le facteur  $\Delta/2M$  associé à  $E$  et  $\tilde{E}$  est par définition petit. Il est possible d'atténuer son effet en se plaçant aux limites en  $t$ , mais cela demande encore de bien connaître cette limite.

Par ailleurs, pour séparer les contributions de  $H$  et  $\tilde{H}$  il faudrait utiliser une cible polarisée et détecter la polarisation du proton de recul. Les lois de conservations des hélicités du nucléon, rappelées dans la section 1.5.1 servent alors pour sélectionner les différentes contributions. Mais ce type d'expérience est difficile à mettre en place, et ne fait pas partie des projets du futur proche.





# Chapitre 2

## Situation Expérimentale dans le monde

Dès les premiers développements du formalisme des distributions de partons généralisées (GPD), à partir de 1996, de nombreuses expériences ont été projetées pour les étudier. Si la diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique (DVCS) est le processus le plus simple pour les étudier, la production de mésons en régime profondément inélastique (HMP<sup>1</sup>) met également en jeu les GPD, et complète les informations apportées par le DVCS. Il existe bien entendu d'autres processus qui permettent d'accéder aux GPD. Il y a entre autres la photoproduction de paires de leptons[33]  $\gamma p \rightarrow l^+ l^- p$ , son équivalent mésonique[34]  $\pi N \rightarrow l^+ l^- p$  et la photoproduction de paires de protons  $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}$ [35]. Cependant, nous nous limitons ici à l'étude du DVCS et de la HMP.

Nous commençons par rappeler quelles sont les observables associées au DVCS, puis nous présentons la production de mésons. Dans le paragraphe suivant, nous comparons les différents dispositifs expérimentaux en terme d'observables mesurables. Nous présentons ensuite les premiers résultats de mesures, et les projets pour le futur. Nous finissons par définir et situer les enjeux d'une expérience de DVCS à COMPASS.

### 2.1 Rappel sur le DVCS

Le diagramme dominant représentant la diffusion Compton virtuelle dans la limite profondément inélastique à petit transfert, dit diagramme en “sac à main” ou “handbag”, est représenté sur la figure 2.1. Les variables du processus ont été définies au chapitre précédent, paragraphe 1.2.2 . Les GPD sont les fonctions paramétrant la partie “molle” du processus, c'est-à-dire la structure du nucléon qui ne peut pas être traitée de façon perturbative.

Les quatre GPD de quarks<sup>2</sup>  $H$ ,  $E$ ,  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$  sont des fonctions réelles de trois variables : la fraction d'impulsion longitudinale moyenne des quarks  $x$ , la fraction de transfert longitudinal  $\xi$  et le transfert  $t$ . Dans l'amplitude DVCS, les GPD sont convoluées suivant  $x$  par

---

<sup>1</sup>pour Hard Meson Production en anglais

<sup>2</sup>il existe aussi quatre GPD de gluons qui contribuent au processus d'échange de gluons que nous préciserons dans la section 2.4.1

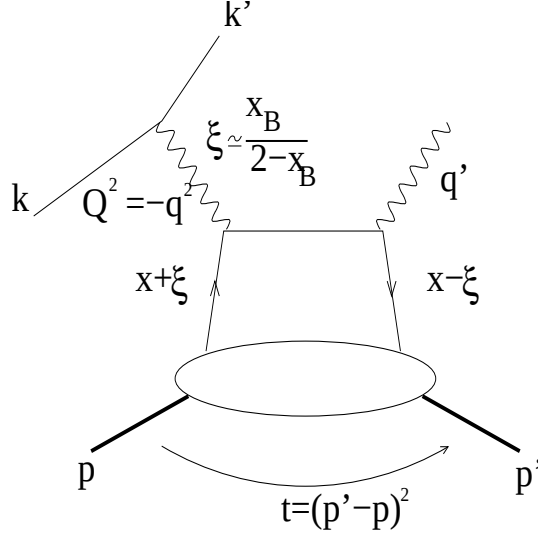


FIG. 2.1 – Diagramme “sac à main” pour le DVCS.

les propagateurs du quark en  $1/(x - \xi + i\varepsilon)$  donnant une amplitude

$$T^{VCS} \propto \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi + i\varepsilon} \dots,$$

où les points de suspension représentent des termes similaires pour  $E$ ,  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$ . Les variables  $\xi$  et  $t$  sont fixées par les conditions expérimentales. L'intégrale de convolution se décompose en une partie réelle, la partie principale de l'intégrale,  $P \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi}$ , et une partie imaginaire,  $-i\pi H(\xi, \xi, t)$ .

Il faut bien remarquer que dans l'amplitude DVCS, les GPD sont intégrées sur tout le domaine en  $x$ . Le quark qui interagit avec le photon virtuel a une fraction d'impulsion  $x + \xi$  qui est intégrée sur -1 et 1. C'est une situation complètement différente de celle de la diffusion inélastique (DIS), où la fraction d'impulsion du quark est fixée par  $x_B$ .

Le DVCS est accompagné par un processus qui s'ajoute de façon cohérente, le Bethe-Heitler, dans lequel le photon final est émis par la ligne leptonique (figure 1.5 du chapitre 1). Le rapport des contributions du DVCS et du Bethe-Heitler est dominé par le facteur  $\epsilon/(1 - \epsilon)$  associé à l'amplitude DVCS (voir la formule (1.27)), où epsilon est le taux de polarisation linéaire du photon virtuel dans le plan transverse. Ce facteur n'apparaît pas dans l'amplitude Bethe-Heitler. Pour  $Q^2$  et  $x_B$  fixés, il évolue approximativement en  $\epsilon/(1 - \epsilon) \sim k k'$ , où  $k$  est l'énergie du faisceau incident et  $k'$  l'énergie du faisceau diffusé. Si le choix des variables d'espace des phases est  $(k_{lab}^i, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma*\gamma})$ , les formules (1.17), (1.18) et (1.21) montrent que la section efficace Bethe-Heitler ne variera pas beaucoup lorsque  $k$  augmente, mais que la section efficace DVCS augmentera en  $k^2$ . En revanche, pour le choix de variables  $(Q^2, x_B, k^0, t, \phi)$ , associé à la formule (1.22), la section efficace Bethe-Heitler diminuera en  $1/k^2$  alors que la section efficace DVCS restera stable lorsque  $k$  augmente.

Plusieurs types d'observables permettent d'obtenir des informations sur les GPD, suivant le rapport des contributions du DVCS et du Bethe-Heitler :

- la section efficace, dans le domaine  $\sigma^{DVCS} \gg \sigma^{BH}$ , est proportionnelle au module carré de l'amplitude DVCS, soit

$$\sigma^{VCS} \propto \left| \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi + i\varepsilon} \dots \right|^2;$$

- l'asymétrie de spin faisceau simple (SSA<sup>3</sup>) et la différence des sections efficaces (SSD<sup>4</sup>) dans le domaine  $\sigma^{BH} \gg \sigma^{DVCS}$ , sont proportionnelles à la partie imaginaire de l'intégrale via le terme d'interférence DVCS-BH, soit

$$\sigma^{\uparrow} - \sigma^{\downarrow} \propto \text{Im} \left\{ \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi + i\varepsilon} \dots \right\} = -\pi H(\xi, \xi, t) \dots;$$

- l'asymétrie de charge faisceau (BCA<sup>5</sup>), dans le domaine  $\sigma^{BH} \gg \sigma^{DVCS}$ , et la différence des sections efficaces (BCD), indépendamment du rapport  $\sigma^{BH}/\sigma^{DVCS}$ , sont proportionnelles à la partie réelle de l'intégrale via le terme d'interférence DVCS-BH, soit

$$\sigma^{l^+} - \sigma^{l^-} \propto \text{Re} \left\{ \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi + i\varepsilon} \dots \right\} = P \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi, t)}{x - \xi} \dots;$$

- l'asymétrie de double spin (DSA<sup>6</sup> : faisceau et cible polarisés) est l'observable la plus efficace pour séparer et étudier les différentes GPD. Des études avec des cibles polarisées longitudinalement et transversalement sont nécessaires[36].

L'obtention des GPD n'est absolument pas directe. Seule l'information obtenue dans le cas de la SSA donne un accès aux GPD, mais au point très particulier  $x = \xi$ . L'étude des GPD passe a priori par une déconvolution. Cependant, pour le moment, aucune procédure proposée n'est satisfaisante. Une solution indépendante de tout modèle physique sera peut être de développer les GPD sur une base de fonctions adéquates. A l'heure actuelle, la comparaison des prédictions de modèles avec les données expérimentales est la seule observation permettant de mieux connaître les GPD.

Les GPD de quarks sont définies par saveur. Le DVCS n'offre qu'une combinaison de saveurs donnée. La production de mésons dans le régime profondément inélastique permet d'obtenir des combinaisons de saveurs différentes.

## 2.2 Production de mésons en régime profondément inélastique

Dans le chapitre 1, nous avons introduit le formalisme des GPD dans le cas particulier du DVCS. Cependant, les GPD sont des objets universels qui entrent en jeu dans de

---

<sup>3</sup>SSA : Single Spin Asymmetry

<sup>4</sup>SSD : Single Spin Difference

<sup>5</sup>BCA : Beam Charge Asymmetry

<sup>6</sup>DSA : Double Spin Asymétrie

nombreux processus, comme la production de mésons en régime profondément inélastique, qui s'écrit de façon générique

$$\gamma^* + p \rightarrow M + p', \quad (2.1)$$

où M peut être un méson pseudo-scalaire comme  $\pi^{0,\pm}$  et  $\eta$  ou un méson vecteur comme  $\rho^{0,\pm}$ ,  $\omega$  et  $\phi$ . La preuve de factorisation est donnée dans la référence [37] pour un photon virtuel *longitudinal*. La contribution du photon virtuel transverse est réduite d'un facteur  $1/Q^2$ . Dans la limite profondément inélastique, cette contribution ne sera pas prise en compte. La figure 2.2 présente le graphe associé à la production de méson. La contribution des mésons

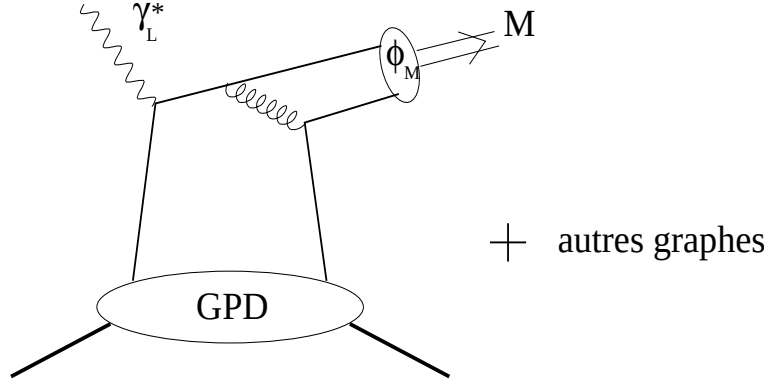


FIG. 2.2 – Un diagramme “sac à main” (handbag) pour la production de méson.

vecteurs transverses provient de termes de twist supérieur [38].

Les différentes réactions de production dure d'un méson (HMP) se distinguent par le type de GPD mis en jeu mais aussi par la combinaison de saveurs de ces GPD. Dans le DVCS, les quatre GPD  $H$ ,  $E$ ,  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$  interviennent dans la combinaison de saveurs (en négligeant la contribution du quark s)

$$DVCS \rightarrow \frac{1}{9} \left( 4 GPD^{u/p} + GPD^{d/p} \right).$$

Dans la production de mésons pseudo-scalaires, ce sont les GPD  $\tilde{H}$  et  $\tilde{E}$  qui interviennent alors que dans la production de mésons vecteurs ce sont les GPD  $H$  et  $E$ . Les différentes combinaisons de saveurs correspondant aux différentes HMP sont par exemple

$$\begin{aligned} \gamma_L^* + p &\rightarrow \rho_L^0 + p' &\rightarrow \frac{2}{3} GPD^{u/p} + \frac{1}{3} GPD^{d/p}, \\ \gamma_L^* + p &\rightarrow \omega_L + p' &\rightarrow \frac{2}{3} GPD^{u/p} - \frac{1}{3} GPD^{d/p}, \\ \gamma_L^* + p &\rightarrow \pi^0 + p' &\rightarrow \frac{2}{3} \widetilde{GPD}^{u/p} + \frac{1}{3} \widetilde{GPD}^{d/p}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Ces spécificités des HMP en font des outils très intéressants pour séparer les contributions de saveur et de type des GPD. En contrepartie, l'interprétation des résultats dépend du modèle choisi pour la fonction d'onde  $\phi_M$  du méson, représentée sur la figure 2.2. Pour finir, il faut noter qu'il n'y a pas de processus analogue au Bethe-Heitler dans le cas de la production de mésons.

## 2.3 Les différents faisceaux disponibles

Les faisceaux de leptons disponibles dans la gamme d'énergie souhaitée se regroupent en deux catégories : les collisionneurs (avec un faisceau de protons) et les faisceaux sur cible fixe. Les équipements ZEUS et H1 exploitent le collisionneur HERA à DESY. Le faisceau d'électrons de JLab, le faisceau de positrons auprès de HERMES à DESY et le faisceau de muons auprès de COMPASS au CERN sont exploités sur cible fixe.

### 2.3.1 Collisionneur

Le collisionneur HERA opère avec des protons d'énergie  $E_p = 820$  GeV et des positrons d'énergie  $k = 27.5$  GeV. Les protons et les positrons sont ultra relativistes, de sorte que la virtualité  $Q^2$  du photon échangé et la variable de Bjorken  $x_B$  s'écrivent

$$\begin{cases} Q^2 &= 2kk'(1 - \cos \theta_e) \\ x_B &= \frac{Q^2}{4(k-k')E_p + Q^2 E_p/k} \end{cases} \quad (2.3)$$

Pour  $Q^2$  de l'ordre quelques  $\text{GeV}^2$ ,  $x_B$  peut atteindre une limite inférieure de quelques  $10^{-5}$ . Le collisionneur offre donc la possibilité de faire des mesures dans un régime de diffraction à très petit  $x_B$ .

Cependant la luminosité d'un collisionneur n'est en général pas très élevée. Elle est de  $L = 14 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$  pour HERA. Parce que la section efficace DVCS croît lorsque  $x_B$  décroît

$$x_B \searrow \implies \sigma^{DVCS} \nearrow,$$

le collisionneur est surtout utilisé dans le régime des petits  $x_B$ . Dans le repère où le proton est au repos, l'impulsion du lepton incident devient

$$k_{(\vec{p}=\vec{0})} \simeq 2k \frac{E_p}{M} = 45100 \text{ GeV},$$

ce qui indique que la contribution du Bethe-Heitler est très fortement réduite par rapport à la contribution du DVCS pour la cinématique associée au collisionneur. Il est possible de comparer  $k_{(\vec{p}=\vec{0})}$  aux énergies de faisceaux du paragraphe suivant.

La stratégie pour mesurer le DVCS dans un domaine où  $x_B$  est modéré, est développée dans la référence [39]. Dans la cinématique du collisionneur, les trois particules de l'état final, le positron, le photon mais aussi le proton, ont une grande impulsion (contrairement à la cinématique sur cible fixe où le proton de recul a une faible impulsion). Cependant, lorsque l'énergie du proton incident est trop élevée par rapport à l'énergie  $W = \sqrt{s}$  dans le centre de masse  $\gamma^*p$ , qui, pour des  $x_B$  modérés doit être petite, alors le photon final est situé à l'avant et se trouve dans la ligne de faisceau. Dans le cadre du collisionneur HERA, une meilleure distribution des énergies, 200 GeV pour le proton et 27.5 GeV pour le positron, permettrait au photon de diffuser à des angles supérieurs à 4 degrés (angle minimum des détecteurs). En revanche le proton diffusé est toujours situé dans la direction du proton incident. Les aimants dipolaires du transport du faisceau de protons pourraient servir de

défecteurs spectrométriques pour séparer le proton diffusé d'énergie réduite des protons du faisceau.

### 2.3.2 Cible fixe

Les caractéristiques des faisceaux de leptons utilisés sur cible fixe sont les suivantes :

- Le faisceau d'électrons de JLab a actuellement une énergie maximale de 6 GeV. Dans le hall A, la luminosité accessible est de  $10^{37} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ . Dans le hall B, qui contient le détecteur de grande acceptance CLAS, la luminosité est réduite à  $10^{34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ . Dans les deux halls, les faisceaux peuvent être polarisés, ce qui permet de mesurer des asymétries de spin.
- Le faisceau de positrons de l'expérience HERMES à DESY a une énergie de 27.5 GeV et la luminosité est comprise entre  $10^{32}$  et  $10^{33} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ . Le faisceau est polarisé. L'accélérateur peut fonctionner avec un faisceau d'électrons, ce qui rend possible les études d'asymétrie de charge.
- Le faisceau de muons positifs de COMPASS au CERN a une énergie comprise entre 100 et 200 GeV et une luminosité d'environ  $10^{32} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ . Pour une énergie et un flux de muons donnés, la polarisation du faisceau est fixée. Il est possible d'obtenir dans certaines conditions un faisceau de muons négatifs (ce point sera développé dans le chapitre suivant).

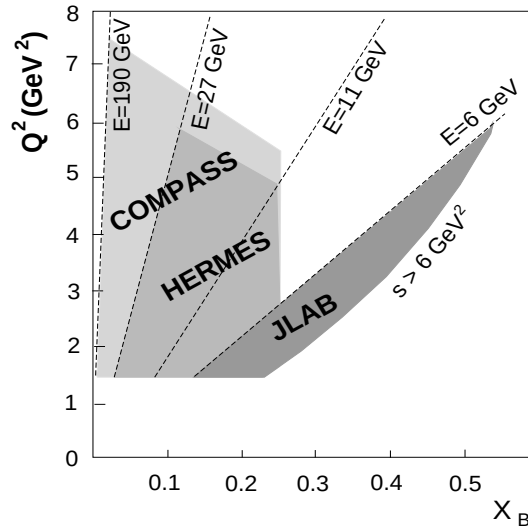


FIG. 2.3 – Domaines cinématiques couverts par les différents dispositifs expérimentaux.

Les domaines accessibles en  $Q^2$  et  $x_B$  pour les différents dispositifs expérimentaux sont représentés sur la figure 2.3. La coupure  $Q^2 > 1.5 \text{ GeV}^2$  correspond au choix d'une limite inférieure raisonnable du régime profondément inélastique. La limite  $s > 6 \text{ GeV}^2$ , où  $s$  est l'énergie disponible dans le centre de masse  $\gamma^*p$ , permet d'être au delà du régime des résonances (les dernières résonances fournies avec un bon degré de confiance du PDB ont

une masse voisine de 2.4 GeV). On voit que plus l'énergie du faisceau est grande, plus le domaine cinématique couvert en  $Q^2$  et  $x_B$  est vaste. La taille du domaine accessible est un critère de comparaison important mais elle doit être pondérée par la luminosité de chaque dispositif et par l'acceptance utile des détecteurs.

Le rapport  $\sigma^{BH}/\sigma^{DVCS}$  varie en fonction de l'énergie du faisceau. On peut comparer les différentes contributions pour des faisceaux de 6, 27 et 100 GeV. Pour cela, on choisit une cinématique commune :  $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$  et  $x_B = 0.3$ . La figure 2.4 présente les graphes obtenus. La modélisation des GPD qui a été utilisée pour effectuer ces calculs est présentée dans le chapitre 1 section 1.4<sup>7</sup>. On peut vérifier les arguments du paragraphe 2.1 concernant le rapport des contributions du DVCS et du Bethe-Heitler. Il est plus judicieux de comparer

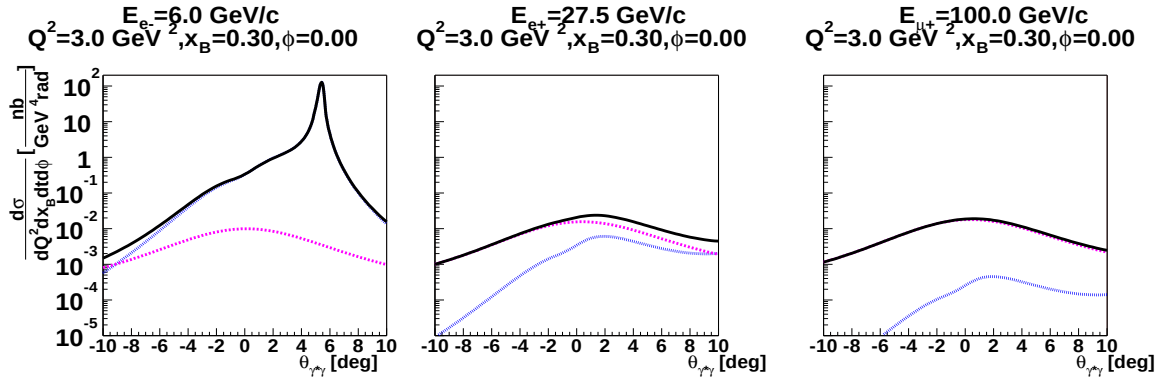


FIG. 2.4 – Comparaison des rapports entre DVCS et Bethe-Heitler pour trois énergies de faisceau. La courbe en trait plein est la somme cohérente du DVCS et BH, la courbe en tirets est le DVCS, et la courbe en mixte pointillés-tirets est le BH.

les deux expériences HERMES et COMPASS dans un domaine de plus grand  $Q^2$  ( $= 4 \text{ GeV}^2$ ) et de plus petit  $x_B$  ( $= 0.2$ ), comme sur la figure 2.5. Typiquement, à JLab, le Bethe-Heitler domine toujours le DVCS et à HERMES, le Bethe-Heitler domine à partir de  $x_B = 0.2$ . Le faisceau de 200 GeV permet de garder le Bethe-Heitler négligeable jusqu'à  $x_B = 0.05$ . Ces différents comportements conditionnent le type d'observable qu'il est possible de mesurer auprès des différents dispositifs. Le tableau 2.1 donne les observables accessibles et ayant un intérêt à être mesurées pour les différents dispositifs expérimentaux. La mesure de la production de mésons est aussi un objectif des différents sites.

<sup>7</sup>le paramètre de la fonction de profil est fixé à 1, H contient une partie double distribution et le D-term, E ne contient que le D-term,  $\tilde{E}$  contient un pôle de pion et les dépendance en  $t$  sont factorisées



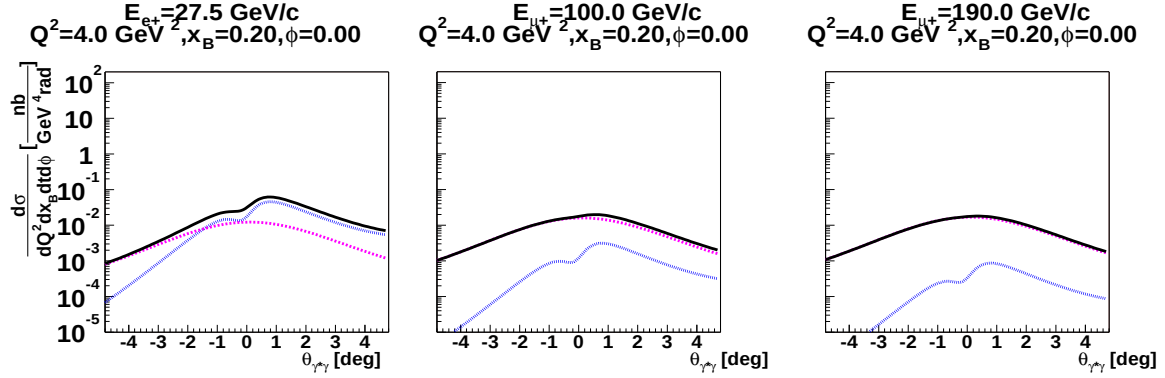


FIG. 2.5 – Comparaison des rapports entre VCS et Bethe-Heitler pour HERMES et COMPASS. Les courbes ont les mêmes caractéristiques que sur la figure 2.4.

|              | $ T^{VCS} ^2$ | SSA | BCA |
|--------------|---------------|-----|-----|
| HallA@JLab   |               | oui |     |
| CLAS@JLab    |               | oui |     |
| HERMES@HERA  |               | oui | oui |
| COMPASS@CERN | oui           |     | oui |

TAB. 2.1 – Observables pertinentes pour les différents dispositifs expérimentaux à cible fixe.

## 2.4 Résultats expérimentaux et projets

### 2.4.1 ZEUS et H1 à HERA

#### 2.4.1.1 DVCS

Dans le domaine cinématique exploré par ZEUS et H1 auprès du collisionneur HERA, à savoir les petits  $x_B < 10^{-2}$ , ce n'est pas le diagramme handbag de quarks qui domine, mais le diagramme handbag de gluons<sup>8</sup> présenté sur la figure 2.6. Ce diagramme est à l'ordre  $\alpha_s$ . C'est pourquoi il n'est pas dominant dans les processus à  $x_B$  modéré et qu'il n'en a pas été fait mention jusqu'ici. Les expériences à ZEUS et H1 mesurent principalement des distributions de gluons généralisées. Les références [40],[41],[36],[42] proposent des modèles pour estimer ce diagramme.

Dès l'été 1999, la collaboration ZEUS a présenté dans les conférences les premières observations du DVCS [43]. Le processus DVCS est mis en évidence par la mesure d'un écart très significatif entre les données et les estimations ne prenant en compte que le Bethe-Heitler. La collaboration H1 a mesuré la contribution du DVCS en fonction de  $Q^2$  et  $W = \sqrt{s}$ , l'énergie disponible dans le centre de masse  $\gamma^*p$ [44]. Pour cela deux échantillons de données

<sup>8</sup>si  $x_B$  est petit, alors  $\xi$  est petit, et les deux impulsions  $x + \xi$  et  $x - \xi$  des partons de la figure 2.1 peuvent être simultanément petites, ce qui favorise la contribution des gluons.

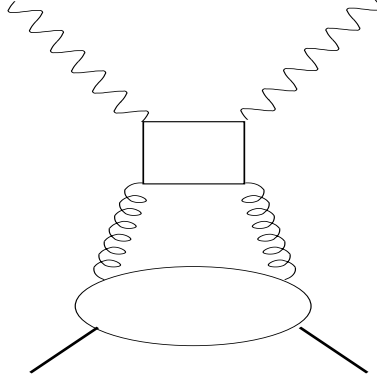


FIG. 2.6 – Diagramme de handbag pour les gluons.

sont étudiés. Dans le premier, le photon et le positron détectés sont dans une configuration très favorable au Bethe-Heitler alors que dans l'autre ils sont dans une configuration défavorable. Le premier échantillon permet de normaliser la contribution du Bethe-Heitler. Le deuxième échantillon est alors comparé aux estimations de Bethe-Heitler normalisées. La figure 2.7 présente le résultat obtenu. Une contribution pouvant être du DVCS se dégage.

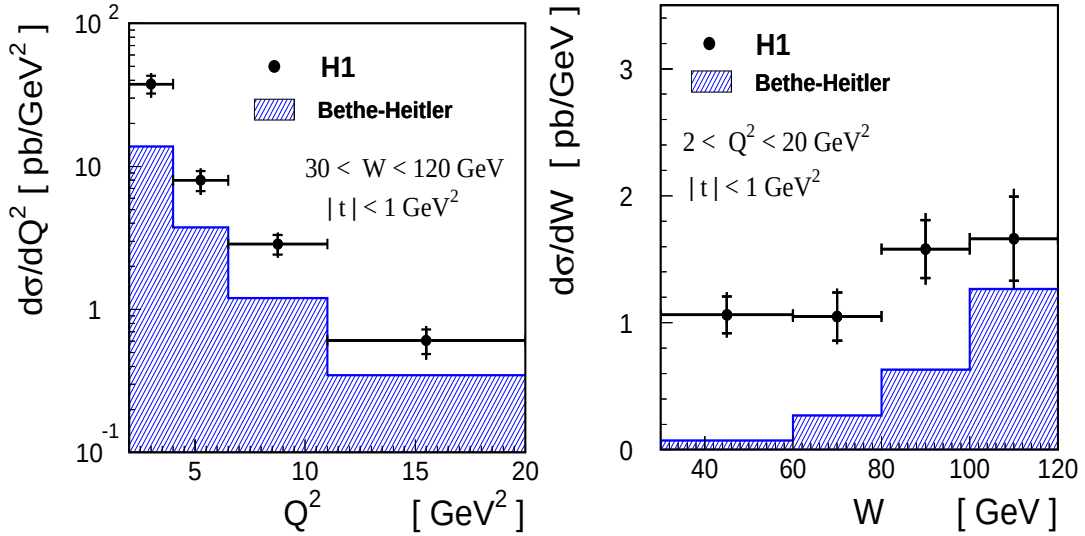


FIG. 2.7 – Section efficace différentielle de la réaction  $e^+p \rightarrow e^+p\gamma$  en fonction de  $Q^2$  et  $W = \sqrt{s}$  pour le second échantillon.

Cependant l'exclusivité du DVCS pour cet excédent de section efficace n'est pas assuré et la contribution des processus parasites est estimée par une simulation et corrigé dans les données. Néanmoins, l'évolution en  $Q^2$  et  $W$  est assez bien reproduite par les modèles comme le montre la figure 2.8. En particulier, pour  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ , le mécanisme de handbag semble être déjà dominant.

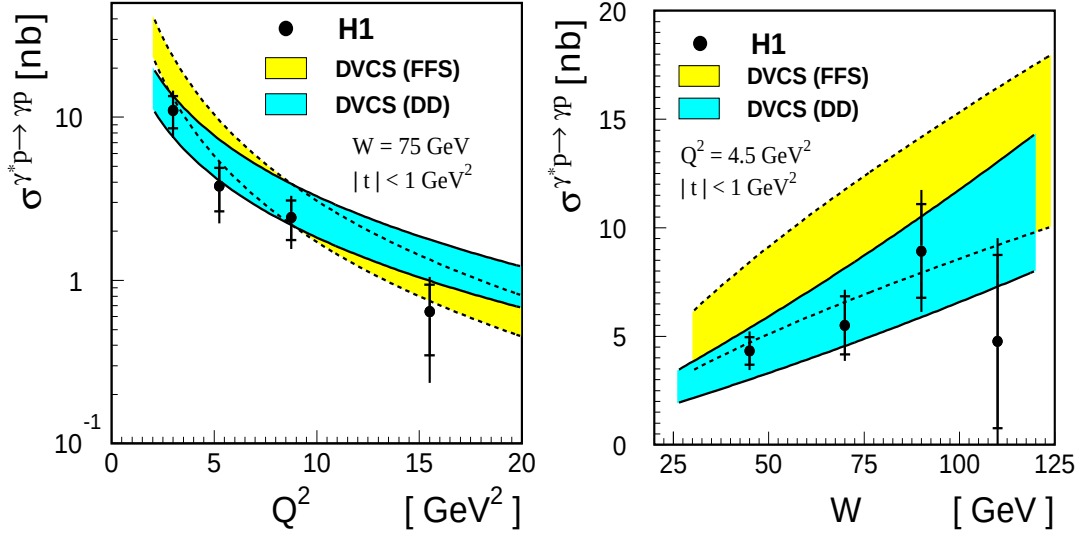


FIG. 2.8 – Sections efficaces différentielles de la réaction  $e^+p \rightarrow e^+p\gamma$  en fonction de  $Q^2$  et  $W = \sqrt{s}$  comparées aux prédictions théoriques FFS[40] et DD[41]. La bande associée à chaque prédiction correspond à différentes dépendance en  $t$  des modèles. Les barres d'erreur internes sont statistiques et les barres d'erreur totales prennent en compte les erreurs systématiques ajoutées en quadrature.

#### 2.4.1.2 Production de mésons

La production de  $\rho_L^0$  a été étudiée par la collaboration ZEUS dans les années 1993-1995. Le régime cinématique joue, là encore, en faveur du mécanisme d'échange de gluons, et on voit sur la figure 2.9 que les données sont bien reproduites par un modèle basé sur ce mécanisme[45] (courbe en tirets). Cependant, lorsqu'on se rapproche du domaine de valence (figure du haut, pour  $Q^2 = 5.6 \text{ GeV}^2$ ,  $W=10 \text{ GeV} \rightarrow x_B = 0.053$ ), le mécanisme d'échange de gluons ne suffit plus pour reproduire les données : il faut ajouter le mécanisme d'échange de quarks (courbe en pointillés), calculé dans le formalisme des GPD[46]. Nous verrons dans le paragraphe 2.4.3.2 que cette observation est confirmée par des données prises à HERMES dans la région de valence, pour des plus petits  $Q^2$  et de  $W$  modérés.

### 2.4.2 Laboratoire Jefferson

Le laboratoire Jefferson a concentré beaucoup d'efforts sur le DVCS. A 6 GeV, des expériences dans les halls A et B sont en cours. La montée en énergie à 11 GeV prévue pour 2006 doit augmenter le domaine cinématique accessible.

#### 2.4.2.1 DVCS

Dans le Hall A, une expérience sera réalisée en 2002 [51]. La détection des particules repose sur un spectromètre de très haute résolution HRS pour l'électron et un calorimètre

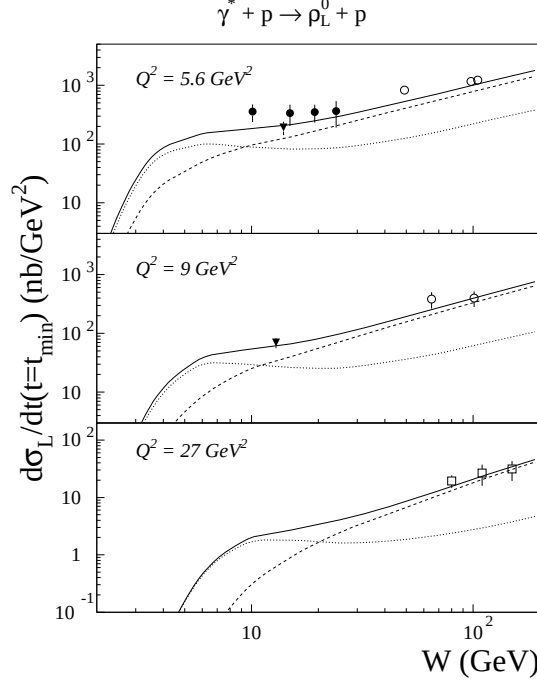


FIG. 2.9 – Section efficace longitudinale d'électroproduction de  $\rho_L^0$ . Les courbes comparent les prédictions théoriques du mécanisme d'échange de quarks[46] (pointillés) au mécanisme d'échange de gluons[45] (tirets) et la somme non cohérente des deux (trait plein). Les points sont de NMC[47](triangles), E665[48](cercles pleins), ZEUS 93[49](cercles vides), et ZEUS 96[50](carrés vides).

électromagnétique pour le photon. L'exclusivité est assurée grâce à un détecteur de position du proton de recul qui permet d'utiliser les techniques de masse manquante et de test géométrique de coplanarité du proton de recul, du photon échangé et du photon détecté [51]. Le dispositif est schématisé sur la figure 2.10. Les points cinématiques qui seront mesurés sont présentés sur le tableau 2.2. Cette expérience vise à mesurer une SSA et à vérifier si l'approximation du handbag est valide pour les cinématiques choisies.

| $Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ] | $x_B$ | $s$ [GeV <sup>2</sup> ] | $-t$ [GeV <sup>2</sup> ] |
|---------------------------|-------|-------------------------|--------------------------|
| 1.5                       | 0.35  | 5.5                     | 0.15/0.45                |
| 2                         | 0.36  | 4.5                     | 0.15/0.30                |
| 2.5                       | 0.36  | 3.5                     | 0.15/0.30                |

TAB. 2.2 – Points mesurés par l'expérience DVCS du Hall A à JLab.

Dans le Hall B, le détecteur de grande acceptance CLAS (Cebaf Large Acceptance Spectrometer) est caractérisé par son herméticité permettant des mesures sur un large domaine cinématique et une bonne détection des particules chargées. En revanche les photons et les particules neutres ne sont pas très bien détectés pour une cinématique DVCS pour laquelle

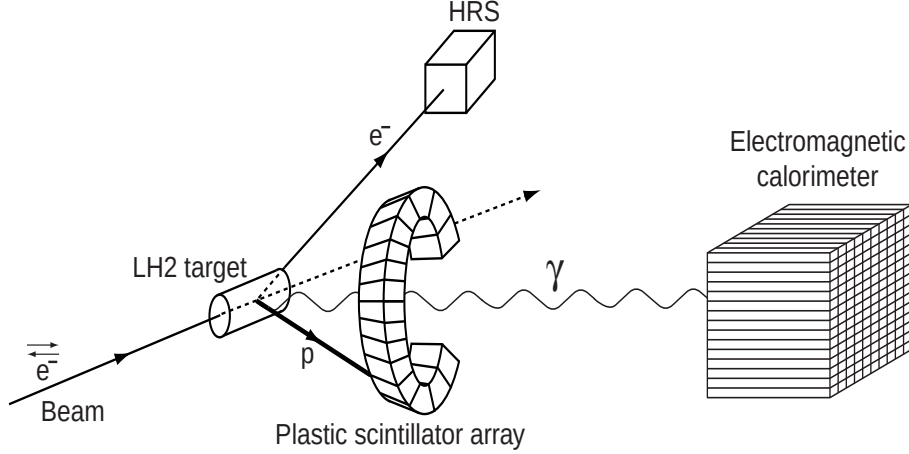


FIG. 2.10 – Schéma du dispositif expérimental pour la mesure du DVCS dans le Hall A de JLab.

ils sont situées à l'avant. Une analyse récente des données prises à  $k=4.2$  GeV a mis en évidence (en été 2001) l'effet de l'interférence DVCS-BH à travers la SSA [52]. L'exclusivité est assurée par une utilisation originale de la technique de masse manquante. Dans le spectre de  $M_X$ , reconstruit à partir de  $ep \rightarrow epX$ , s'ajoutent les contributions des photons simples (DVCS et Bethe-Heitler), des  $\pi^0$  (deux photons) et d'un continuum de processus à plusieurs  $\pi^0$ . Les paramètres gaussiens (largeur et moyenne) des distributions de photons et de  $\pi^0$  sont obtenus à partir d'échantillons sélectionnés de telle sorte que le spectre en masse manquante soit dominé par l'une ou l'autre des contributions. Le spectre général est alors décomposé suivant ces contributions de photons simples et de  $\pi^0$ . L'asymétrie est reconstruite à partir des nombres ajustés de photons simples. La figure 2.11 présente le résultat obtenu. La SSA est décrite par la paramétrisation  $A = \alpha \sin \phi + \beta \sin 2\phi$  des points expérimentaux :

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.202 \pm 0.028^{stat} \pm 0.013^{sys}, \\ \beta &= 0.024 \pm 0.021^{stat} \pm 0.009^{sys}.\end{aligned}$$

Les prédictions calculées pour les valeurs moyennes ( $\langle Q^2 \rangle = 1.25$  GeV<sup>2</sup>,  $\langle x_B \rangle = 0.19$  et  $\langle t \rangle = -0.19$  GeV<sup>2</sup>) surestiment la SSA. Cela peut provenir d'un effet de pondération à l'intérieur des intervalles définissant les valeurs moyennes de  $Q^2$ ,  $x_B$  et  $t$  car les variations de la section efficace sont rapides. Les corrections de masse du proton, ou corrections de twist supérieur cinématique, doivent être évaluées car pour les petits  $Q^2$  et  $x_B$  modérés, elles peuvent ne pas être négligeables. Si la prise en compte de ces effets ne suffit cependant pas à réduire les écarts, c'est que les valeurs des paramètres du modèle utilisé pour le calcul ne sont pas corrects ou que la modélisation des GPD doit être améliorée. Dans la référence [36], les auteurs fournissent une interprétation comparative de ces points expérimentaux.

Ces résultats seront étendus par une nouvelle expérience DVCS à CLAS à 6 GeV prévue en 2003 [53]. Les performances de CLAS seront améliorées, notamment pour la détection

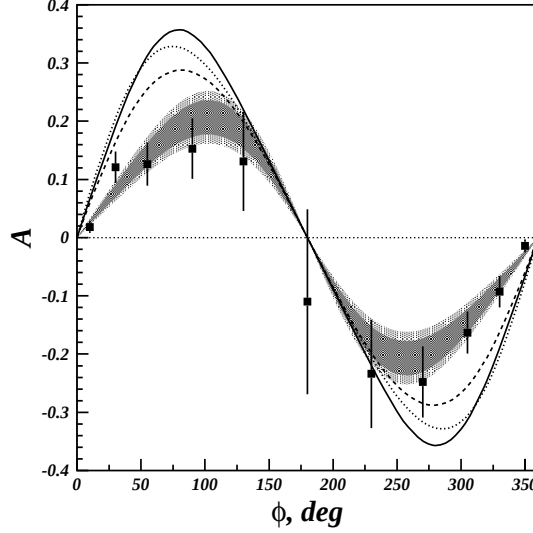


FIG. 2.11 – Dépendance en  $\phi$  de la SSA pour  $\langle Q^2 \rangle = 1.25 \text{ GeV}^2$ ,  $\langle x_B \rangle = 0.19$  et  $\langle t \rangle = -0.19 \text{ GeV}^2$ . Les régions grisées correspondent aux variations des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  d'un ajustement  $A = \alpha \sin \phi + \beta \sin 2\phi$ . La courbe en tirets est obtenue par une estimation avec des GPD sans dépendance en  $\xi$ , la courbe en pointillés inclut des GPD avec dépendance en  $\xi$  provenant du formalisme des Doubles Distributions et la courbe en trait plein inclut des termes de twist 3.

des photons. Le domaine cinématique qui sera étudié est

$$\begin{aligned} 0.1 < x_B < 0.5, \\ 1 < Q^2 < 4 \text{ GeV}^2. \end{aligned}$$

#### 2.4.2.2 Production de mésons

Par la technique de masse manquante il est possible de sélectionner la contribution de la production de mésons  $\rho^0$ ,  $\omega$  et  $\phi$  dans les données du Hall B. L'expérience proposée dans la référence [54], actuellement en cours de réalisation (automne 2001), prévoit de mesurer la dépendance en  $Q^2$  de la section efficace avec une grande précision (notamment pour le  $\rho^0$ ). Les calculs prédisent un comportement en  $1/Q^6$  pour la section efficace de production de mésons lorsque le régime profondément inélastique est atteint. Les points attendus, représentés sur la figure 2.12 permettront de valider cette dépendance d'échelle et par conséquent la dominance du handbag dans ce domaine.

#### 2.4.3 HERMES à HERA

Avec un faisceau de positrons (ou d'électrons) polarisés de 27 GeV et le dispositif expérimental associé, la collaboration HERMES dispose de bonnes conditions pour réaliser des expériences dédiées aux GPD.

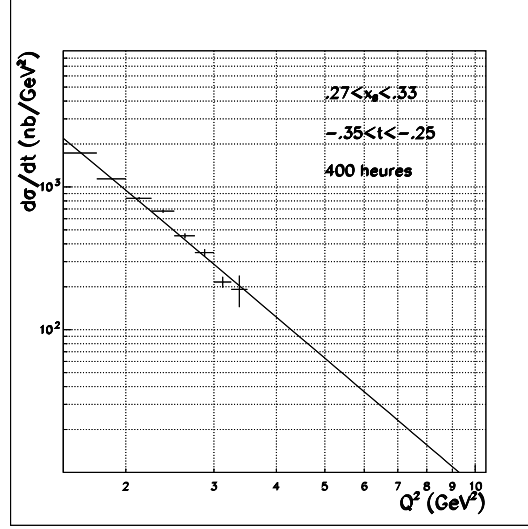


FIG. 2.12 – Points expérimentaux et barres d’erreurs simulés pour la mesure de section efficace de production de  $\rho^0$  à CLAS.

#### 2.4.3.1 DVCS

Des résultats sur la SSA ont été obtenus récemment [55]. L’exclusivité des mesures n’est cependant pas assurée. En effet, les événements DVCS sont sélectionnés par la masse manquante  $M_X$  du processus  $ep \rightarrow eX\gamma$ , mais avec une très modeste résolution :  $-1.5 < M_X < 1.7$  GeV, autorisant d’autres processus que le DVCS. Néanmoins, la SSA obtenue a un profil en fonction de  $\phi$  qui est proche de  $0.23 \sin \phi$ , comme le montre la courbe en tirets de la figure 2.13 tirée de la référence [55]. La courbe en trait plein est une prédiction théorique [14] pour la cinématique moyenne  $\langle Q^2 \rangle = 2.6 \text{ GeV}^2$ ,  $\langle x_B \rangle = 0.11$  et  $\langle t \rangle = -0.27 \text{ GeV}^2$ . La forme particulière de la courbe théorique vient de la dépendance en  $\phi$  de la section efficace totale qui est le dénominateur de l’asymétrie. Le calcul de cette courbe prend en compte les effets de twist 3.

Pour résoudre le problème de l’exclusivité du DVCS, la construction d’un détecteur de proton de recul est prévue [56] et doit être réalisée après 2004. HERMES possède un programme d’étude des GPD important. L’utilisation de faisceaux d’électrons et de positrons avec différentes hélicités couplés avec une cible polarisée permettra de mesurer aussi bien la SSA et la BCA que des asymétries de spin de la cible [57]. Cependant l’énergie du faisceau limite le domaine d’étude à

$$\begin{aligned} 0.1 < x_B < 0.2, \\ 1 < Q^2 < 5 \text{ GeV}^2. \end{aligned}$$

#### 2.4.3.2 Production de mésons

La production de  $\rho_L^0$  a été étudiée à HERMES [58] pour  $W = \sqrt{s} = 4.6$  et  $5.4$  GeV, et  $Q^2 = 2.3$  et  $4.0 \text{ GeV}^2$ , ce qui correspond à des  $x_B$  de l’ordre de  $0.1$  à  $0.2$ . Les résultats

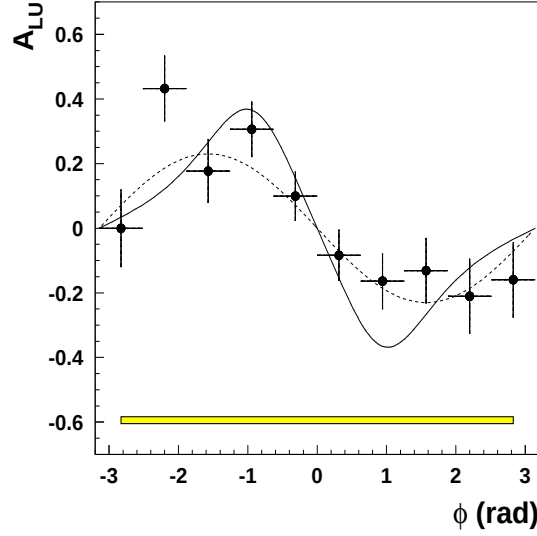


FIG. 2.13 – SSA en fonction de  $\phi$  pour  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ ,  $W = \sqrt{s} > 2 \text{ GeV}$ ,  $-1.5 < M_{X(=p)} < 1.7 \text{ GeV}$ . La courbe en trait plein est une prédiction théorique[14], et la courbe en tirets est le résultat d'un ajustement des points par  $\alpha \sin \phi$ .

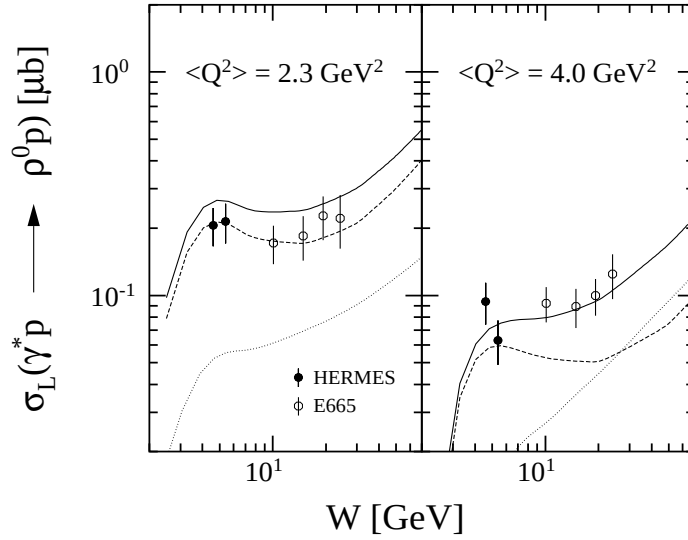


FIG. 2.14 – Section efficace longitudinale d'électroproduction de  $\rho_L^0$  en fonction de  $W = \sqrt{s}$ . La courbe en pointillés est la contribution du mécanisme d'échange de deux gluons[45]. La courbe en tirets est la contribution des quarks[46] et la courbe en trait plein est la somme *non* cohérente des deux. ATTENTION, la définition des courbes est inversée par rapport à la figure 2.9.

des mesures montrent une *contribution dominante des quarks*. La figure 2.14 présente la comparaison des points obtenus pour cette expérience et l'expérience E665[48] du Fermilab avec les prédictions théoriques obtenues dans le formalisme des GPD. La courbe en poin-



tillés est la contribution du mécanisme d'échange de deux gluons[45]. La courbe en tirets est la contribution des quarks[46] et la courbe en trait plein est la somme *non* cohérente des deux. L'accord des courbes théoriques et des données est un signe que le formalisme introduisant les GPD de quark est valide dans le domaine cinématique considéré.

## 2.5 Les enjeux d'une expérience à COMPASS

La haute énergie du faisceau permet d'envisager des mesures dans un large domaine cinématique

$$\begin{aligned} 0.03 < x_B < 0.27, \\ 1.5 < Q^2 < 6.5 \text{ GeV}^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ce domaine est *complémentaire* aux domaines explorés par JLab et HERMES. Il est en particulier intéressant pour la mesure des petits  $x_B$  et des grands  $Q^2$ . Ayant un domaine de recouvrement avec HERMES pour les  $x_B$  de l'ordre de 0.2, la confrontation des résultats en permettra la confirmation.

Les muons et photons seront détectés à l'avant avec le dispositif actuel de COMPASS et l'exclusivité de la sélection du canal DVCS sera assurée par un détecteur de proton de recul car, comme pour HERMES, la résolution obtenue avec un faisceau de haute énergie ne permet pas l'utilisation des techniques de masse manquante (voir le chapitre suivant pour plus de détails).

### 2.5.1 DVCS

Deux types d'observables seront mesurées : la section efficace étudiée en fonction de  $\phi$  et  $t$ , et la BCA. La figure 2.15 donne les contributions des processus DVCS et BH pour un faisceau de 100 GeV. Les contributions relatives permettent de mieux définir les conditions cinématiques. Les limites de variation de  $\theta_{\gamma^*\gamma}$  sont définies par  $|t| < 1 \text{ GeV}^2$ . La partie  $\theta_{\gamma^*\gamma} < 0$ ,  $\phi = 0$  degré correspond en réalité à  $\theta_{\gamma^*\gamma} > 0$ ,  $\phi = 180$  degrés. Pour un faisceau de 190 GeV, la contribution du DVCS est quasiment identique mais la partie Bethe-Heitler est réduite par rapport à un faisceau de 100 GeV. Les courbes sont tracées avec les mêmes modèles de GPD que dans la section 2.3.2.

#### 2.5.1.1 Section efficace

La section efficace sera mesurée dans le domaine où la contribution DVCS domine la contribution Bethe-Heitler. Pour un faisceau de 190 GeV, la section efficace DVCS domine sur tout le domaine cinématique présenté, excepté aux très petits  $x_B$  et aux très grands  $Q^2$ . La section efficace est alors de la forme

$$\sigma \propto |T^{VCS}|^2.$$

Deux types d'informations sont accessibles à travers cette section efficace :

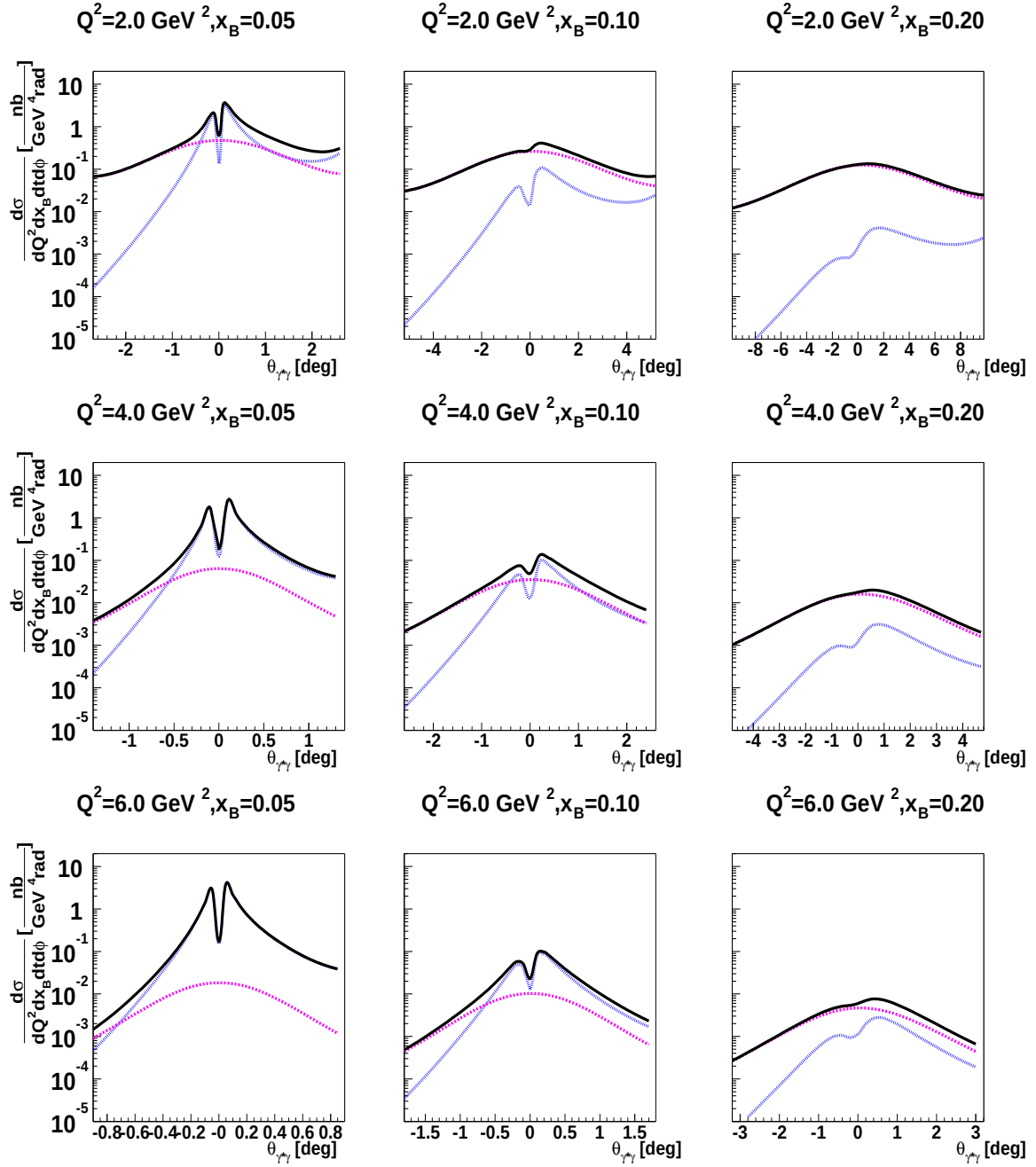


FIG. 2.15 – Evolutions des contributions du DVCS, du Bethe-Heitler et de leur somme cohérente à la section efficace  $d\sigma/dQ^2 dx_B dtd\phi$  [nb/GeV<sup>4</sup>/rad] pour différents  $Q^2$  et  $x_B$  en fonction de  $\theta_{\gamma\gamma}$  pour un faisceau de 100 GeV. Les bornes des intervalles de variation de  $\theta_{\gamma\gamma}$  correspondent à  $t = -1 \text{ GeV}^2$ . La courbe en trait plein est la somme cohérente du DVCS et BH, la courbe en tirets est le DVCS, et la courbe en mixte pointillés-tirets est le BH.

- variations en  $\phi$  pour  $t$  fixé : le profil de ces variations renseigne sur la contribution des twists supérieurs[32].
- variations en  $t$  pour  $\phi$  fixé : la dépendance en  $t$  est liée à la distribution transverse des quarks dans le nucléon[20][21].

Sur la figure 2.16, les variations en  $\phi$  de la section efficace *non polarisée*, dominée par le DVCS, sont entièrement dues aux twist supérieurs. Dans le calcul standard DVCS, certains termes de twist 3 sont ajoutés pour restaurer l'invariance de Jauge. Ils introduisent une contribution due au photon virtuel longitudinal qui intervient dans  $\sigma_{TL} \cos \phi$ , comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 1, paragraphe 1.5.2. Dans le même paragraphe du chapitre 1, nous avons montré que si le faisceau est *polarisé*, les twist3 produisent une dépendance en  $\sin \phi$  :

$$\begin{aligned}
|T^{VCS}|^2 = & \frac{e^6}{Q^2(1-\epsilon)} \sum_{h'_p h_p} \delta_{h'_e h_e} \left[ |M_{+h'_p+h_p}|^2 + |M_{+h'_p-h_p}|^2 + 2\epsilon |M_{+h'_p 0 h_p}|^2 \right. \\
& - 2 \cos \phi \sqrt{\epsilon} \sqrt{1+\epsilon} \operatorname{Re} \left\{ (M_{+h'_p+h_p} - M_{+h'_p-h_p}) M_{+h'_p 0 h_p}^* \right\} \\
& - 2\epsilon \cos 2\phi \operatorname{Re} \left\{ M_{+h'_p+h_p} M_{+h'_p-h_p}^* \right\} \\
& \left. - 2h_e \sin \phi \sqrt{\epsilon} \sqrt{1-\epsilon} \operatorname{Im} \left\{ (M_{+h'_p+h_p} - M_{+h'_p-h_p}) M_{+h'_p 0 h_p}^* \right\} \right].
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Cependant, le facteur  $\sqrt{1-\epsilon}$ , où  $\epsilon$  est le taux de polarisation du photon virtuel, proche de 1 pour un faisceau de haute énergie, réduit fortement cette contribution par rapport à celle des twist 3 en  $\cos \phi$ .

La figure 2.17 présente les variations du DVCS pour deux modèles de dépendance en  $t$  que nous avons décrits dans le chapitre 1, paragraphe 1.4.1. Le premier utilise une dépendance factorisée du type facteurs de forme et le second utilise une dépendance non factorisée. La séparation des deux modèles est plus sensible aux grandes valeurs de  $|t|$ .

### 2.5.1.2 Différence de section efficace et asymétrie de charge faisceau

La dépendance en  $\phi$  de l'asymétrie de charge faisceau, la BCA, a une interprétation claire en terme de twist lorsque le Bethe-Heitler domine largement le VCS. Les prédictions de la figure 2.15 indique que cette condition devrait être réalisée à 100 GeV pour les petits  $x_B$  ou les grands  $Q^2$ . A COMPASS, l'effet de réduction des erreurs systématiques que permet la mesure d'une asymétrie est réduit car les mesures pour chaque charge de faisceau ne sont pas corrélées. La mesure de la différence des sections efficaces associées à chaque état de charge du faisceau (BCD) est alors aussi pertinente, et plus aisée dans son interprétation. Ces mesures sont de plus réalisables sur l'ensemble du domaine cinématique.

La BCA et la BCD sont sensibles aux parties réelles des intégrales de convolution des GPD. Celles-ci dépendent fortement du type de dépendance en  $t$ , du D-term et du profil en  $x$  des GPD. Ce sont des observables très riches pour contraindre les modèles et étudier les GPD. Le terme d'interférence qui contribue aux BCA et BCD s'écrit au premier ordre

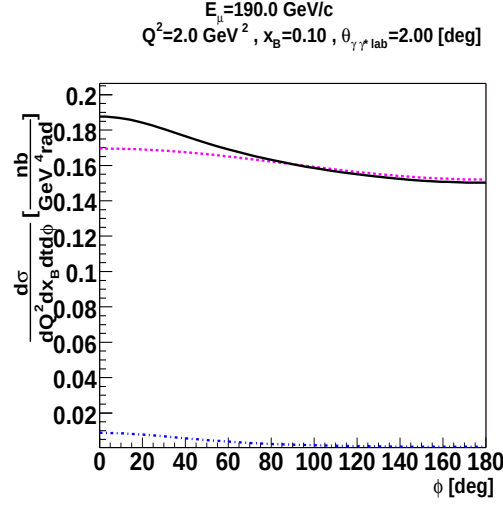


FIG. 2.16 – Section efficace non polarisée du DVCS en fonction de l'angle  $\phi$  pour un faisceau de muons positifs de 190 GeV,  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.1$  et  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 2 \text{ deg}$ . La courbe en tirets est la contribution DVCS, la courbe en trait mixte est la contribution Bethe-Heitler et la courbe en trait plein est la somme cohérente des deux. Les variations en  $\phi$  du DVCS proviennent des termes de twist 3 nécessaires au rétablissement de l'invariance de jauge dans le calcul du handbag.

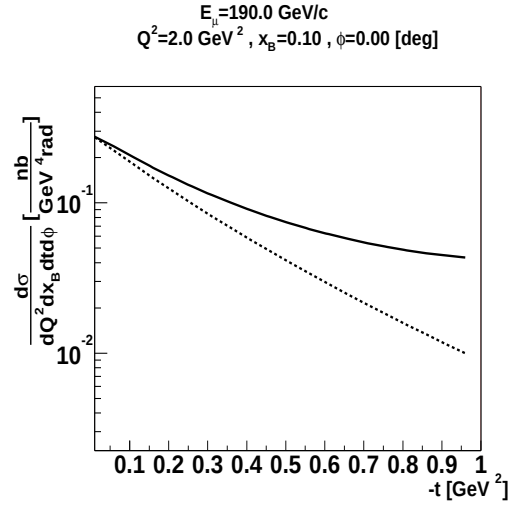


FIG. 2.17 – Section efficace non polarisée du DVCS en fonction du transfert  $t$  pour un faisceau de 190 GeV,  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.1$  et  $\phi = 0$  degrés. La courbe en trait plein est le DVCS dont la dépendance en  $t$  factorisée est paramétrée par les facteurs de forme. La courbe en tirets est le DVCS avec dépendance en  $t$  non factorisée.

en  $1/Q[32]$

$$I \propto e_l \left[ \cos \phi \frac{1}{\sqrt{\epsilon(1-\epsilon)}} \text{Re} \{ \widehat{M}_{++} \} - \cos 2\phi \sqrt{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}} \text{Re} \{ \widehat{M}_{+0} \} - \cos 3\phi \sqrt{\frac{\epsilon}{1-\epsilon}} \text{Re} \{ \widehat{M}_{-+} \} \right. \\ \left. - 2h_e \left( \sin \phi \sqrt{\frac{1+\epsilon}{\epsilon}} \text{Im} \{ \widehat{M}_{++} \} - \sin 2\phi \text{Im} \{ \widehat{M}_{+0} \} \right) \right] \delta_{h'_e h_e},$$

où les notations sont définies dans le chapitre 1, paragraphe 1.5.2. Lorsque les faisceaux ne sont pas polarisés, la dépendance en  $\phi$  de la BCA comme de la BCD sont en  $\cos n\phi$ . La figure 2.18 présente la BCA pour la cinématique  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.05$  et  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 1$  degré ( $t = -0.58 \text{ GeV}^2$ ) où domine largement le Bethe-Heitler. La courbe en trait plein est paramétrée par une dépendance en  $t$  de type facteur de forme et la courbe en tirets est paramétrée par une dépendance en  $t$  non factorisée. La sensibilité au modèle est très marquée, ce qui motive fortement les mesures. Cet effet est en accord avec les prédictions de la figure 1.20 du chapitre 1, où la partie réelle de l'intégrale de la GPD dominante est tracée.

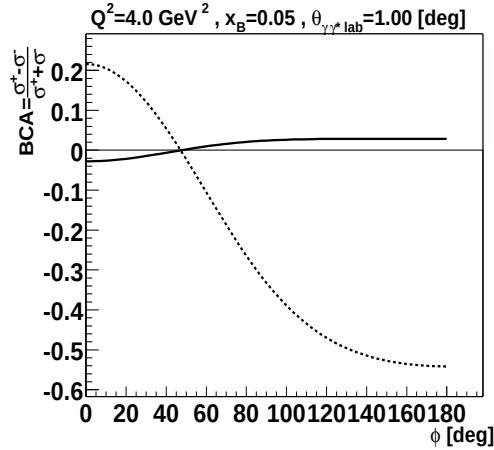


FIG. 2.18 – Asymétrie de charge faisceau en fonction de  $\phi$  pour deux types de dépendance en  $t$  des GPD pour un faisceau de 100 GeV,  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.05$  et  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 1$  deg ( $t = -0.58 \text{ GeV}^2$ ). La courbe en trait plein est paramétrée par une dépendance en  $t$  de type facteur de forme et la courbe en tirets est paramétrée par une dépendance en  $t$  de type pôle de Regge.

Lorsque les faisceaux sont polarisés, des termes en  $\sin n\phi$ , de type SSA, interviennent. Ces termes sont réduits par un facteur  $\sqrt{1-\epsilon}$  par rapport aux termes en  $\cos \phi$ . Cependant, suivant le rapport  $\text{Re} \{ \widehat{M}_{++} \} / \text{Im} \{ \widehat{M}_{++} \}$ , ces termes pourront jouer un rôle dans l'observable. Nous verrons dans le chapitre suivant qu'il est possible de choisir des conditions cinématiques telles que les faisceaux  $\mu^+$  et les  $\mu^-$  aient des flux très voisins maximisés à  $10^8$  muons par seconde et des polarisations opposées, proches en valeur absolue de 0.8 à quelques % près. Dans ces conditions, *à la fois* la polarisation et la charge du faisceau sont inversées, et la BCD reste inchangée. La BCA varie légèrement car le dénominateur,

la section efficace polarisée, dépend de la polarisation des faisceaux. Nous pouvons étudier les effets sur la BCA des quelques pour cents d'incertitude que nous aurons sur les polarisations des faisceaux. La figure 2.19 présente la BCA pour des faisceaux polarisés. Dans le cas d'une dépendance en  $t$  de type facteur de forme on a pour cette cinématique  $Re\{\widehat{M}_{++}\} \ll Im\{\widehat{M}_{++}\}$ , et l'effet de la polarisation se traduit par l'apparition d'un terme de type SSA.

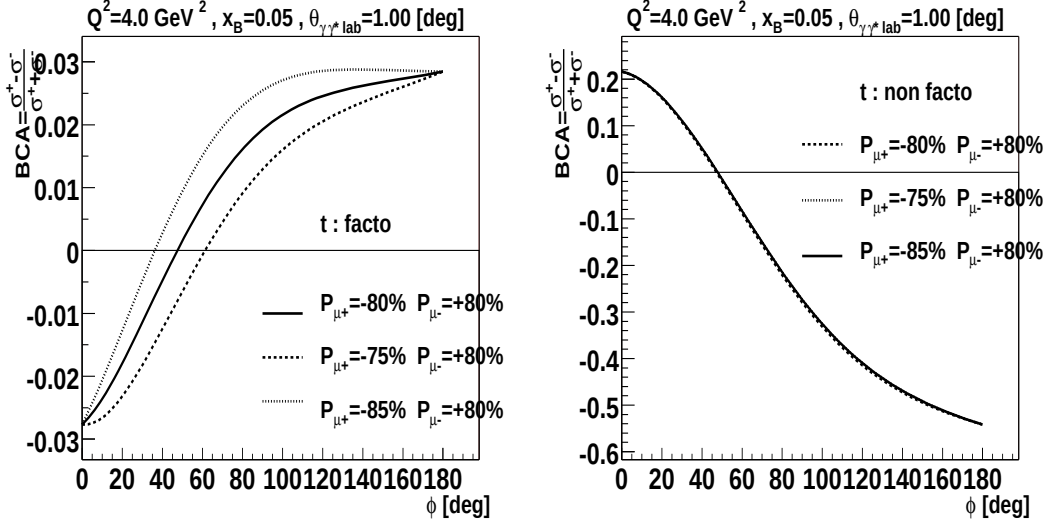


FIG. 2.19 – Effet des écarts en valeurs absolues des polarisations des faisceaux pour la BCA, en fonction de  $\phi$ , pour des faisceaux de 100 GeV. La cinématique est fixée par  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.05$  et  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 1 \text{ deg}$ .

La BCA et la BCD varient en fonction de  $\theta_{\gamma^*\gamma}$  (ou  $t$ ). La figure 2.20 présente les variations de la BCA en faisceaux non polarisés au point  $Q^2 = 2 \text{ GeV}^2$  et  $x_B = 0.05$  pour  $\phi = 0$  et 180 degrés. Les limites en  $\theta_{\gamma^*\gamma}$  sont fixées par  $|t| < 1 \text{ GeV}$ . Pour cette cinématique, afin de maximiser l'effet en  $\phi$ , il faut mesurer la BCA autour de  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 1 \text{ degré}$ .

## 2.5.2 Production de mésons

Le dispositif expérimental de COMPASS permet de détecter et d'identifier des particules chargées à l'avant. Il est donc possible de mesurer la production exclusive de mésons dans le régime profondément inélastique.

Les références [59][60] proposent une étude de la production de  $\rho_0$  à COMPASS. La production de mésons est complémentaire au DVCS et doit être mesurée simultanément. Les modifications et compléments au dispositif expérimental COMPASS déjà existant, nécessaires à une étude efficace du DVCS, seront développés dans le chapitre suivant. Un travail similaire doit être fait pour la production de mésons dans un futur proche.

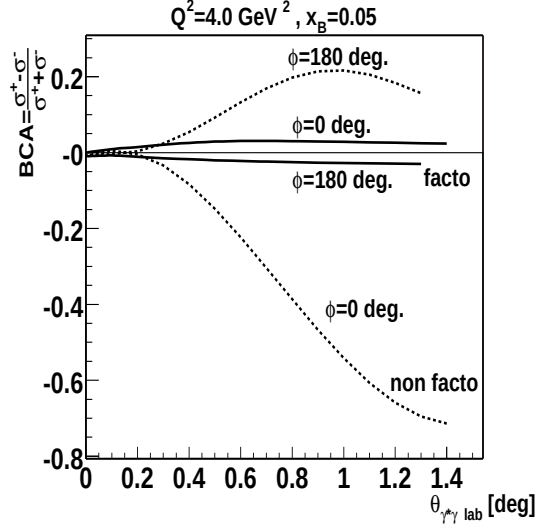


FIG. 2.20 – Variations de la BCA pour des faisceaux non polarisés en fonction de l'angle  $\theta_{\gamma^*\gamma}$  pour  $\phi = 0$  et 180 degrés. La courbe en trait plein est paramétrée par une dépendance en  $t$  de type facteur de forme et la courbe en tirets est paramétrée par une dépendance en  $t$  non factorisée.

## 2.6 Conclusion

L'étude expérimentale des GPD s'articule autour de deux étapes. Dans la première étape, qui se déroule aujourd'hui, il s'agit de valider le formalisme lié aux GPD. Les expériences ZEUS [43] et H1 [44] ont mis en évidence une contribution non négligeable du processus de type DVCS dans le domaine de diffraction particulier des  $x_B$  petits. Les résultats de CLAS [52] semblent valider l'hypothèse de factorisation (handbag). Ces résultats doivent être confirmés très prochainement avec des contrôles plus strictes de l'*exclusivité* et des *intervalles cinématiques* plus restreints. Après ces mesures de vérification commencera la seconde étape, à savoir l'étude proprement dite des GPD. Il faut pour celle-ci de nombreuses mesures couvrant un large domaine cinématique pour contraindre efficacement les modèles ou les paramétrisations. Ce sera le but des expériences réalisées à HERMES et COMPASS dans quelques années dans des domaines cinématiques complémentaires.

Idéalement, il faudrait pour l'étude des GPD un accélérateur dédié, possédant un faisceau de haute énergie ( $>30\text{GeV}$ ), une bonne luminosité (au minimum de l'ordre de  $10^{36}\text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ), et des détecteurs de bonne résolution pour assurer efficacement l'exclusivité des processus. Malheureusement, aucun dispositif n'est prévu à ce jour. Deux projets futurs sont pourtant souvent cités : ELFE [61] et JLab avec un faisceau de  $11\text{GeV}$  [62].

# Chapitre 3

## Réalisation du DVCS à COMPASS

Le but de ce chapitre est de présenter l'étude de faisabilité d'une expérience de Diffusion Compton Virtuelle en régime profondément inélastique auprès du dispositif expérimental COMPASS au CERN. Cette étude est motivée par la haute énergie du faisceau de muons, de l'ordre d'une centaine de GeV, qui permet d'explorer un large domaine cinématique.

Nous commençons ce chapitre par la présentation du faisceau de muons de COMPASS et de la cible prévue. Nous étudions ensuite la cinématique du DVCS pour un faisceau de haute énergie et une cible fixe. Nous expliquons et justifions alors la stratégie choisie pour assurer l'exclusivité de la mesure du DVCS : la construction d'un détecteur de recul. Partant du dispositif expérimental déjà existant, la cinématique ayant défini les pré-requis pour les détecteurs, nous pouvons décrire le dispositif expérimental adapté à l'étude du DVCS. Nous utilisons finalement le calcul des sections efficaces, présenté dans le chapitre 1, pour estimer les taux de comptage attendus pour ce dispositif expérimental.

### 3.1 Faisceau de muons et luminosité

#### 3.1.1 Le faisceau de muons

Le faisceau de muons de COMPASS est un faisceau tertiaire :  $10^{13}$  protons sont accélérés jusqu'à une énergie de 450 GeV dans le SPS (Super-Proton-Synchrotron) du CERN puis déversés sur une cible de Béryllium. Les interactions nucléaires entre les protons et les noyaux de la cible engendrent un grand nombre de particules, dont une majorité de pions et kaons (hadrons de plus petites masses,  $m_{\pi^\pm} = 139.6$  MeV et  $m_{K^\pm} = 493.7$  MeV). Ces pions et kaons forment un faisceau dit secondaire. L'intensité de ce faisceau dépend de la longueur de la cible<sup>1</sup>. Pour les  $10^{13}$  protons incidents dans un cycle et une cible de 50 cm d'épaisseur, le faisceau secondaire contient environ  $2 \cdot 10^9$  particules/cycle. Un système de dispersion magnétique muni de fentes de sélection permet de sélectionner l'énergie et la charge du faisceau secondaire. La désintégration par l'interaction faible des pions et

---

<sup>1</sup>elle passe par un maximum lorsque la longueur augmente, mais décroît ensuite à cause de la ré-absorption



kaons fournit alors des muons et neutrinos avec des rapports de branchement de 99.99% pour les pions et 63.51% pour les kaons. Une section droite de 600m permet à environ 10% des particules du faisceau de se désintégrer suivant ce mode. Un absorbeur (cible de Béryllium et Aluminium de 10m d'épaisseur) situé sur la ligne du faisceau ne laisse passer que les muons. En aval de cet absorbeur, on obtient le faisceau tertiaire de muons. Il reste néanmoins une composante hadronique accompagnant le faisceau de muons de l'ordre de  $10^{-6}$ .

L'énergie des muons formant le faisceau tertiaire est contrôlée par un collimateur. Pour l'étude du DVCS un faisceau de muons positifs de 190 GeV sera utilisé pour les études de section efficace et deux faisceaux de muons positifs et négatifs de 100 GeV seront utilisés pour les mesures d'asymétrie de charge faisceau. Le flux de muons est une fonction du rapport  $E_{\pi,K}/E_\mu$  et des ouvertures des fentes de sélection. Il est maximum pour le rapport  $E_{\pi,K}/E_\mu = 1.1$  [63], ce qui fixe l'énergie des hadrons pour une énergie de muon voulue. Des raisons de radioprotection limitent le flux de muon incident dans l'aire expérimentale à  $2 \cdot 10^8$  muons/cycle. Pour une cible de Béryllium donnée et des ouvertures des collimateurs fixées, il est aisé d'obtenir ce flux pour les  $\mu^+$ . Mais si la cible et les ouvertures restent inchangées, alors l'intensité pour des  $\mu^-$  est réduite de moitié, à environ  $10^8 \mu^-/\text{cycle}$ . Ceci vient de la différence des sections efficaces de production de  $\pi^+$  et de  $\pi^-$  à partir de protons. Si l'on veut travailler avec le même flux (maximal) pour les  $\mu^+$  et les  $\mu^-$ , alors il faudra jouer avec les épaisseurs de cible et les ouvertures des collimateurs.

La désintégration électro-faible contraint les hélicités des muons. Dans le centre de masse de la désintégration, les neutrinos ( $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ ) sont gauches et les anti-neutrinos ( $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ ) sont droits. La conservation du moment angulaire ( $J = 0$  pour un pion ou un kaon de spin 0) impose donc aux  $\mu^+$  une hélicité négative et aux  $\mu^-$  une hélicité positive. Les transformations de Lorentz du référentiel du centre de masse du méson au référentiel du laboratoire permettent d'écrire

$$P_{\mu\pm} = \mp \frac{m_{\pi,K}^2 + (1 - 2E_{\pi,K}/E_\mu)m_\mu^2}{m_{\pi,K}^2 - m_\mu^2}, \quad (3.1)$$

où  $m_\mu = 105.7$  MeV est la masse du muon. Les pions et les kaons sont considérés comme ultra relativistes. Le rapport des énergies, fixé à 1.1 pour maximiser le flux de muons, sélectionne une partie du spectre des muons émis à l'avant, et conduit à une polarisation de  $P_{\mu\pm} = \mp 0.8$ . Pour les mesures d'asymétries de charge du faisceau, on a vu dans le chapitre 2 qu'il faut avoir  $P_{\mu+} = -P_{\mu-}$ . Si les ouvertures des collimateurs sont légèrement différentes pour les  $\mu^+$  et les  $\mu^-$  (en vue d'obtenir le même flux), alors  $|P_{\mu+}|$  et  $|P_{\mu-}|$  seront égaux à quelques % [63], ce qui est tout à fait tolérable pour nos mesures comme le montre la figure 2.18.

Le faisceau de protons décrit un cycle : les protons sont accélérés puis déversés sur la cible pendant quelques secondes. Depuis 2001, la phase de déversement dure environ 5.2 secondes pour une durée de cycle totale de 16.8 secondes. Après 2005, le faisceau de protons du SPS sera partagé avec le remplissage du LHC et l'expérience CNGS du Gran'Sasso [64], ce qui imposera des durées de déversement et de "super-cycle" de 3.5s et 27s respectivement.

Au niveau de la cible, le profil transverse du faisceau est distribué selon une gaussienne de rayon moyen horizontal de 4.5 mm et vertical de 7.5 mm. La résolution sur la mesure de l'énergie du faisceau est  $\sigma_k/k \simeq 5 \cdot 10^{-3}$  pour un faisceau de 200 GeV et sa dispersion est de 5%. Deux stations de 4 plans de hodoscopes placées avant la cible permettent de connaître la position des muons dans le plan transverse. Ces plans de hodoscopes sont formés de scintillateurs de 2 mm de section utile et conduisent à une résolution de 2.5 mm sur les positions transverses du faisceau.

L'ensemble des particules (muons délocalisés et hadrons) accompagnant chaque déversement est appelé le halo. Le profil de ce halo est étudié dans les références [65] et [66].

### 3.1.2 Cible et luminosité

La luminosité correspond au flux de particules incidentes par unité de surface et de temps que "voit" une particule de la cible. Cette luminosité s'écrit

$$L = I \times (l \times \frac{d}{m_a} A), \quad (3.2)$$

où  $I$  est l'intensité moyenne du faisceau en muons par seconde,  $d$  est la densité de la cible en  $\text{g/cm}^3$ ,  $m_a$  sa masse molaire en  $\text{g/mol}$ ,  $A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  le nombre d'Avogadro et  $l$  la longueur de la cible en cm. Cette définition suppose que la cible intercepte tout le faisceau. Le rayon moyen vertical du faisceau est le plus grand et impose un rayon minimal de trois fois cette longueur pour la cible pour intercepter 99.7% du faisceau. En acceptant une perte d'environ 5%, on peut prendre une cible de diamètre de 3cm. C'est la valeur retenue dans la suite. Le diamètre de la cible est un compromis entre la nécessité d'intercepter le faisceau et la possibilité pour le proton de recul de faible impulsion (quelques 100MeV/c) d'en sortir. Ce point sera abordé plus tard.

Une cible d'hydrogène liquide de 2.56 m de long donne une luminosité de  $1.3 \cdot 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$  dans le cas de cycle du SPS de 16.8 secondes avec un faisceau d'intensité  $2 \cdot 10^8$  muons par déversement. Une cible de plus grande longueur est envisageable pour augmenter la luminosité : la cible d'hydrogène liquide de l'expérience EMC mesurait 6 mètres. La cible actuelle servant à la mesure de  $\Delta G$  mesure  $2 \times 60\text{cm}$ . Pour des questions d'encombrement le centre de la cible de 2.56m devra être déplacée de 2m vers l'amont du faisceau.

On peut envisager des parois de la cible constituées de trois couches superposées, pour se rapporter à un cas réel, la cible de DAPHNE [67] : 0.2 mm de Mylar, 0.6 mm d'Aluminium et 1 mm de Kapton. Les densités respectives de ces matériaux sont données table 3.1, ainsi que les densités surfaciques équivalentes que traversent les particules. Dans la suite du chapitre, nous présenterons les résultats de différentes simulations. Toutes ces simulations prennent en compte les effets dans la cible, c'est pourquoi nous présentons ici comment nous avons traité ce point. Des muons ayant une énergie proche de la centaine de GeV/c perdent par ionisation dans l'hydrogène liquide quelques  $5.3 \text{ MeV} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ . Pour évaluer la perte d'énergie du muon diffusé dans la cible, étant donnée la grande énergie de départ, il convient de considérer la perte constante, et de la normaliser sur la distance parcourue dans la cible. De même pour les parois de la cible où, à ces énergies, les pertes sont d'environ 2.3

| matériau  | densité  | épaisseur | densité équivalente |
|-----------|----------|-----------|---------------------|
|           | $g/cm^3$ | $cm$      | $g/cm^2$            |
| Kapton    | 1.70     | 0.1       | 0.17                |
| Aluminium | 2.70     | 0.06      | 0.162               |
| Mylar     | 1.39     | 0.02      | 0.028               |

TAB. 3.1 – densité et densité équivalente des différents matériaux de la cible modélisée.

$MeV \cdot g^{-1} \cdot cm^2$ . En revanche, pour des protons de quelques centaines de  $MeV/c$ , il convient d'intégrer la formule de Bethe-Bloch[68] sur la distance parcourue dans la cible puis dans les parois. Ces deux types de particules subissent dans la cible les effets de la diffusion coulombienne multiple.

## 3.2 Cinématique

Les variables cinématiques pertinentes pour l'étude du DVCS sont liées à l'impulsion  $k$  du muon incident, aux trois invariants  $Q^2$ ,  $x_B$  et  $t$  ainsi qu'à l'angle azimutal  $\phi$  entre les plans leptonique et hadronique. Il existe différents repères et jeux de variables indépendantes, dont les principaux sont décrits dans le chapitre 1. Toutes les variables sont ici écrites dans le laboratoire :  $k$  et  $k'$  sont les quadri-vecteurs des leptons incidents et diffusés,  $q$  et  $q'$  sont ceux des photons virtuel et réel, et  $p$  et  $p'$  sont ceux des protons initial et de recul. Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté possible, pour les muons ultra relativistes et les photons, l'énergie et le module de l'impulsion de la particule sont notés de la même façon que le quadri-vecteur.

### 3.2.1 Leptons

La cinématique du lepton diffusé est définie par les deux équations

$$Q^2 = 2kk'(1 - \cos \theta_\mu), \quad (3.3)$$

$$x_B = Q^2/2M(k - k'). \quad (3.4)$$

Pour les deux énergies envisagées du faisceau de COMPASS, les figures 3.1 et 3.2 présentent les graphes de  $k'$  et  $\theta_\mu$  en fonction de  $Q^2$  et  $x_B$ . Pour les  $x_B$  inférieurs à 0.05, l'énergie du muon diffusé décroît rapidement alors que son angle croît rapidement. Pour les  $x_B$  supérieurs, les énergies comme les angles ont des variations très douces. La figure 3.3 fait la synthèse des deux figures précédentes, en montrant  $\theta_\mu$  en fonction de  $k'$  pour des valeurs de  $Q^2$  et  $x_B$  typiques d'une expérience DVCS à COMPASS.

### 3.2.2 Photon virtuel

L'étude de la cinématique associée au photon virtuel, qui est directement liée à celle des leptons ( $Q^2$  et  $x_B$ ), est importante. Bien que ce photon n'ait pas d'existence expéri-

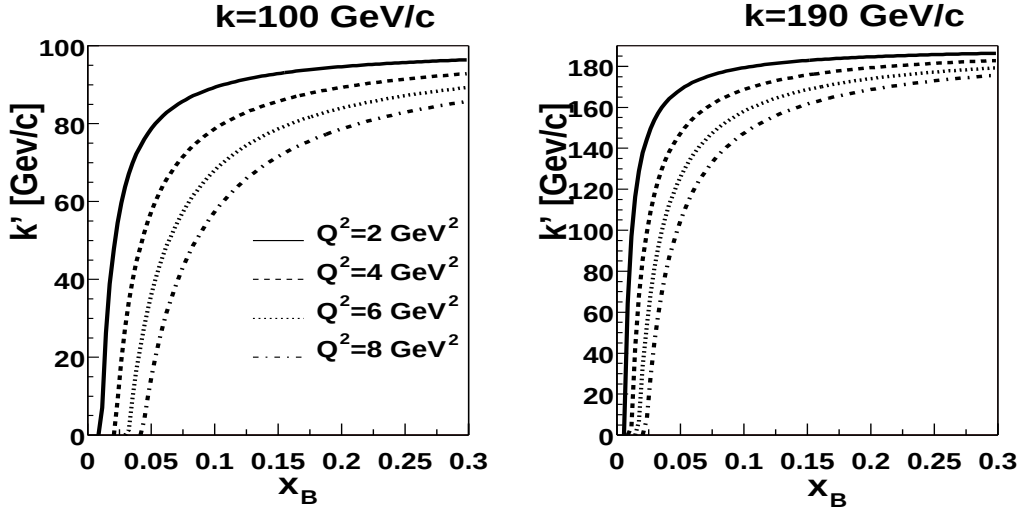


FIG. 3.1 – Energie du muon diffusé en fonction de  $Q^2$  et  $x_B$  pour des faisceaux de 100 et 190 GeV/c.

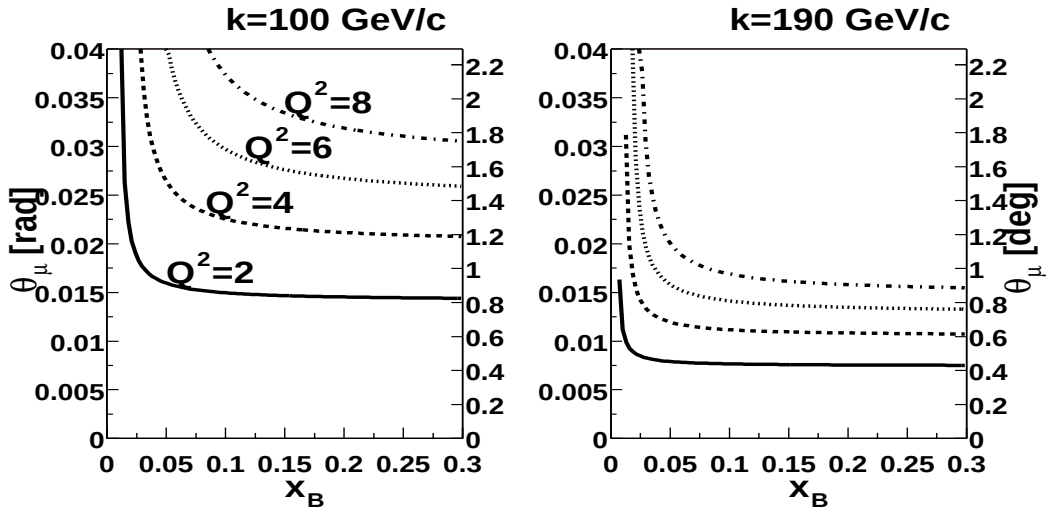


FIG. 3.2 – Angle du muon diffusé en fonction de  $Q^2$  et  $x_B$  pour des faisceaux de 100 et 190 GeV/c.

mentale, sa direction définit un axe autour duquel se distribuent le photon détecté et le proton de recul. Ces derniers forment des cônes dont les angles d'ouverture dépendent de la cinématique. La position d'une particule sur le cône est fonction de l'angle  $\phi$ . La direction du photon virtuel donnera une indication de la direction moyenne du photon réel et du proton de recul pour  $Q^2$  et  $x_B$  donnés. A partir de la conservation de l'impulsion au vertex électromagnétique de la ligne leptonique et des équations (3.4) et (3.3), on obtient l'angle

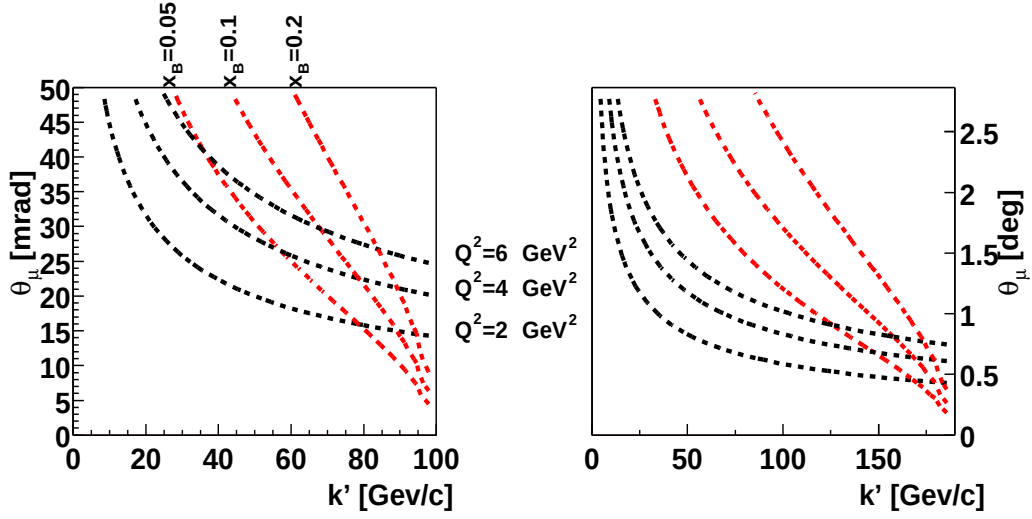


FIG. 3.3 – Angle et énergie du muon diffusé pour des iso- $Q^2$  et des iso- $x_B$ .

du photon virtuel par rapport à la ligne de faisceau du muon incident

$$\cos \theta_{\gamma^*} = \frac{1 + Mx_B/k}{\sqrt{1 + 4M^2x_B^2/Q^2}}, \quad (3.5)$$

où on a utilisé la formule donnant le module de l'impulsion du photon échangé

$$|\vec{q}| = \frac{Q^2}{2Mx_B} \sqrt{1 + 4M^2x_B^2/Q^2}. \quad (3.6)$$

Le figure 3.4 présente la dépendance de l'angle  $\theta_{\gamma^*}$  du photon virtuel dans le labo par rapport aux variables  $Q^2$  et  $x_B$ . L'angle  $\theta_{\gamma^*}$  dépend faiblement de l'énergie incidente  $k$  dans la mesure où  $k \gg M$ , ce qui est évidemment le cas à COMPASS. Ceci a une importance capitale pour la conception des détecteurs de protons et de photons : ils peuvent être identiques pour des expériences à 100 et 190 GeV ! Dans le domaine en  $Q^2$  et  $x_B$  intéressant pour COMPASS, l'angle du photon virtuel varie entre quelques  $10^{-2}$  et 0.3 rad, c'est-à-dire entre quelques degrés et 20 degrés.

### 3.2.3 Photon détecté et proton de recul

Une fois  $Q^2$  et  $x_B$  fixés par la ligne leptonique, qui définissent une direction moyenne pour le photon réel et le proton de recul, le transfert  $t$  précise les ouvertures angulaires des cônes que ces derniers décrivent. A partir des équations

$$\begin{aligned} t &= -Q^2 - 2q' \cdot q = 2M^2 - 2Mp'^0, \\ p'^2 &= M^2 = M^2 - Q^2 + 2M(k - k' - q') - 2q' \cdot q, \end{aligned}$$

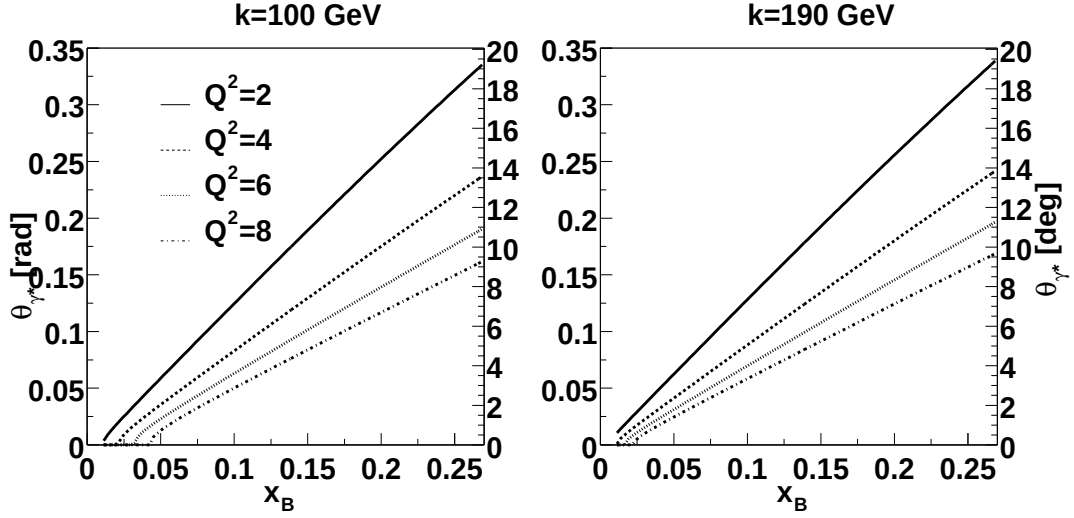


FIG. 3.4 – Angle du photon virtuel par rapport au faisceau incident en fonction de  $x_B$  .

obtenues par conservation de l'énergie-impulsion, les angles d'ouvertures  $\theta_{\gamma^*\gamma}$ , entre le photon virtuel et le photon réel, et  $\theta_{\gamma^*p}$  entre le photon virtuel et le proton de recul, ainsi que leurs énergies s'écrivent

$$\cos \theta_{\gamma^*\gamma} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4M^2 x_B^2 / Q^2}} \left( 1 + \frac{2M^2 x_B}{Q^2} \frac{t + Q^2}{t + Q^2 / x_B} \right), \quad (3.7)$$

$$q' = \frac{t + Q^2 / x_B}{2M}, \quad (3.8)$$

$$\cos \theta_{\gamma^*p} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4M^2 x_B^2 / Q^2}} \frac{2M^2 x_B}{\sqrt{-t(4M^2 - t)}} \left( 1 - \frac{t}{Q^2} \left( 1 + \frac{Q^2}{2M^2 x_B} \right) \right), \quad (3.9)$$

$$p^0 = M - \frac{t}{2M}, \quad (3.10)$$

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{-t(4M^2 - t)}}{2M}. \quad (3.11)$$

Dans la cinématique DVCS, le transfert  $t$  ne peut pas s'annuler si  $Q^2 \neq 0$ . Il existe donc un transfert dit minimal, noté  $t_{\min}$  tel que pour  $Q^2$  et  $x_B$  fixés on a  $|t| > |t_{\min}|$ . Cette valeur s'obtient pour un angle  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 0$ . A partir de la formule

$$t = -\frac{Q^2}{x_B} \times \frac{2M^2 x_B^2 / Q^2 + 1 - \sqrt{1 + 4M^2 x_B^2 / Q^2} \cos \theta_{\gamma^*\gamma}}{2M^2 x_B / Q^2 + 1 - \sqrt{1 + 4M^2 x_B^2 / Q^2} \cos \theta_{\gamma^*\gamma}}, \quad (3.12)$$

on obtient l'expression approché dans la limite  $Mx_B / Q \ll 1$

$$t_{\min} \simeq -M^2 \frac{x_B^2}{1 - x_B}. \quad (3.13)$$

Dans la région physique explorée (décrite dans le chapitre 1) le transfert est très inférieur à  $Q^2$  et petit ( $|t| < 1 \text{ GeV}^2$ ). Pour cette raison, dans les cinématiques à cible fixe où le proton initial est au repos, le proton de recul a une impulsion faible. En revanche, le photon réel, comme le photon virtuel, a une grande impulsion de l'ordre de  $Q^2/2Mx_B$ . Le même raisonnement s'applique pour les angles : la composante transverse par rapport à la direction du photon virtuel produira un grand angle pour le proton et un angle très faible pour le photon réel. La situation est schématisée sur la figure 3.5. La figure 3.6 présente

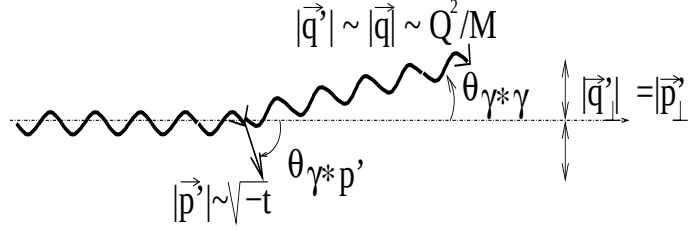


FIG. 3.5 – Schéma de la cinématique du photon détecté et du proton de recul.

les angles d'ouverture pour le photon et le proton. L'extension des courbes est limitée par  $|t| < 1 \text{ GeV}^2$ . L'angle d'ouverture du photon est faible et varie sur un intervalle de 0 à 5 degrés. En revanche, l'angle d'ouverture du proton passe rapidement de 0 à une grande valeur, puis décroît lentement. Cette valeur dépend de  $x_B$  et vaut  $\theta_{\gamma^*p} \sim 50$  degrés pour  $x_B = 0.2$  et  $\theta_{\gamma^*p} \sim 70$  degrés pour  $x_B = 0.05$ , mais elle reste relativement indépendante de  $Q^2$ .

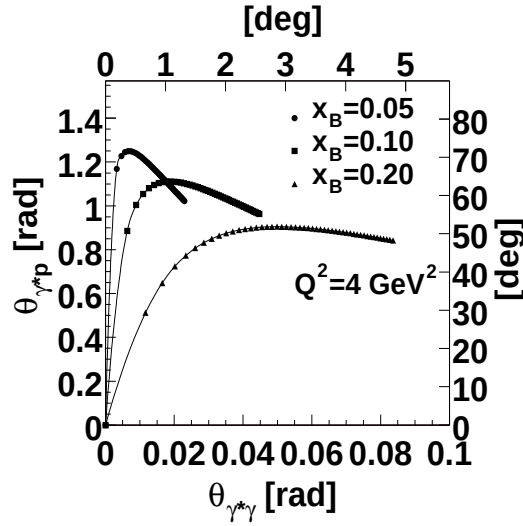


FIG. 3.6 – Angle d'ouverture du cône du proton de recul en fonction de l'angle d'ouverture du cône du photon détecté pour  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  et différentes valeurs de  $x_B$ . L'extension des courbes est limitée par  $|t| < 1 \text{ GeV}^2$ .

La figure 3.7 présente pour une orientation fixée du plan leptonique dans le repère

du laboratoire les variations de l'énergie  $q'$  et de l'angle  $\theta_\gamma$  du photon réel par rapport au faisceau incident. L'extension des segments de la courbe est obtenue pour différents transferts de  $t_{\min}$  à  $t = -1 \text{ GeV}^2$ . Le centre de chaque segment correspond à  $t = t_{\min} \Rightarrow (\theta_{\gamma^*\gamma} = 0, \theta_\gamma = \theta_{\gamma^*}, q' = q'_{\max})$ . L'évolution à droite et à gauche correspond à l'évolution en fonction de  $t$  pour  $\phi = 0$  et  $\pi$  ( $\theta_\gamma = \theta_{\gamma^*} \pm \theta_{\gamma^*\gamma}$ ). On peut distinguer deux domaines pour la cinématiques du photon détecté :

$$\text{domaine I : } 1 \text{ deg} < \theta_\gamma < 8 \text{ deg et } q' < 64 \text{ GeV}/c, \quad (3.14)$$

$$\text{domaine II : } 8 \text{ deg} < \theta_\gamma < 20 \text{ deg et } q' < 17 \text{ GeV}/c. \quad (3.15)$$

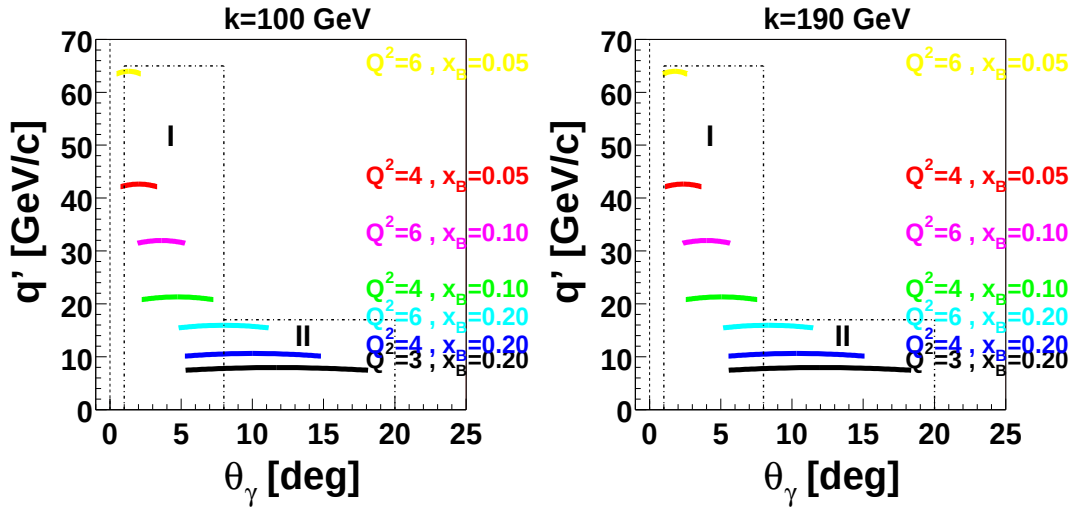


FIG. 3.7 – Energie du photon détecté en fonction de son angle dans le labo pour une orientation fixée du plan leptonique, différentes valeurs de  $Q^2$  et  $x_B$  et le transfert  $t$  variant de  $t_{\min}$  à  $-1 \text{ GeV}^2$ .

De la même façon, il est possible de tracer l'impulsion  $|\vec{p}'|$  du proton de recul en fonction de son angle  $\theta_{p'}$  par rapport au faisceau incident dans le laboratoire. La figure 3.8 présente le graphe obtenu pour les mêmes conditions cinématiques que dans la figure 3.7. Comme annoncé, les angles dépendent faiblement de  $Q^2$ .

### 3.3 Sélection du processus exclusif

La diffusion Compton virtuelle est un processus exclusif, c'est-à-dire où l'état final est complètement déterminé. Lors d'une mesure expérimentale, le DVCS sera accompagné de processus dont l'état final, proche de celui du DVCS, rendra la séparation difficile. Ces processus sont appelés processus parasites du DVCS. Il est essentiel de bien savoir mesurer ou rejeter ces processus pour avoir des mesures du processus DVCS précises.



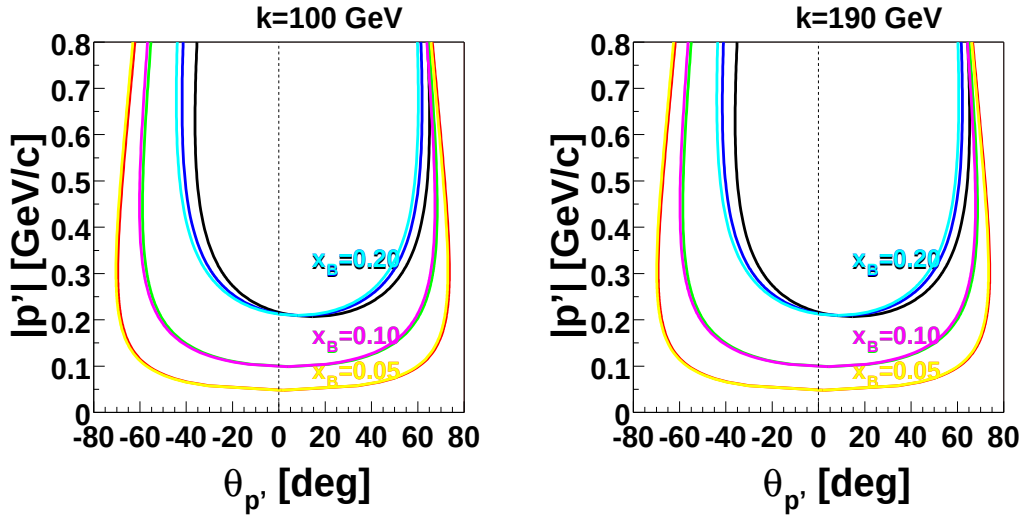


FIG. 3.8 – Impulsion du proton de recul en fonction de son angle dans le labo pour une orientation fixée du plan leptonique, différentes valeurs de  $Q^2$  et  $x_B$  et le transfert  $t$  variant de  $t_{\min}$  à  $-0.5 \text{ GeV}^2$  ( $\rightarrow |\vec{p}'| = 750 \text{ MeV}/c$ ). .

Le dispositif expérimental de COMPASS est conçu pour la détection des particules à l'avant. Il comprend un spectromètre à muons et un calorimètre<sup>2</sup>, mais ne possède pas de détection vers l'arrière. Dans cette section nous démontrons la nécessité d'associer un détecteur de recul au dispositif expérimental de COMPASS .

### 3.3.1 Réactions associées à la mesure du DVCS

Il existe deux classes de réactions parasites particulièrement menaçantes pour la mesure du DVCS. D'autres classes de réactions existent, dérivées ou non des précédentes, mais sont plus facilement séparables.

#### 3.3.1.1 La production de $\pi^0$ en régime profondément inélastique<sup>3</sup>

La production de  $\pi^0$  a été présentée dans le chapitre 2. C'est le même processus que le DVCS, mais le photon de l'état final est remplacé par un  $\pi^0$ , comme présenté sur la figure 3.9. La cinématique de ce processus est très proche de la cinématique du DVCS car le  $\pi^0$  a une petite masse ( $m_{\pi^0} = 134.96 \text{ MeV}$ ) en comparaison des énergies mises en jeu (de l'ordre de quelques GeV pour le photon final). Ce  $\pi^0$  se désintègre en deux photons. Dans le laboratoire, un de ces deux photons a une énergie proche de celle de l'unique photon DVCS. En effet, soient  $\theta$  (pris entre 0 et  $\pi/2$ ) et  $q^* = m_{\pi}/2$  l'angle et l'énergie des photons dans le repère du pion au repos comme représenté figure 3.10. Les paramètres de la transformation de Lorentz qui permet de passer dans le laboratoire sont  $\beta = p_{\pi}/E_{\pi}$  et

<sup>2</sup>et un RICH qui sera utile pour identifier les mésons du processus HMP

<sup>3</sup>le nom anglais de ce processus est deep  $\pi^0$ .

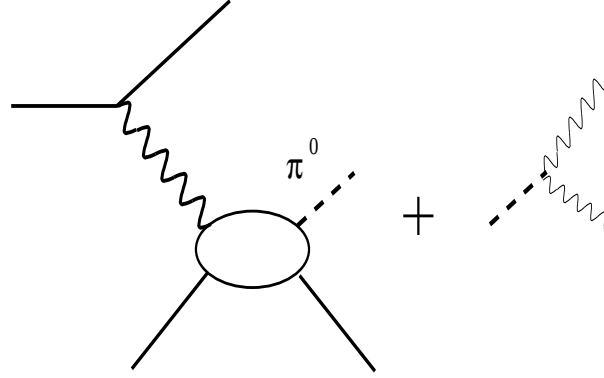


FIG. 3.9 – Graphe représentant la production de  $\pi^0$  en régime profondément inélastique, dont la cinématique est proche de celle du processus DVCS.

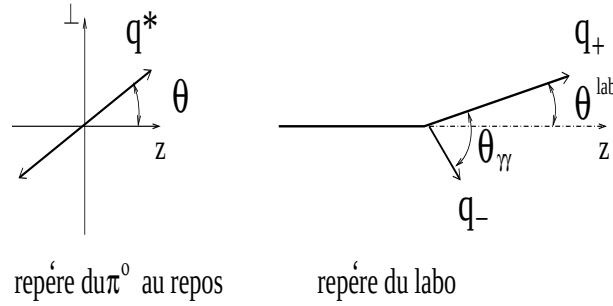


FIG. 3.10 – Désintégration du  $\pi^0$  en deux photons.

$\gamma = E_\pi/m_\pi$ . Notant  $q_{z+}$  et  $q_{z-}$  les impulsions suivant  $z$  dans le laboratoire des photons respectivement vers l'avant et vers l'arrière dans le repère au repos, on a

$$q_{z\pm} = \frac{E_\pi}{2} \left( \frac{p_\pi}{E_\pi} \pm \cos \theta \right).$$

Les angles dans le laboratoire que forment les deux photons avec la direction du pion s'écrivent

$$\theta_{\pm lab} = \pm \arctan \left( \frac{m_\pi}{E_\pi} \frac{\sin \theta}{\frac{p_\pi}{E_\pi} \pm \cos \theta} \right) \simeq \pm \arctan \left( \frac{m_\pi}{E_\pi} \frac{\sin \theta}{1 \pm \cos \theta - m_\pi^2/2E_\pi^2} \right) + O\left(\frac{m_\pi^2}{E_\pi^2}\right), \quad (3.16)$$

et l'angle que forment entre eux les photons est

$$\theta_{\gamma\gamma}^\pi = \arccos \left( \frac{\sin^2 \theta - m_\pi^2/E_\pi^2(1 + \sin^2 \theta)}{\sin^2 \theta + m_\pi^2/E_\pi^2 \cos^2 \theta} \right). \quad (3.17)$$

Dans la cinématique DVCS, l'énergie du photon est de l'ordre de la dizaine de GeV. La masse du pion est un paramètre petit et les expressions précédentes ont été développées en  $m_\pi/E_\pi$ . L'équation (3.16) permet de conclure que pour un angle  $\theta$  supérieur à  $m_\pi/E_\pi$ , les

deux photons seront vers l'avant dans le laboratoire et seront détectables par un calorimètre à l'avant. La désintégration du pion étant isotrope dans son repère au repos, la proportion des pions ainsi détectables de 0 à 90 degrés est de  $1 - m_\pi^2/4E_\pi^2$ . Pour un pion d'impulsion 1 GeV/c, 99.5% des doubles photons pourront être détectés vers l'avant. Suivant l'angle solide couvert par le calorimètre, cette proportion va diminuer, mais il sera toujours possible de remonter au nombre initial de pions, car la désintégration est isotrope dans le repère du pion.

De plus, il faut vérifier que l'écartement entre les deux photons est suffisant pour qu'ils soient individuellement identifiés. Cet angle  $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$  sera minimum pour  $\theta = \pi/2$ , et l'équation (3.17) permet d'écrire

$$\theta_{\gamma\gamma}^{min} \sim 2m_\pi/E_\pi. \quad (3.18)$$

La table 3.2 présente pour une énergie de  $\pi^0$  donnée l'angle minimal séparant les deux photons issus de sa désintégration ainsi que la distance transverse  $d_{\gamma\gamma}^{min}$  que cet angle donne sur deux calorimètres à des distances qui seront justifiées dans la suite. A 12.3 mètres, pour les plus grandes énergies du photon DVCS, le calorimètre devra posséder une résolution spatiale de l'ordre de  $d_{\gamma\gamma}^{min}/3 \sim 1.7$  cm pour avoir la garantie d'une séparation efficace.

| $E_\pi$<br>GeV | $\theta_{\gamma\gamma}^{min}$<br>deg | $d_{\gamma\gamma}^{min}$<br>cm à 3 m | $d_{\gamma\gamma}^{min}$<br>cm à 12.3 m |
|----------------|--------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------|
| 5              | 3.1                                  | 16.2                                 |                                         |
| 17             | 0.91                                 | 4.8                                  |                                         |
| 64             | 0.24                                 |                                      | 5.2                                     |

TAB. 3.2 – Angle minimal et séparation transverse entre les deux photons issus de la désintégration du  $\pi^0$ .

La section efficace de ce processus est du même ordre que celle du DVCS [15]. La production de méson dans le régime profondément inélastique *met en jeu les mêmes GPD que le DVCS*, mais dans des combinaisons de saveur et de type différentes. En cela, il est important de bien mesurer ce processus et non de procéder à une simple réjection. Le calorimètre de COMPASS, capable de détecter partiellement, mais avec précision sur l'angle solide, les photons de désintégration du  $\pi^0$ , est un outil adapté.

### 3.3.1.2 La production d'un pion de basse énergie : l'ADVCS

Ce processus nommée ADVCS pour DVCS Associé contient dans l'état final un pion de basse énergie, dit mou, produit en plus du photon DVCS, comme présenté sur la figure 3.11.

Ce pion peut avoir différentes origines. Il peut être produit au seuil en impulsion ou par désintégration de résonance. Lorsque le pion est émis avec une impulsion très faible, un théorème de basse énergie permet de paramétrer l'amplitude de ce processus par les *mêmes GPD que le processus DVCS*. Lorsque le pion est issu de la désintégration d'une résonance  $\Delta$ , ce sont les *GPD de transition*  $p \rightarrow \Delta$  qui interviennent, dont l'intérêt intrinsèque est le

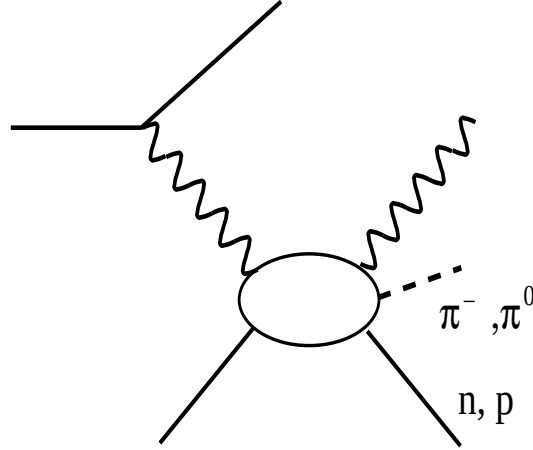


FIG. 3.11 – Graphe représentant la production de  $\pi^0$  associée au DVCS.

même que pour les GPD usuelles de transition  $p \rightarrow p$ . Dans tous les cas, l'ADVCS donne accès à des GPD et doit ainsi être mesuré indépendamment du DVCS, comme c'est le cas pour la production de  $\pi^0$  en régime profondément inélastique. Le chapitre 4 est dédié à une estimation de la section efficace de l'ADVCS par production de pion au seuil.

Le photon de haute énergie est très semblable à celui du DVCS, et est bien détecté dans le calorimètre à l'avant. En revanche, les deux photons de désintégration du  $\pi^0$  ou le  $\pi^-$  de faible énergie n'ont pas de directions privilégiées. Sans détecteur de particules hermétique autour de la cible, il n'est pas possible de détecter directement le processus AVCS.

### 3.3.2 Un outil usuel insuffisant : la masse manquante

La méthode a priori la plus indiquée pour isoler le processus AVCS est l'étude du spectre en masse manquante. Le principe de cette technique est basé sur la détection de deux particules sur les trois de l'état final DVCS. Ayant mesuré les composantes des deux particules à l'avant, le muon et le photon, la conservation des quadri-impulsions permet d'écrire pour la masse manquante au carré

$$M_x^2 = (k + p - k' - q')^2 = p'^2 = M^2.$$

La distribution  $M_x^2$  est une gaussienne centrée sur le carré de la masse du proton mais dont la largeur  $\sigma_{M_x^2}$  dépend des résolutions expérimentales. La masse manquante d'un processus dont l'état final possède un pion supplémentaire forme un continuum à partir du carré de la somme des masses du proton et du pion et présente des pics sur les résonances. Pour séparer les processus par la technique de masse manquante, il faut une résolution  $\sigma_{M_x^2}$  inférieure à la différence  $(M + m_\pi)^2 - M^2$ , soit

$$\sigma_{M_x^2} < 0.25 \text{ GeV}^2. \quad (3.19)$$

Or la résolution sur la masse manquante au carré s'écrit

$$\sigma_{M_x^2}^2 = \left( \frac{\partial M_x^2}{\partial k} \right)^2 \sigma_k^2 + \left( \frac{\partial M_x^2}{\partial k'} \right)^2 \sigma_{k'}^2 + \left( \frac{\partial M_x^2}{\partial q'} \right)^2 \sigma_{q'}^2 + \dots,$$

où les points de suspension représentent les termes de résolution des angles des muons et du photon, qui sont négligeables par rapport aux premiers termes dans l'expérience proposée. Nous verrons plus loin que la résolution sur l'énergie des muons est de l'ordre de  $\sigma_k/k \sim \sigma_{k'}/k' \sim 4 \cdot 10^{-3}$  pour un faisceau de 190 GeV et que la résolution sur l'énergie du photon pour un calorimètre en verre au plomb est  $\sigma_{q'}/q' = 5.5 \cdot 10^{-2}/\sqrt{q'} + 1.5 \cdot 10^{-2}$ . Pour  $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$  et  $x_B = 0.1$ , les contributions individuelles à la résolution pour le muon incident, le muon diffusé et le photon sont respectivement de 1.4, 1.4 et 0.8  $\text{GeV}^2$ , soit au total

$$\sigma_{M_x^2} \sim 2 \text{ GeV}^2.$$

Pour un faisceau de 100 GeV, les contributions des muons diminuent dans le rapport 100/190, mais la contribution du photon reste identique. On trouve pour les mêmes  $Q^2$  et  $x_B$  que précédemment  $\sigma_{M_x^2} \sim 1.3 \text{ GeV}^2$ . La technique de séparation sur un spectre en masse manquante est donc inapplicable.

### 3.3.3 Une solution : un détecteur de recul hermétique

La solution la plus adaptée est l'ajout au dispositif expérimental d'un détecteur hermétique autour de la cible. Son rôle sera double : d'une part identifier et mesurer l'impulsion d'un proton de recul, et d'autre part détecter des particules neutres, photons et neutrons afin d'assurer l'exclusivité du processus DVCS. Ces deux objectifs peuvent être atteints par deux dispositifs complémentaires : un dispositif de mesure de temps de vol suivi d'un calorimètre. Nous étudierons les résolutions attendues pour ce type de détecteur à la fin de la section suivante.

## 3.4 Dispositif expérimental

Comme déjà rappelé précédemment, le dispositif expérimental de COMPASS comprend un spectromètre à muons de petits angles et un calorimètre à l'avant. La nécessité de construire un détecteur de recul hermétique supplémentaire vient d'être discutée. Dans cette section nous étudions la résolution que le spectromètre peut fournir dans le régime cinématique du DVCS, puis nous décrivons comment doit être ré-organisé le calorimètre à l'avant, et finalement, nous présentons un prototype de détecteur de recul avec ses résolutions associées.

### 3.4.1 Le spectromètre à muons de petits angles

L'analyse que nous voulons faire du spectromètre à muons dans le cadre de cette thèse peut se limiter à une forme très simplifiée, à savoir l'association de deux aimants dipolaires

SM1 et SM2. La résolution sur l'impulsion est principalement déterminée par les six stations placées de part et d'autre de SM2. La figure 3.12 présente la situation *très simplifiée* par rapport à la réalité. Les six stations de détection sont placées à 9.1, 13, 15.2, 19.5, 19.7 et

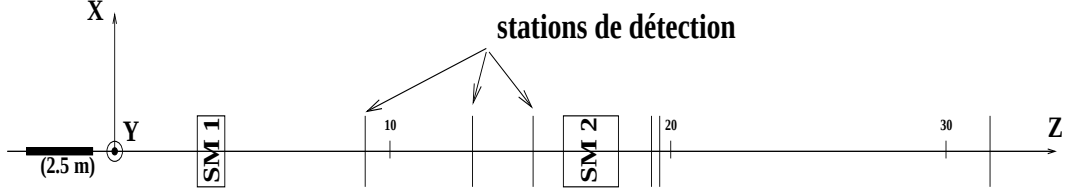


FIG. 3.12 – Représentation très simplifiée en vue de haut du spectromètre à muon de COMPASS.

31.8 mètres de la référence  $Z=0$ . Chacune de ces stations est formée de chambres à fils de résolution donnée. Des chambres de type Micromegas [69] ou GEM [70] peuvent atteindre des résolutions de l'ordre de  $70 \mu\text{m}$ . En contrepartie ces chambres ont à l'heure actuelle des tailles limitées, respectivement  $40 \times 40 \text{ cm}^2$  et  $32 \times 32 \text{ cm}^2$ . Les chambres à dérive telles que celles construites pour la détection des particules à grand angle ont une taille plus élevée,  $120 \times 120 \text{ cm}^2$  mais une résolution de  $120 \mu\text{m}$  dans les deux directions  $X$  et  $Y$  [71]. Dans le spectromètre actuel, les stations, repérées aux positions citées plus haut, sont des GEMs entourées de chambres à fils de taille  $200 \times 200 \text{ cm}^2$  et de résolution de  $2\text{mm}/\sqrt{12} = 577 \mu\text{m}$ .

L'aimant SM2 est considéré comme un aimant à champ constant dirigé selon  $Y$  positifs et d'intégrale de champ  $\int Bdl = 5.2 \text{ T} \cdot \text{m}$  pour le faisceau de 190 GeV et  $\int Bdl = 2.3 \text{ T} \cdot \text{m}$  pour le faisceau de 100 GeV. Son centre est situé à 17.3 mètres. L'aimant SM1, situé à 3.5 mètres, à un champ constant de  $1 \text{ T} \cdot \text{m}$  orienté de la même façon que le champ de SM2. Dans un champ constant selon  $Y$ , un muon conserve son impulsion  $k_i$  mais est défléchi. L'impulsion de sortie  $k_f$  s'écrit  $\vec{k}_f = (k_{ix} \cos \theta_f - k_{iz} \sin \theta_f, k_{iy}, k_{iz} \cos \theta_f + k_{ix} \sin \theta_f)$ , avec

$$\theta_f = \arcsin \left( \frac{q \int Bdl - k_{ix}}{\sqrt{k_{ix}^2 + k_{iz}^2}} \right) + \theta_i, \quad \theta_i = \arctan \frac{k_{ix}}{k_{iz}},$$

où la charge unitaire est  $q = 0.3 \text{ T}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{GeV}/c$  pour  $k$  en  $\text{GeV}/c$  et  $\int Bdl$  en  $\text{Tesla} \cdot \text{m}$ . L'angle dispersif séparant la projection sur le plan  $(x, z)$  des impulsions initiale et finale est  $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ . En notant  $\vec{k}_i = k_i (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ , il est possible de reconstruire  $k_i$  à partir de  $\Delta\theta$  :

$$k_i = \frac{q \int Bdl}{\sin \Delta\theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \sin \theta \cos \phi}}. \quad (3.20)$$

Si  $\sin \theta \ll 1$  et  $k \gg 0.3 \text{ GeV}/c$ , cette expression devient

$$k_i \simeq \frac{0.3 \int Bdl}{\Delta\theta} \text{ GeV}/c. \quad (3.21)$$

---

<sup>4</sup> bien que les résultats des tests de l'été 2001 donnent déjà des résolutions  $\sigma_X = 75 \mu\text{m}$  et  $\sigma_Y = 126 \mu\text{m}$

Il est utile de définir la déviation minimale correspondant à la déviation du faisceau incident d'énergie  $k$ ,  $\Delta\theta_m = \Delta\theta_{m1} + \Delta\theta_{m2} = 0.3 (\int Bdl_{SM1} + \int Bdl_{SM2})/k$ , telle que la déviation due aux deux aimants pour un muon diffusé d'énergie  $k'$  s'écrive

$$\Delta\theta = \Delta\theta_m \frac{k}{k'}. \quad (3.22)$$

Les champs de l'aimant SM2 sont choisis de telle sorte que cette déviation minimale soit environ de 10 mrad pour les deux énergies de faisceau. Cet angle conditionne la taille que devront avoir les chambres, ce qui justifie le choix d'une même valeur pour les deux faisceaux. Dans un plan à  $Z$  constant situé après l'aimant SM2<sup>5</sup>, les positions transverses du muon diffusé sont

$$\begin{aligned} X &\simeq X_0 + Z \theta_\mu \cos \phi_\mu + (Z - Z_{\text{mag}}) \Delta\theta_m \frac{k}{k'}, \\ Y &\simeq Y_0 + Z \theta_\mu \sin \phi_\mu, \end{aligned}$$

où  $Z_{\text{mag}}$  ne dépend que des positions des aimants et des intégrales de champ

$$Z_{\text{mag}} = \frac{Z_{SM1} \Delta\theta_{m1} + Z_{SM2} \Delta\theta_{m2}}{\Delta\theta_{m1} + \Delta\theta_{m2}} \rightarrow \begin{cases} 13.11 \text{ m} & \text{pour } 100 \text{ GeV} \\ 15.07 \text{ m} & \text{pour } 190 \text{ GeV} \end{cases}.$$

$\theta_\mu$  est l'angle de diffusion du muon au vertex<sup>6</sup> et  $\phi_\mu$  est l'angle azimutal du muon au vertex. La figure 3.13 illustre les positions en  $X$  et  $Y$  des muons diffusés sur les stations 1 et 6 pour un faisceau incident de muons positifs de 100 et 190 GeV/c, et la région cinématique  $0.05 < x_B < 0.2$  et  $2 < Q^2 < 7 \text{ GeV}^2$  retenue pour l'expérience DVCS. Les contours de la distribution en  $Y$  se comprennent à l'aide de la figure 3.3 et des coupures cinématiques. Les distributions en  $X$  sont corrélées à la déflexion magnétique supplémentaire variant en  $1/k'$ . Le trait mixte en pointillés et tirets correspond au centre de la déflexion pour  $\theta_\mu = 0$  et  $k' = k$ . Les différents traits en plein, tirets et pointillés correspondent aux limites des différentes chambres envisagées : GEM, chambres à dérive, chambres à fils.

L'amplitude des distributions de la figure 3.13 nous suggère d'envisager l'ajout de chambres à dérive sur les stations de détection. Le tableau 3.3 décrit trois configurations possibles pour les stations de détection. La configuration 1 est la configuration actuelle. La configuration 2 suppose la construction de chambres à dérive de taille  $120 \times 120 \text{ cm}^2$  supplémentaires pour chaque station de détection, et dans la configuration 3 les chambres à dérive de  $120 \times 120 \text{ cm}^2$  sont remplacées par des chambres de  $200 \times 200 \text{ cm}^2$  uniquement pour les stations 4, 5 et 6.

La reconstruction de l'impulsion dépend de la mesure de la déflexion angulaire (loi (3.22)). La résolution sur l'impulsion est donc liée à la résolution sur la dispersion angulaire

$$\sigma_{k'}/k'^2 \simeq \sigma_{\Delta\theta}/(\Delta\theta_m k).$$

<sup>5</sup>Si le plan se situe avant SM2, il suffit de faire la substitution  $\Delta\theta_{m2} = 0$  (soit  $\Delta\theta_m = \Delta\theta_{m1}$ ) dans les expressions suivantes.

<sup>6</sup>En pratique, puisque nous avons déplacé la cible de 2m, il faut faire la translation  $Z \rightarrow Z - 2$  pour un événement au centre de la cible.

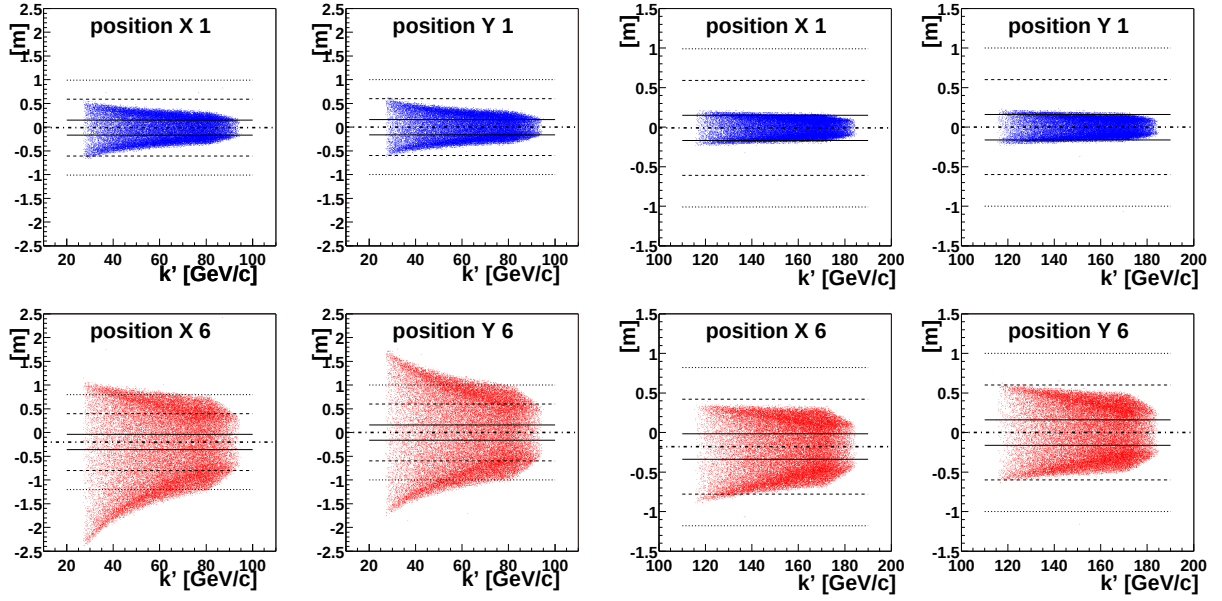


FIG. 3.13 – Positions en X et Y des muons diffusés sur le plan transverse à 9.1 mètres (position 1) et 31.8 mètres (position 6). Le faisceau incident a une énergie de 100 et 190 GeV/c, la cinématique est limitée à  $0.05 < x_B < 0.2$  et  $2 < Q^2 < 7 \text{ GeV}^2$ .

| configuration | taille<br>cm <sup>2</sup> | $\sigma_{X,Y}$<br>$\mu\text{m}$ | taille<br>cm <sup>2</sup> | $\sigma_{X,Y}$<br>$\mu\text{m}$ | taille<br>cm <sup>2</sup> | $\sigma_{X,Y}$<br>$\mu\text{m}$ |
|---------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------------------|
| 1(actuelle)   | 32x32                     | 70                              |                           |                                 | 200x200                   | 577                             |
| 2             | 32x32                     | 70                              | 120x120                   | 120                             | 200x200                   | 577                             |
| 3             | 32x32                     | 70                              | 200x200(*)                | 120                             | 200x200                   | 577                             |

TAB. 3.3 – Configurations possibles du spectromètre à muons de petits angles. (\*) Dans la configuration 3, seules les chambres à dérive des 4<sup>ème</sup>, 5<sup>ème</sup> et 6<sup>ème</sup> stations mesurent 200x200 cm<sup>2</sup>, les autres font 120x120 cm<sup>2</sup>.

Les résultats d'une simulation des résolutions pour les trois configurations et la cinématique DVCS est reportée sur la figure 3.14. Un calcul rapide montre que 2 séries de chambres à dérive de 120  $\mu\text{m}$  de résolution, espacées de 6 mètres et placées de part et d'autre de SM2, donnent des résolutions

$$\sigma_{\Delta\theta} \sim \sqrt{2}\sqrt{2}\frac{120\mu\text{m}}{6\text{m}} = 40 \mu\text{rad},$$

soit

$$\begin{aligned} \text{à } 190 \text{ GeV} \quad \sigma_{k'}/k'^2 &= 2.1 \cdot 10^{-5}, \\ \text{à } 100 \text{ GeV} \quad \sigma_{k'}/k'^2 &= 4 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Ces valeurs sont obtenues pour les configurations 2 et 3 pour les grands  $k'$ . La résolution des chambres à fils est environ 5 fois moins bonne que la résolution des chambres à dérive



et elle domine les résolutions de la configuration 1 pour les plus petits  $k'$ . Les valeurs

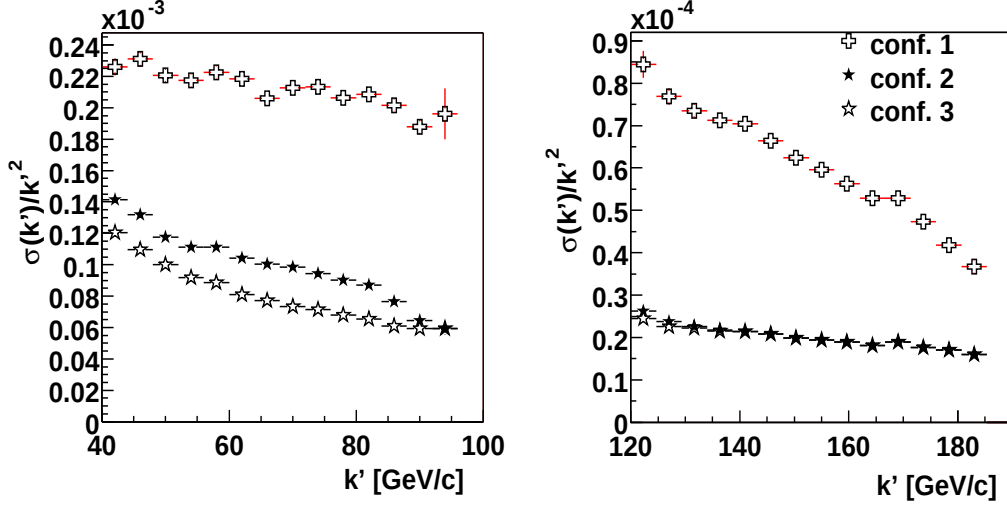


FIG. 3.14 – Résolution  $\sigma_{k'}/k'^2$  obtenue dans les différentes configurations du spectromètre pour les faisceaux de 100 et 190 GeV.

de  $k' \times \sigma_{k'}/k'^2$  sont presque constantes sur l'intervalle en  $k'$ , ce qui permet une étude qualitative plus aisée : c'est donc cette grandeur que nous reportons dans le tableau 3.4, ainsi que la résolution sur  $\theta_\mu$  et sur  $\nu = k - k'$  (avec  $\sigma_k/k = 5 \cdot 10^{-3}$ ) pour l'ensemble du domaine cinématique DVCS exploré.

| Conf. | Energie | $\sigma_{k'}/k'$      | $\sigma_{\theta_\mu}/\theta_\mu$ | $\sigma_\nu$ [GeV] |
|-------|---------|-----------------------|----------------------------------|--------------------|
| 1     | 190 GeV | $8.87 \cdot 10^{-3}$  | $6.56 \cdot 10^{-3}$             | 1.74               |
| 2     | 190 GeV | $3.01 \cdot 10^{-3}$  | $3.31 \cdot 10^{-3}$             | 1.06               |
| 3     | 190 GeV | $2.99 \cdot 10^{-3}$  | $3.31 \cdot 10^{-3}$             | 1.06               |
| 1     | 100 GeV | $13.59 \cdot 10^{-3}$ | $6.45 \cdot 10^{-3}$             | 1.11               |
| 2     | 100 GeV | $6.54 \cdot 10^{-3}$  | $2.84 \cdot 10^{-3}$             | 0.67               |
| 3     | 100 GeV | $5.19 \cdot 10^{-3}$  | $2.84 \cdot 10^{-3}$             | 0.61               |

TAB. 3.4 – Résolutions sur les variables du muon diffusé intégrées sur le domaine cinématique  $0.05 < x_B < 0.2$  et  $2 < Q^2 < 7 \text{ GeV}^2$ , pour deux énergies de faisceau et différentes configurations du spectromètre.

Les résolutions résultantes pour  $Q^2$  et  $x_B$  sont données par les formules analytiques suivantes :

$$\frac{\sigma_{Q^2}}{Q^2} \simeq \sqrt{\frac{\sigma_k^2}{k^2} + \frac{\sigma_{k'}^2}{k'^2} + 4 \frac{\sigma_{\theta_e}^2}{\theta_e^2}},$$

$$\frac{\sigma_{x_B}}{x_B} \simeq \frac{1}{Q^2} \sqrt{\sigma_{Q^2}^2 + 4M^2 x_B^2 \sigma_\nu^2}. \quad (3.23)$$

La résolution sur  $Q^2$  est typiquement de l'ordre de 1% pour les faisceaux de 190 et 100 GeV/c. Les résolutions sur  $x_B$  dépendent donc principalement de la résolution sur  $\nu$ , et évolue en  $1/Q^2$  à  $x_B$  fixé. La figure 3.15 présente les résolutions semi analytiques sur  $x_B$  de l'équation (3.23) pour  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  et les résolutions de la table 3.4 des configurations 1 et 3. Les points sont donnés par la simulation sur le domaine  $3.5 < Q^2 < 4.5 \text{ GeV}^2$ . On voit que la formule reproduit assez bien l'évolution de la résolution. L'enjeu que représente la résolution sur  $x_B$  apparaîtra dans la suite, lorsque nous étudierons les intervalles de définition des variables expérimentales.

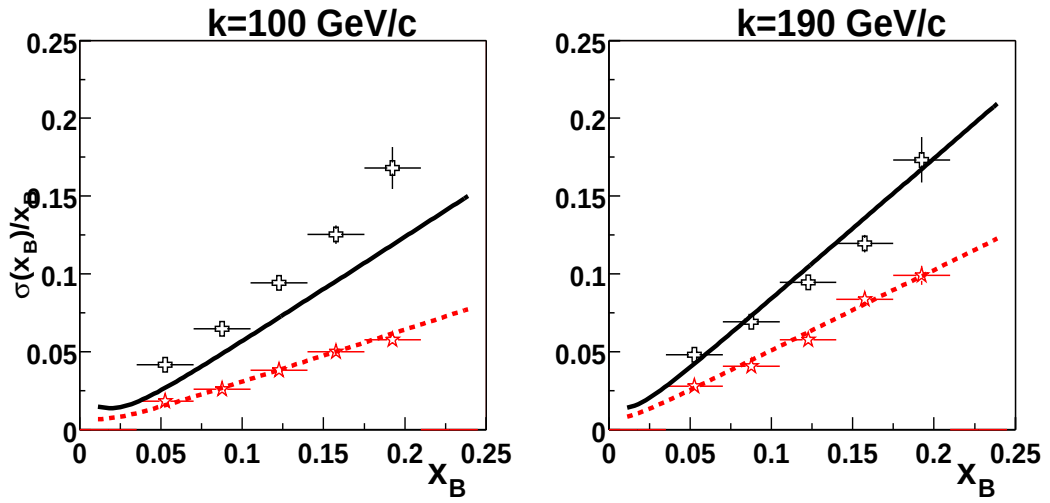


FIG. 3.15 – Résolutions  $\sigma_{x_B}/x_B$  pour  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ . Les points proviennent d'une simulation Monte-Carlo et les courbes sont tracées à partir de la formule 3.23. Les croix verticales et la courbe en trait plein correspondent à la configuration 1 du spectromètre. Les étoiles et la courbe en tirets correspondent à la configuration 3.

Il reste un dernier point à étudier en terme de résolution, c'est le vertex. La ligne incidente et la ligne diffusée reconstruite par le spectromètre permettent de reconstruire le vertex. Le point à mi-distance sur le segment le plus court joignant les deux lignes est pris comme vertex reconstruit. La résolution transverse sur la position du vertex est principalement donnée par la résolution transverse du faisceau incident. En revanche, la résolution longitudinale dépend de la reconstruction de la trace du muon diffusé dans les chambres. Aux très petits angles considérés, la reconstruction longitudinale du vertex est imprécise. Les distributions des écarts de position du vertex suivent des lois gaussiennes dont les variances sont reportées dans le tableau 3.5. Comme nous allons le voir, les résolutions longitudinales sont sensiblement améliorées lorsque le détecteur de recul à grands angles est mis à contribution.

| configuration | k   | $\sigma_x$ | $\sigma_y$ | $\sigma_z$ |
|---------------|-----|------------|------------|------------|
| 1             | 190 | 0.20 cm    | 0.20 cm    | 21.2 cm    |
| 2,3           | 190 | 0.20 cm    | 0.20 cm    | 20.1 cm    |
| 1             | 100 | 0.20 cm    | 0.21 cm    | 11.3 cm    |
| 2,3           | 100 | 0.20 cm    | 0.21 cm    | 9.6cm      |

TAB. 3.5 – Résolutions sur les positions du vertex reconstruit à partir des lignes du muon incident et du muon diffusé.

### 3.4.2 Réorganisation du détecteur de photons à l'avant

Deux calorimètres électromagnétiques existent dans le dispositif expérimental de COMPASS [72]. ECAL1 est situé à 12.3m du centre de la cible (qui est décalée de 2m) et couvre 4m horizontalement(H) et 3m verticalement(V). Il possède une ouverture centrale de 1m H et 0.6 m V. Il est constitué de 44x74-26x16=2840 blocs de verre au plomb nommés GAMS de 3.84x3.84cm<sup>2</sup> et d'un complément de blocs OLGA de 14.3x14.3cm<sup>2</sup>. ECAL2 est situé à 31m du centre de notre cible et couvre l'ouverture d'ECAL1. Il fait 4.4m H et 2m V et possède une ouverture de 38.4x38.4 cm<sup>2</sup>. Il est composé de 52x68-10x10=3436 GAMS et d'un complément de 624 blocs MAINZ de 7.5x7.5 cm<sup>2</sup>. Les GAMS, qui forment la majorité des verres au plomb ont les résolutions

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{6}{\sqrt{E}} + 0.5 \text{ [mm]}, \\ \frac{\sigma_E}{E} &= \frac{5.5}{\sqrt{E}} + 1.5 \text{ [%]}, \quad \text{avec } E \text{ en GeV.}\end{aligned}$$

Ils supportent un taux élevé d'événements : 90% du signal dans une porte de 50 ns sans temps morts. Ils ont un rendement lumineux d'environ 1 photo-électron par MeV déposé, ce qui permet la reconstruction de photon de basse énergie (jusqu'à 20 MeV). Le pouvoir séparateur d'une matrice de GAMS est étudié dans la référence [73] à partir de la désintégration de  $\pi^0$ . La formule (3.18) permet d'écrire la distance minimale entre les deux photons de désintégration du  $\pi^0$  :  $d_{\gamma\gamma} = 2m_{\pi^0}Z/E_{\pi^0}$ , où Z est la distance séparant le point de désintégration du pion du calorimètre. Pour un pion de 10 GeV, la séparation des deux photons est efficace à 50% pour deux impacts distants de  $d_{\gamma\gamma}=1.9\text{cm}$  (avec une probabilité de trouver un mauvais photon de 0.5%) et efficace à 100% pour  $d_{\gamma\gamma}=4\text{ cm}$ . Pour des pions de 40 GeV, cette dernière distance est amenée à  $d_{\gamma\gamma}=5\text{cm}$ .

Dans la configuration actuelle, les couvertures angulaires des calorimètres ne sont pas adaptées à la mesure du photon DVCS dans les domaines I et II définies en (3.14) et (3.15) : ECAL1 couvre au maximum 3.9 degrés (H) et 6.6 degrés (V) avec les GAMS, et la couverture d'ECAL2 concerne les petits angles. Pour permettre la détection du photon jusqu'à des angles de l'ordre de 20 degrés, il faut réorganiser les blocs pour former des nouveaux calorimètres. Une solution est de déplacer ECAL2 en amont de l'aimant SM1, à 3m du centre de notre cible (voir figure 3.21) afin de s'affranchir de la coupure angulaire due à l'ouverture de SM1 et d'augmenter sensiblement sa couverture angulaire. Nous avons vu dans la section 3.3 que le calorimètre à l'avant doit être capable de séparer efficacement

deux impacts de photons provenant d'un  $\pi^0$  ayant une énergie proche de celle du photon DVCS. Cela contraint l'agencement des blocs de verres au plomb pour chaque calorimètre.

Le domaine I, défini dans la formule (3.14), sera couvert par le calorimètre ECAL1. Dans ce domaine, le  $\pi^0$  a une grande impulsion et ses deux photons de désintégration, faiblement séparés, doivent être détectés par des blocs de bonne résolution. A 12.3 m, ECAL1 devra couvrir  $3.46 \times 3.46 \text{ m}^2$  avec des verres au plomb GAMS, ce qui correspond à une matrice de  $90 \times 90$  unités. Il faut remarquer que l'extension verticale du support d'ECAL1 est actuellement de 2.9 mètres, et qu'elle devrait être agrandie à 3.46 mètres. L'ouverture centrale actuelle d'ECAL1 est trop large, il faudra la remplir afin d'intercepter des angles de 1 degré. A 12.3 m l'ouverture devra être de  $43 \times 43 \text{ cm}^2$ . Pour rester à une distance raisonnable du faisceau, le trou central sera de  $12 \times 12 \text{ GAMS}$ , soit une ouverture de  $46 \times 46 \text{ cm}^2$ . En ajoutant quelques blocs pour rendre l'ouverture "circulaire", cette configuration permet la détection des angles de 1.07 degrés. Ce projet pour ECAL1 nécessite environ  $90 \times 90 - 12 \times 12 = 7956 \text{ GAMS}$  alors qu'au total, 6276 blocs sont disponibles actuellement.

Le domaine II sera couvert par ECAL2. Sur ce domaine, les  $\pi^0$  ont une énergie inférieure à 17 GeV, des blocs de taille un peu plus grande que les GAMS, comme les blocs MAINZ actuels, pourront convenir. Pour atteindre environ 20 degrés, il faut construire une matrice de  $29 \times 29 \text{ MAINZ}$ , qui couvrent  $2.18 \times 2.18 \text{ m}^2$ . L'ouverture centrale d'ECAL2 doit être de 8 degrés, ce qui impose un vide d'environ  $84 \times 84 \text{ cm}^2$ , c'est à dire environ  $11 \times 11 \text{ MAINZ}$  soit  $82.5 \times 82.5 \text{ cm}^2$  pour garder un petit recouvrement. Ce projet pour ECAL2 nécessite  $29 \times 29 - 11 \times 11 = 720 \text{ MAINZ}$  pour 624 blocs disponibles actuellement.

Une répartition encore plus judicieuse entre les différents blocs GAMS, MAINZ et OLGA pour les deux surfaces pourrait être étudiée et prendre en compte l'évolution de la condition de granularité en fonction de la distance transverse à une position en Z fixée.

La résolution sur l'énergie du photon détecté provient de la résolution intrinsèque du calorimètre. En revanche, les angles du photon ne sont définis qu'à condition de connaître la position du vertex. En notant D la distance séparant le vertex du point d'impact sur le calorimètre, L sa composante longitudinale, et  $d_T$  sa composante transverse puis  $\sigma_{vT}$  et  $\sigma_{vz}$  les résolutions sur le vertex, et  $\sigma_T$  les résolutions transverses du calo, la résolution sur l'angle  $\theta_\gamma$  du photon détecté s'écrit

$$\sigma_{\theta_\gamma}^2 = \frac{1}{D^4} \left( L^2 (\sigma_{vT}^2 + \sigma_T^2) + d_T^2 \sigma_{vz}^2 \right)$$

Typiquement L sera de l'ordre de 10 mètres, et  $d_T$  de l'ordre de 1mètre. L'énergie du photon étant supérieur au GeV, la résolution en position sur le calo est du même ordre que la résolution transverse sur la position du vertex, quelques  $10^{-3}$  mètres. La résolution sur la position longitudinale du vertex, de l'ordre de quelques centimètres donne une contribution comparable aux résolutions transverses. En prenant les ordre de grandeur précédent, il vient  $\sigma_{\theta_\gamma} \sim 10^{-3} \text{ rad} \sim 10^{-1} \text{ deg}$ .

### 3.4.3 Détecteur de recul

La construction d'un détecteur de recul est nécessaire pour assurer l'exclusivité de la mesure du processus DVCS. Rappelons les pré-requis que doit satisfaire ce détecteur :

- il doit être capable de détecter le proton de recul DVCS à des angles jusqu'à 80 degrés (cf. figure 3.8). En pratique, il est inutile de prévoir la détection des protons à des angles inférieurs à 30 degrés, car ces protons ont alors une petite impulsion, et nous verrons qu'il ne peuvent pas sortir de la cible.
- Il doit être capable de mesurer l'impulsion du proton jusqu'à 750 MeV/c, ce qui correspond à  $|t| \sim 0.5 \text{ GeV}^2$ . La résolution sur  $|t|$  est proportionnelle à la résolution sur  $|\vec{p}|$  qui doit être de l'ordre de quelques pour cent maximum.
- Il doit être capable de séparer et d'identifier les protons et les pions.
- Avec une efficacité modeste mais bien maîtrisée, il doit être capable de détecter les photons et les neutrons.

#### 3.4.3.1 Détection des protons et des pions à grand angle

En s'inspirant du détecteur décrit dans la référence [74], il est possible d'imaginer un détecteur basé sur une mesure de temps de vol. Deux cylindres de scintillateurs concentriques, équipés à chaque extrémité de photo-multiplicateurs, entourent la cible. Le temps de vol est mesuré entre les deux cylindres. Le "tonneau" intérieur doit faire la taille de la cible ( $\sim 2.5$  mètres) et le tonneau extérieur doit mesurer environ 3.5 mètres pour obtenir la couverture angulaire souhaitée. La figure 3.16 présente le schéma de principe du prototype. Le cylindre intérieur A, situé à 15 cm du faisceau, est composé de 24 lattes de scintillateur.

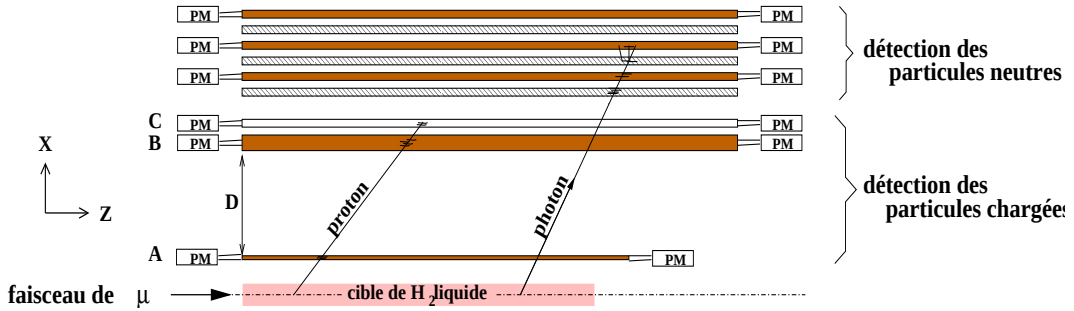


FIG. 3.16 – Demi coupe radiale du prototype de détecteur de recul.

Le cylindre extérieur, B, situé à 105 cm du faisceau, est composé de 24 lattes décalées en angle azimutal d'une demi latte par rapport aux lattes du cylindre intérieur. La distance D séparant les deux cylindres est 90 cm. L'épaisseur du cylindre intérieur doit être aussi petite que possible afin de laisser passer les particules de faible énergie. Elle est fixée à 4 mm. L'épaisseur du cylindre extérieur est fixée à 5 cm. La résolution en position, donnée par la différence des temps de deux photo-multiplicateurs placés aux extrémités des scintillateurs, est estimée dans la référence [74] à  $\sigma_{zA} = 1.8 \text{ cm}$  pour le scintillateur A et  $\sigma_{zB} = 2.7 \text{ cm}$  pour le scintillateur B. La résolution en temps pour chaque scintillateur est

estimée à  $\sigma_{\text{temps}} = 340$  ps pour des protons de 450 MeV/c. Cependant, pour les protons de basse impulsion ( $p=300$  MeV/c), cette résolution doit être meilleure dans la mesure où plus d'énergie est déposée dans le scintillateur.

A partir de ce prototype, il est possible d'obtenir une première estimation des résolutions en impulsion et en angle que fournira ce type de détecteur. Les caractéristiques de la cible et de ses parois<sup>7</sup> ont été rappelées dans la section 3.1.2. Les effets de perte d'énergie et de diffusions coulombiennes multiples sont pris en compte dans la cible. Un proton de trop faible impulsion, qui ne peut pas sortir du système cible + scintillateur A, ne sera pas détecté. La figure 3.17 donne, en fonction de l'angle et de l'impulsion au vertex, les limites de sortie de la cible et du scintillateur A à 90%. Les variations en fonction de l'angle suivent bien une loi du type  $1/\sin\theta$  qui reflète la distance parcourue dans les milieux successifs. Suivant son angle, le proton doit avoir une impulsion entre 250 et 350 MeV/c pour être détecté. Ces valeurs sont légèrement sous évaluées dans la mesure où le proton doit aussi déposer une quantité d'énergie minimale dans le scintillateur B pour y être détecté. La valeur minimale du transfert correspondant à l'impulsion minimale est

$$\text{à } 90 \text{ degrés, } |\vec{p}^*| = 254 \text{ MeV/c} \rightarrow |t| \sim 0.063 \text{ GeV}^2 \quad (3.24)$$

$$\text{à } 30 \text{ degrés, } |\vec{p}^*| = 312 \text{ MeV/c} \rightarrow |t| \sim 0.095 \text{ GeV}^2 \quad (3.25)$$

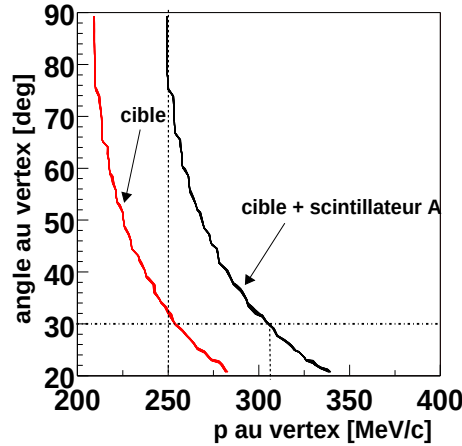


FIG. 3.17 – Limites de sortie de cible et de scintillateur pour les protons DVCS en fonction de l'énergie du proton et de son angle au vertex.

La figure 3.18 présente les résultats de la simulation donnant les résolutions  $\sigma_p/p$  sur l'impulsion du proton en fonction de son angle. Les courbes sont calculées à partir de la formule

$$\frac{\sigma_{|\vec{p}|}}{|\vec{p}|} = \frac{|\vec{p}|^2 + M^2}{M^2} \sqrt{\cos^2 \theta_p \frac{\sigma_{zA}^2 + \sigma_{zB}^2}{D^2} + \frac{|\vec{p}|^2}{|\vec{p}|^2 + M^2} \frac{c^2 \sigma_{\text{temps}}^2}{D^2}} \times \sin \theta_p. \quad (3.26)$$

---

<sup>7</sup>l'ensemble cible + parois sera appelé uniquement cible dans la suite.

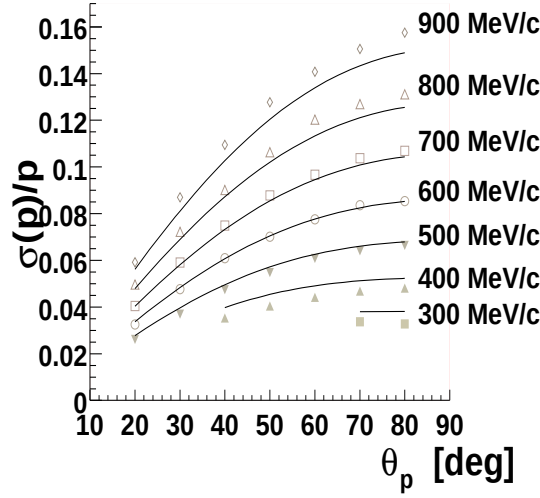


FIG. 3.18 – Résolutions estimées pour le détecteur de proton de recul. Les ajustements suivent la loi (3.26).

La résolution sur l'angle longitudinal du proton s'obtient de façon analytique

$$\frac{\sigma_{\theta_p}}{\sin^2 \theta_p} = \frac{\sqrt{\sigma_{z1}^2 + \sigma_{z2}^2}}{D} = 0.036 \text{ rad.}$$

L'angle azimutal phi est reconstruit en prenant la moyenne des deux angles donnés par les milieux des lattes de scintillateur touchées. La distribution des écarts sur l'angle phi est représentée sur la figure 3.19 et est considérée en première approximation comme une gaussienne de variance

$$\sigma_\phi \sim 2.66 \text{ degrés} \sim 0.046 \text{ rad.}$$

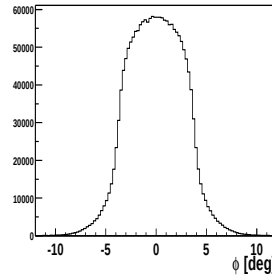


FIG. 3.19 – Résolution sur l'angle azimutal  $\phi$  du proton de recul obtenu par la segmentation en 24 lattes décalées des deux cylindres du détecteur de recul. L'ajustement est gaussien au premier ordre.

La détection du proton permet d'améliorer sensiblement la résolution sur la position

longitudinale du vertex. De façon analytique, cette résolution s'écrit

$$\sigma_{vz} = \frac{\sqrt{105^2 \sigma_{zA}^2 + 15^2 \sigma_{zB}^2}}{D} \simeq 2.14 \text{ cm.}$$

Le dispositif à deux scintillateurs permet de séparer les pions et les protons en comparant les énergie déposées dans les scintillateurs en fonction de la vitesse reconstruite pour la particule entre les scintillateurs. Une première estimation fournie par le code GEANT utilisant un algorithme de minimisation donne une efficacité d'identification du proton de 80% [75]. On peut avoir une idée de la qualité de la séparation des protons et des pions en observant la figure 3.20, qui présente les pertes d'énergie des particules dans le scintillateur B en fonction de la vitesse reconstruite  $\beta$ , pour des angles compris entre 30 et 80 degrés. On distingue bien la contribution des protons par rapport à la contribution des pions. Cependant, on voit apparaître la limite en énergie d'identification du proton, lorsque les deux courbes se superposent, pour les valeurs

$$\beta \sim 0.62 \rightarrow |\vec{p}'| < 750 \text{ MeV/c.}$$

Pour étendre l'identification du proton à de plus grandes impulsions, il est possible d'ajouter des couches de scintillateurs supplémentaires avant ou dans le dispositif de détection des particules neutres[76].

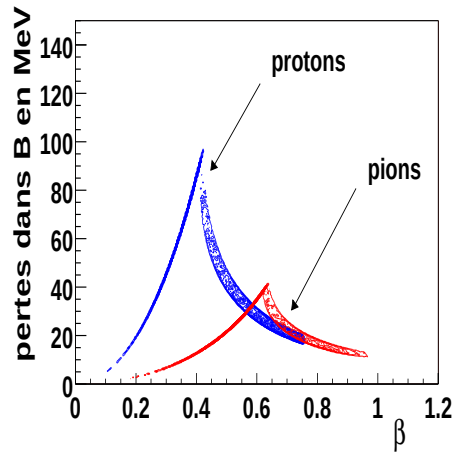


FIG. 3.20 – Pertes d'énergie dans le scintillateur B en fonction de la vitesse reconstruite de la particule.

### 3.4.3.2 Détection des particules neutres à grand angle

La détection des particules neutres passe par l'ajout d'un radiateur (couche de plomb ou de matériau de haute densité) permettant aux particules neutres de se matérialiser en particules chargées. Un détecteur envisageable peut être constitué de couches de Plomb et de scintillateurs en alternance, comme illustré sur la figure 3.16. Un tel détecteur, fait



de trois couches de 5mm de Pb + 5mm de scintillateur, a été construit [77]. Les auteurs ont obtenu une efficacité de 50% pour les photons et de 15% pour les neutrons pour des impulsions inférieures à 1 GeV/c. L'efficacité peut cependant sûrement être améliorée en prenant des couches plus fines et plus nombreuses.

### 3.4.3.3 Système de veto

Il existe essentiellement deux sources de bruit dont il faut se prévenir : le halo du faisceau, et les réactions parasites du faisceau dans la cible. Le système de veto V1+V2 défini sur la figure 3.21, déjà existant dans le dispositif COMPASS, permet de soustraire le halo proche. Pour éliminer le halo plus éloigné et aussi assurer le bon fonctionnement du détecteur de recul, il faut ajouter le veto V3 qui couvre l'ensemble du détecteur et qui peut être composé de simples lattes scintillantes. Pour rejeter toute particule chargée supplémentaire, qui ne serait ni un proton de recul ni un muon à l'avant, et qui n'entrerait ni dans l'acceptance du détecteur de recul ni dans celle du système LAT<sup>8</sup> déjà existant, il faut utiliser le veto avant V4. Ce veto peut éventuellement rejeter des événements DVCS, lorsque ceux-ci sont accompagnés par du bruit électromagnétique. Ce bruit peut être engendré par les diffusions des muons incidents ou diffusés sur des atomes d'Hydrogène de la cible. Une simulation GEANT a montré que environ 10% des événements DVCS seront accompagnés d'au moins un coup dans le veto et seront rejetés [78]. Le principe de ce veto n'est pas encore définitif et des études de corrélation avec la position du vertex, la segmentation des détecteurs et les informations fournies par le LAT pourraient permettre d'abaisser le taux de réjection des événements DVCS.

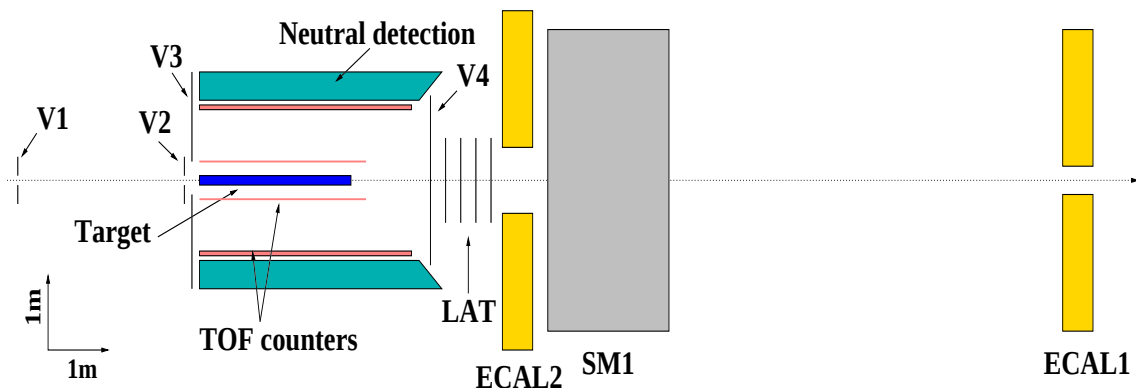


FIG. 3.21 – Calorimètre et détecteur de recul tels qu'ils sont envisagés pour la mesure du DVCS à COMPASS.

<sup>8</sup>Large Acceptance Tracking detector

## 3.5 Taux de comptages, enjeux du DVCS à COMPASS

Cette section est consacrée à une simulation de type Monte-Carlo qui poursuit deux buts distincts : d'une part étudier les détecteurs, les ouvertures cinématiques et les résolutions associées en particulier lorsque les expressions analytiques correspondantes sont complexes, et d'autre part fournir une estimation des taux de comptages attendus pour un dispositif expérimental donné afin de bien définir les enjeux d'une expérience DVCS auprès de COMPASS.

### 3.5.1 Philosophie de la simulation

La simulation se décompose en quatre parties : tirage des variables, construction cinématique, coupures de détection et calcul de la section efficace. Le calcul des taux de comptage est équivalent à une intégration dans un espace multidimensionnel. En effet, le calcul théorique fournit la section efficace différentielle du processus dont l'intégrale (la section efficace) a la dimension d'une surface. Le flux de particules incidentes par unité de surface et de temps vu par une particule de la cible, la luminosité, permet d'accéder au nombre d'événements par unité de temps.

La méthode Monte-Carlo pour intégrer une fonction multidimensionnelle est la suivante. Il s'agit de calculer, par exemple, l'intégrale  $I$  de la fonction de trois variables  $f(x, y, z)$  sur le volume  $D$  dont aucune forme paramétrée analytique n'est accessible simplement. Soit  $T$  un volume défini par trois segments en  $x, y, z$  contenant entièrement le volume  $D$ . La situation est représentée sur la figure 3.22. Soit  $w_D(x, y, z)$  la distribution décrivant le volume  $D$  qui vaut 1 si le point  $(x, y, z)$  est dans  $D$  et zéro sinon. L'intégrale  $I$  s'écrit alors

$$I = \int_D f(x, y, z) dx dy dz = \lim_{n_T \rightarrow \infty} \frac{V_T}{n_T} \sum_{\text{tirages } i}^{n_T} f(x_i, y_i, z_i) w_D(x_i, y_i, z_i), \quad (3.27)$$

où  $V_T$  est le volume de  $T$  et  $n_T$  le nombre total de tirages  $(x_i, y_i, z_i)$  sur le volume  $T$ . Ces tirages doivent être uniformes sur les segments définissant  $T$ . En pratique, le nombre de tirages n'est bien sûr pas infini et l'intégrale est entachée d'une erreur statistique. L'écart-type de l'intégrale  $I$  est

$$\Delta I = V_T \frac{\sqrt{V(f_D)}}{\sqrt{n_T}},$$

où  $V(f_D)$  est la variance de la fonction  $f$  sur le domaine  $D$ .

Cinq variables suffisent pour contraindre entièrement le DVCS dans les conditions expérimentales de COMPASS (pas de polarisation transverse du faisceau ni de la cible). Le tirage des variables cinématiques dépend des variables différentielles de la section efficace et n'est donc pas unique. Afin de reconstruire de façon aisée la cinématique dans le labo, mieux vaut faire le choix du jeu

$$(k'_{lab}, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma^*\gamma}),$$

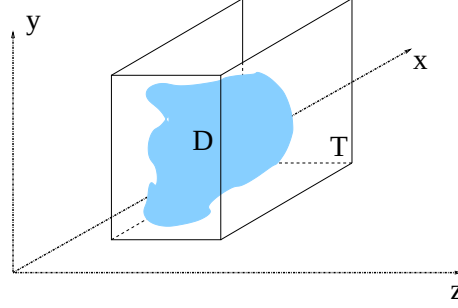


FIG. 3.22 – Illustration de la situation lors de l’intégration Monte-Carlo d’une fonction à plusieurs variables.

où l’angle solide différentiel s’écrit

$$d\Omega = d \cos(\theta) d\phi.$$

Le tirage des angles  $\theta$  et  $\phi$  devra donc être uniforme en  $\cos(\theta)$  et  $\phi$ . Les études de la section 3.2 permettent de déterminer les bornes de tirage utiles. En général, elles seront du type

$$\begin{aligned} k' &\in [k'_{min}, k], \\ \arccos(\cos \theta_e) &\in [0, \theta_e^{max}], \\ \phi_e &\in [0, 2\pi], \\ \arccos(\cos \theta_{\gamma*\gamma}) &\in [0, \theta_{\gamma*\gamma}^{max}], \\ \phi &\in [0, 2\pi]. \end{aligned}$$

Le volume de  $T$  qui est aussi appelé “poids du tirage” s’écrit alors

$$V_T = (k - k'_{min}) \times (\cos \theta_e - 1) \times 2\pi \times (\cos \theta_{\gamma*\gamma} - 1) \times 2\pi [GeV \text{ rad}^2/c].$$

La reconstruction des “bons” événements cinématiques à partir des variables tirées (construction de l’espace des phases) et le passage par le dispositif de détection définissent la distribution  $w_D$ . A chaque tirage est associé son équivalent mesuré, qui est entaché de la résolution du dispositif de détection. Ce sont les variables “mesurées” qui doivent être prises dans le compte des événements. En revanche, les variables initiales servent au calcul de la section efficace.

Lors d’une expérience, il est nécessaire d’étudier les taux de comptage sur des petits segments de variables cinématiques pour reconstruire la section efficace. D’un point de vue théorique ce sont en particulier les variables  $Q^2$ ,  $x_B$ ,  $t$  et  $\phi$  qui sont pertinentes et les petits segments devront être fixés par ces variables.

### 3.5.2 Intervalles de segmentation

La largeur des intervalles de segmentation est un compromis entre la résolution sur les variables à étudier et les taux de comptages attendus. Il faut prendre des demi largeurs

d'intervalle au moins trois fois supérieures à la résolution sur la variable pour être assuré de prendre en compte 99% des événements correspondant au centre de l'intervalle. Si la largeur de l'intervalle ainsi défini conduit à des taux de comptage trop faibles, les incertitudes statistiques rendent difficile l'interprétation du résultat. Certains résultats présentés ici tiennent compte de cette condition. Ils trouveront leur justification dans le paragraphe suivant.

– Intervalles en  $Q^2$  :

La résolution sur  $Q^2$  est de l'ordre de 1%, ce n'est donc pas elle qui contraint la largeur des intervalles en  $Q^2$ . Pour obtenir des taux de comptage raisonnables, les intervalles en  $Q^2$  sont pris tous les  $\text{GeV}^2$  à plus et moins  $0.5 \text{ GeV}^2$

$$\Delta Q^2 : \pm 0.5 \text{ GeV}^2.$$

– Intervalles en  $x_B$  :

La résolution sur  $x_B$  dépend de la configuration du spectromètre adoptée (cf. table 3.3). C'est principalement dans la définition des intervalles en  $x_B$  qu'est l'enjeu de telle ou telle configuration. En effet, la résolution sur  $x_B$  peut atteindre quelques dizaines de % et des demi largeurs de trois fois ces résolutions deviennent considérables. La figure 3.23 aide à construire des intervalles en  $x_B$ . Elle présente les courbes  $x_B \pm 3\sigma_{x_B}$  en fonction de  $x_B$  pour

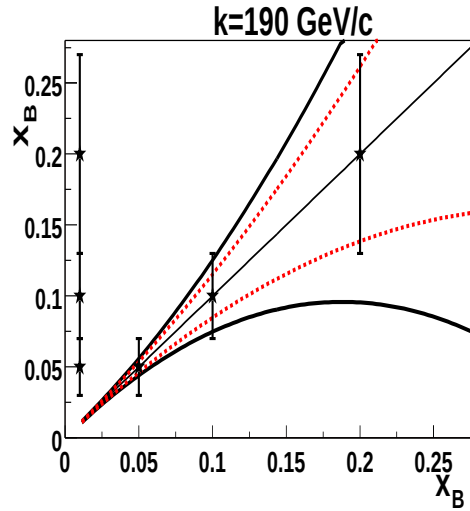


FIG. 3.23 – Illustration de la méthode pour définir les intervalles en  $x_B$ . Les courbes en trait plein sont les fonctions  $x_B \pm 3\sigma_{x_B}$  pour la configuration 1 du spectromètre, et les courbes en tirets sont pour les configurations 2 et 3. Les étoiles sont placées aux centres des intervalles définis en (3.28).

les configurations 1 et 3 du spectromètre et  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  et un faisceau de  $190 \text{ GeV}/c$ . Ces

courbes sont tracées à partir de la formule (3.23) pour laquelle l'accord avec la simulation est présenté sur la figure 3.15. Un choix judicieux de trois intervalles est le suivant

$$\begin{aligned}\Delta x_B & : 0.05 \pm 0.02, \\ & 0.10 \pm 0.03, \\ & 0.20 \pm 0.07.\end{aligned}\tag{3.28}$$

Il est valable à  $3\sigma$  dans tous les cas excepté pour l'intervalle centré sur  $x_B = 0.2$  dans les configuration 1 du spectromètre, où l'intervalle de confiance n'est plus que  $2\sigma$ . A 100 GeV, ces intervalles conviennent également car la résolution sur  $x_B$  est meilleure.

– Intervalles en  $t$  :

La résolution sur le transfert s'obtient de deux façons différentes. Elle peut venir des reconstructions de  $t$  à partir son expression "photonique"  $t_\gamma = (q - q')^2$ , qui implique le spectromètre et le calorimètre, ou de son expression "hadronique"  $t_h = (p' - p)^2$ , qui implique uniquement le détecteur de recul. La meilleure résolution sera choisie pour définir les intervalles en  $t$ .

La résolution "hadronique" sur  $t$  s'écrit

$$\frac{\sigma_t}{|t|} = \frac{4M^2 - t}{2M^2 - t} \times \frac{\sigma_{p'}}{p'} \simeq 2 \frac{\sigma_{p'}}{p'}.$$

Elle est le double de la résolution sur l'impulsion du proton, aussi il est très important d'obtenir une résolution sur cette dernière aussi bonne que possible avec le détecteur de recul. Pour les petits transferts ( $|t| < 1 \text{ GeV}^2$ ), la voie "hadronique" donne les meilleurs résultats. Pour les transferts plus élevés, la reconstruction par la voie "photonique" peut se révéler plus efficace. Sachant que la section efficace, donc les taux de comptage ont une décroissance exponentielle en  $t$ , il est raisonnable de considérer les trois intervalles en  $t$  suivant

$$\begin{aligned}\Delta t & : -0.08 \pm 0.08, \\ & -0.4 \pm 0.24, \\ & |t| > 0.64.\end{aligned}$$

On a vu que la détection du proton de recul limite la valeur du transfert accessible à  $|t| > 0.06$ . Il existe un grand enjeu à essayer de diminuer cette valeur car d'une part la physique aux petits  $t$  est intéressante, et d'autre part les sections efficaces sont élevées dans ce domaine.

– Intervalles en  $\phi$  :

L'angle  $\phi$  est reconstruit comme l'angle entre les deux vecteurs normaux aux plans  $(\vec{k}, \vec{k}')$  et  $(\vec{p}', \vec{q}')$ . La résolution sur  $\phi$  vient principalement de la résolution sur l'orientation du plan  $(\vec{p}', \vec{q}')$ . La résolution sur l'orientation du plan  $(\vec{k}, \vec{k}')$  bénéficie directement de la haute résolution des stations de détection du spectromètre. Pour la configuration 1 du spectromètre à 100 GeV/c, la résolution donnée par un ajustement gaussien de l'écart des angles est 2.25 degrés. Elle est de 2.65 degrés pour le faisceau de 190 GeV/c. Il semble donc raisonnable d'envisager des intervalles

$$\Delta\phi : \pm 9 \text{ degrés.}$$

### 3.5.3 Résultats et interprétations

A partir des résultats de la simulation, il est possible de reconstruire la section efficace moyenne pour un intervalle donné  $D_i$  des variables indépendantes. Elle s'écrit

$$\hat{\sigma} = \frac{V_T}{n_T} \sum_{(k'_{lab}, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma*\gamma})^{mesurés} \in D_i} \frac{d^5\sigma}{dk'_{lab} d\Omega_{lab}^{k'} d\Omega_{lab}^{\gamma*\gamma}} (k'_{lab}, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma*\gamma}).$$

Les nombres  $N$  de coups sur une période donnée s'obtiennent en multipliant la section efficace par la luminosité  $L$  du dispositif expérimental et par la durée  $T$  de la période :

$$N = \hat{\sigma} \times L \times T. \quad (3.29)$$

L'écart type du nombre de coups sur un intervalle donné est

$$\Delta N = \frac{V_T \times L \times T}{\sqrt{n_T}} \sqrt{V(d^5\sigma_i)}, \quad (3.30)$$

où  $V(d^5\sigma_i)$  est la variance de la section efficace différentielle sur l'intervalle  $D_i$ .

La première étape de l'étude est de s'assurer que les intervalles des variables  $Q^2$  et  $x_B$  ne sont pas trop petits par rapport aux taux de comptages estimés. La durée de prise de données est fixée à  $T = 6$  mois avec 100% d'efficacité pour le faisceau de 190 GeV et à  $T = 3$  mois pour chaque faisceau de  $\mu^+$  et  $\mu^-$  de 100 GeV. Les tables 3.6 et 3.7 présentent les nombres de coups pour les faisceaux de 190 et 100 GeV/c. Les nombres de coups pour le DVCS "pur", le Bethe-Heitler et leur somme cohérente sont indiqués. Dans le cas du faisceau de 100 GeV/c le nombre de coups pour un faisceau de muons négatifs est aussi indiqué. Pour 100 GeV, les nombres entre parenthèse sont obtenus en intégrant la section efficace différentielle sur l'intervalle par la méthode de Gauss-Legendre, sans prendre en compte le système de détection, mais en limitant l'intervalle d'intégration en  $t$  à  $0.06 < |t| < 0.64 \text{ GeV}^2$ . Ces nombres correspondent aux taux de comptage théoriques, maxima, accessibles sur l'intervalle. Le modèle de GPD utilisé pour le calcul théorique est présenté dans le chapitre 1, section 1.4. Pour la simulation, les paramètres de ses modèles sont : une dépendance en  $t$  non factorisée, un coefficient  $b = 1$  pour la fonction de profil des Doubles Distributions de  $H$  et  $\widetilde{H}$ , le D-term pour  $H$  et  $E$ , et le pôle de pion pour la GPD  $\widetilde{E}$ .

Plusieurs commentaires de ces tableaux s'imposent :

| $x_B$           | $Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ] | Bethe-Heitler | VCS   | BH+VCS ( $\mu^+$ ) |
|-----------------|---------------------------|---------------|-------|--------------------|
| $0.05 \pm 0.02$ | $2 \pm 0.5$               | 6150          | 34092 | 40230              |
| $0.05 \pm 0.02$ | $3 \pm 0.5$               | 5412          | 9960  | 15438              |
| $0.05 \pm 0.02$ | $4 \pm 0.5$               | 4476          | 3714  | 8232               |
| $0.05 \pm 0.02$ | $5 \pm 0.5$               | 4092          | 1746  | 5886               |
| $0.05 \pm 0.02$ | $6 \pm 0.5$               | 2712          | 792   | 3498               |
| $0.05 \pm 0.02$ | $7 \pm 0.5$               | 2166          | 402   | 2568               |
| $0.10 \pm 0.03$ | $2 \pm 0.5$               | 936           | 34392 | 35586              |
| $0.10 \pm 0.03$ | $3 \pm 0.5$               | 792           | 9276  | 10158              |
| $0.10 \pm 0.03$ | $4 \pm 0.5$               | 696           | 3768  | 4542               |
| $0.10 \pm 0.03$ | $5 \pm 0.5$               | 684           | 1992  | 2706               |
| $0.10 \pm 0.03$ | $6 \pm 0.5$               | 690           | 1134  | 18369              |
| $0.10 \pm 0.03$ | $7 \pm 0.5$               | 558           | 630   | 1194               |
| $0.20 \pm 0.07$ | $2 \pm 0.5$               | 216           | 38970 | 39438              |
| $0.20 \pm 0.07$ | $3 \pm 0.5$               | 156           | 11298 | 11550              |
| $0.20 \pm 0.07$ | $4 \pm 0.5$               | 150           | 4512  | 4734               |
| $0.20 \pm 0.07$ | $5 \pm 0.5$               | 138           | 2148  | 2322               |
| $0.20 \pm 0.07$ | $6 \pm 0.5$               | 138           | 1260  | 1428               |
| $0.20 \pm 0.07$ | $7 \pm 0.5$               | 138           | 816   | 966                |

TAB. 3.6 – Taux de comptages pour 6 MOIS à 100% d'efficacité pour un faisceau de 190 GeV/c. Ces nombres sont intégrés sur  $\phi$  et sur  $|t_h| < 0.64$  GeV<sup>2</sup>.

- Les valeurs parfois comparables des taux de comptages pour une même valeur de  $Q^2$  et différentes valeurs de  $x_B$  doivent être interprétées avec précaution : la largeur des intervalles en  $x_B$  augmente nettement pour chaque intervalle et compense la décroissance de la section efficace VCS “pur” avec  $x_B$ .
- La section efficace décroît comme  $1/Q^2$ . Cette tendance apparaît dans les taux de comptage.
- L’observation surprenante par laquelle il ne faut pas se laisser abuser est l’augmentation dans certains cas des taux de comptages de la somme cohérente du BH et du VCS avec  $Q^2$ . Ce comportement est dû au Bethe-Heitler. Ce dernier possède deux singularités lorsque le photon émis est dans la direction de l’un des muons. Suivant la valeur de  $Q^2$ , ces directions correspondront plus ou moins à la direction d’un photon VCS de transfert  $|t| < 0.64$  GeV<sup>2</sup>. C’est le cas pour les grands  $Q^2$  et les petits  $x_B$  à 100 GeV.
- Pour le faisceau de 100 GeV, la perte due à l’ouverture centrale du calorimètre ( $\theta_\gamma > 1$  degré) est particulièrement marquée à  $x_B = 0.05$  et  $Q^2 > 5$  GeV<sup>2</sup>.

Pour valider l’intérêt d’une expérience DVCS à COMPASS, il faut étudier la qualité des informations obtenues en fonction de  $\phi$  et  $t$ . A partir des taux de comptage, pour un intervalle de segmentation donné en  $Q^2$ ,  $x_B$ ,  $t$  et  $\phi$ , il est possible de remonter à la section

efficace différentielle moyenne

$$\left\langle \frac{d\sigma}{dQ^2 dx_B dt d\phi} \right\rangle = \frac{N}{L \times T \times \Delta Q^2 \times \Delta x_B \times \Delta t \times \Delta \phi} \left[ \frac{\text{nb}}{\text{GeV}^4 \text{ rad}} \right], \quad (3.31)$$

où  $\Delta Q^2$ ,  $\Delta x_B$ ,  $\Delta t$  et  $\Delta \phi$  sont les largeurs des intervalles. La probabilité de trouver un taux de comptage  $N$  sachant que  $\hat{N}$  est attendu est distribuée suivant une loi gaussienne centrée sur  $\hat{N}$  et de variance  $\sigma_N = \sqrt{\hat{N}}$ . L'intervalle de confiance *relatif* d'une mesure expérimentale d'un taux de comptage  $N$  et de la section efficace différentielle reconstruite est alors  $\pm 1/\sqrt{\hat{N}}$ .

– dépendance en  $t$  :

La cinématique  $Q^2 = 4 \pm 0.5$  et  $x_B = 0.1 \pm 0.03$  fournit un exemple typique de COMPASS :  $Q^2$  élevé et petit  $x_B$ . Pour un faisceau de muons positifs et trois mois de prise de données, 3113 coups seront comptés sur l'ensemble des  $t$  et  $\phi$ , dont 1022 pour  $|t_h| < 0.16 \text{ GeV}^2$  et 2091 pour  $0.16 < |t_h| < 0.64 \text{ GeV}^2$ . Ces nombres conduisent à des barres d'erreur statistiques de 3% et 2% respectivement. La figure 3.24 présente ces deux points (marqueurs ronds) avec leurs barres d'erreur (négligeables), comparés aux courbes théoriques extrêmes pour  $\phi = 0 \text{ deg.}$  et  $\phi = 180 \text{ deg.}$

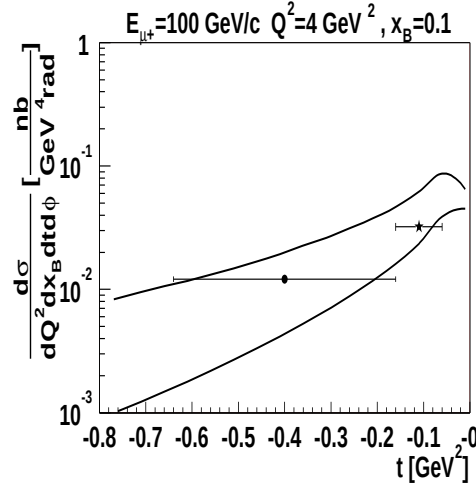


FIG. 3.24 – Points obtenus pour 3 mois de prise de données à COMPASS. Les courbes théoriques théoriques sont tracées pour  $\phi = 0 \text{ deg.}$  (en haut) et  $\phi = 180 \text{ deg.}$  (en bas).

– dépendance en  $\phi$  :



L'intervalle de confiance pour la soustraction de deux taux de comptages  $N^+$  et  $N^-$  est  $\Delta_{N^+-N^-} = \sqrt{N^+ + N^-}$ . En conséquence, l'intervalle de confiance pour l'asymétrie de charge faisceau est

$$\Delta_{BCA} \simeq \frac{1}{\sqrt{N^+ + N^-}}.$$

Les asymétries attendues sont de l'ordre de quelques dizaines de %. L'intervalle de confiance des mesures doit donc être de l'ordre de quelques pour cents. Pour avoir un intervalle de confiance de 1%, il faut environ 10000 événements par intervalle en  $\phi$ . Pour avoir un intervalle de confiance de 5%, 400 événements par intervalle en  $\phi$  sont nécessaires. En prenant une dizaine d'intervalles en  $\phi$  entre 0 et 180 degrés, c'est un intervalle de confiance qui est atteignable dans la plupart des intervalles en  $Q^2$  et  $x_B$ .

Cependant, il est souhaitable de tracer l'asymétrie pour un intervalle en  $t$  donné. Les taux de comptages se divisent en à peu près deux entre les deux intervalles en  $t$ . La figure 3.25 présente les barres d'erreurs estimées pour  $Q^2 = 2 \pm 0.5$ ,  $x_B = 0.05 \pm 0.02$  et  $0.06 < |t_h| < 0.16 \text{ GeV}^2$ . Les courbes représentent les calculs théoriques correspondant à deux valeurs de l'intervalle en  $t$ .

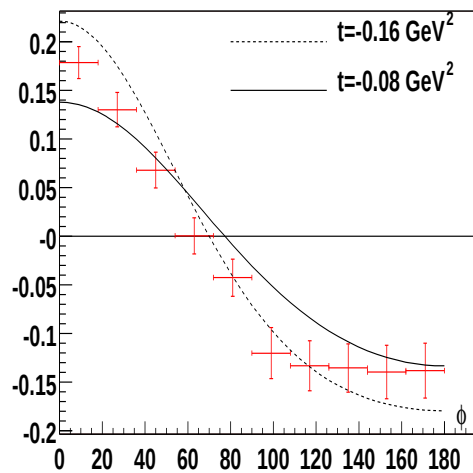


FIG. 3.25 – Asymétrie de charge faisceau à COMPASS obtenue après  $2 \times 3$  mois de prises de données pour un faisceau de 100 GeV,  $Q^2 = 2 \pm 0.5$ ,  $x_B = 0.05 \pm 0.02$  et  $|t_h| < 0.16 \text{ GeV}^2$ .

### 3.6 Conclusion

Le dispositif expérimental envisagé pour l'étude du DVCS à COMPASS, dont les différents éléments ont été développés au cours de ce chapitre, permet de tirer profit de la haute énergie du faisceau de muons qui ouvre un large domaine cinématique accessible. Les taux de comptage attendus pour une période de 6 mois avec 100% d'efficacité sont

confortables pour étudier à la fois les variations en transfert  $t$  de la section efficace DVCS, et des asymétries de charge faisceau.

Le dispositif expérimental est principalement basé sur le dispositif déjà existant à COMPASS. Le spectromètre à muons est utilisé en l'état et le calorimètre à l'avant doit être simplement ré-organisé. Le principal développement technique nécessaire à la réalisation de l'expérience consiste en la construction d'un détecteur de recul hermétique qui doit assurer l'exclusivité de la mesure du processus DVCS. C'est la difficulté expérimentale de cette expérience. Le développement du détecteur de recul est déjà à l'étude, et les résultats encourageants des premiers tests d'un prototype sont présentés dans le chapitre 5.

| $x_B$           | $Q^2$ [GeV <sup>2</sup> ] | Bethe-Heitler    | VCS              | BH+VCS ( $\mu^+$ ) | BH+VCS ( $\mu^-$ ) |
|-----------------|---------------------------|------------------|------------------|--------------------|--------------------|
| $0.05 \pm 0.02$ | $2 \pm 0.5$               | 11861<br>(14984) | 15481<br>(17344) | 27339<br>(32540)   | 27341<br>(32115)   |
| $0.05 \pm 0.02$ | $3 \pm 0.5$               | 8302<br>(13811)  | 3560<br>(4632)   | 11783<br>(18494)   | 11948<br>(18393)   |
| $0.05 \pm 0.02$ | $4 \pm 0.5$               | 7834<br>(15721)  | 1230<br>(1828)   | 9039<br>(17568)    | 9087<br>(17529)    |
| $0.05 \pm 0.02$ | $5 \pm 0.5$               | 5453<br>(25680)  | 514<br>(889)     | 5930<br>(26554)    | 6006<br>(26583)    |
| $0.05 \pm 0.02$ | $6 \pm 0.5$               | 3375<br>(48681)  | 239<br>(469)     | 3604<br>(49028)    | 3622<br>(49272)    |
| $0.05 \pm 0.02$ | $7 \pm 0.5$               | 1544<br>(46232)  | 78<br>(240)      | 1620<br>(46337)    | 1622<br>(46607)    |
| $0.10 \pm 0.03$ | $2 \pm 0.5$               | 1861<br>(2112)   | 17981<br>(19781) | 20044<br>(22121)   | 19638<br>(21666)   |
| $0.10 \pm 0.03$ | $3 \pm 0.5$               | 1558<br>(1775)   | 4843<br>(5259)   | 6485<br>(7103)     | 6316<br>(6964)     |
| $0.10 \pm 0.03$ | $4 \pm 0.5$               | 1287<br>(1673)   | 1787<br>(2090)   | 3113<br>(3795)     | 3035<br>(3731)     |
| $0.10 \pm 0.03$ | $5 \pm 0.5$               | 1170<br>(1646)   | 821<br>(1021)    | 1996<br>(2685)     | 1984<br>(2650)     |
| $0.10 \pm 0.03$ | $6 \pm 0.5$               | 1298<br>(1664)   | 473<br>(566)     | 1780<br>(2241)     | 1760<br>(2219)     |
| $0.10 \pm 0.03$ | $7 \pm 0.5$               | 1425<br>(1720)   | 298<br>(343)     | 1796<br>(2069)     | 1787<br>(2055)     |
| $0.20 \pm 0.07$ | $2 \pm 0.5$               | 466<br>(556)     | 25350<br>(32492) | 26109<br>(33482)   | 25520<br>(32614)   |
| $0.20 \pm 0.07$ | $3 \pm 0.5$               | 360<br>(453)     | 7034<br>(8553)   | 7527<br>(9160)     | 7265<br>(8854)     |
| $0.20 \pm 0.07$ | $4 \pm 0.5$               | 321<br>(417)     | 2739<br>(3403)   | 3134<br>(3896)     | 2985<br>(3743)     |
| $0.20 \pm 0.07$ | $5 \pm 0.5$               | 289<br>(398)     | 1317<br>(1670)   | 1638<br>(2114)     | 1576<br>(2024)     |
| $0.20 \pm 0.07$ | $6 \pm 0.5$               | 273<br>(388)     | 725<br>(933)     | 1021<br>(1351)     | 973<br>(1293)      |
| $0.20 \pm 0.07$ | $7 \pm 0.5$               | 273<br>(384)     | 431<br>(569)     | 718<br>(973)       | 691<br>(933)       |

TAB. 3.7 – Taux de comptages pour 3 MOIS à 100% d'efficacité pour un faisceau de 100 GeV/c. Ces nombres sont intégrés sur  $\phi$  et sur  $|t_h| < 0.64$  GeV<sup>2</sup>. Les nombres entre parenthèses sont issus du calcul théorique de l'intégrale de la section efficace différentielle sur chaque intervalle. Ils ne comprennent pas les coupures d'acceptance du dispositif expérimental, excepté celle en  $t$  :  $0.06 < |t_h| < 0.64$  GeV<sup>2</sup>.

# Chapitre 4

## Production de pion associée au DVCS

### 4.1 Position du problème

L'interprétation théorique du DVCS est plus simple que celle de la production de mésons car celle-ci fait intervenir une inconnue supplémentaire, la fonction d'onde du méson. C'est pourquoi il est généralement accepté que le DVCS est la réaction la mieux adaptée à l'étude des GPD. Le prix à payer pour cette simplicité théorique est une plus grande difficulté expérimentale. En particulier la signature de la réaction exclusive, c'est à dire un photon et un proton dans l'état final, n'est pas évidente en raison de la résolution forcément modeste du détecteur de photons. En pratique, du fait de la proximité du seuil de production de pions, il ne sera pas possible de séparer la réaction qui nous intéresse :

$$e + p \rightarrow e + p + \gamma \quad (4.1)$$

de la réaction associée :

$$e + p \rightarrow e + p + \gamma + \pi \quad (4.2)$$

lorsque l'énergie du pion est faible. C'est pourquoi nous consacrons un chapitre à l'étude de la réaction (4.2). Notre but est de fournir une estimation crédible de sa section efficace pour montrer que c'est une correction supportable à la réaction exclusive (4.1) et qu'elle ne met pas en danger l'interprétation de l'expérience.

Notre calcul est basé sur la théorie des pions mous qui permet, en supposant connus certains commutateurs ou en les calculant à partir de QCD, de relier l'amplitude de la réaction (4.2) à celle de la réaction (4.1) si l'énergie du pion est petite. Cette dernière limitation n'est pas trop sévère dans la mesure où la réaction associée n'est vraiment dangereuse que pour les pions de basse énergie.

L'approximation principale du calcul est que la masse du pion doit pouvoir être négligée devant les autres échelles de masse hadronique. C'est ce qu'on appelle la limite *chirale*, par référence à la symétrie chirale de QCD dont l'implication principale est l'existence d'un pion de masse nulle. L'origine de la symétrie chirale est maintenant attribuée à la masse négligeable (qq MeV) des quarks  $u$  et  $d$ , mais la mise en évidence de cette symétrie et son exploitation sous la forme de théorèmes de pions mous ont précédé de plusieurs années la

découverte de QCD. On peut même dire que ce domaine de physique, connu sous le terme générique d'*algèbre des courants*, a pavé le chemin vers la construction d'une théorie de jauge de l'interaction forte.

Pendant la période pré-QCD, la construction des théorèmes de pions mous se faisait sur la base d'hypothèses générales, comme la conservation du courant électromagnétique et du courant vectoriel faible, la conservation approchée du courant axial faible et la validité des commutateurs de l'algèbre des courants. A ces hypothèses, qui sont maintenant vues comme des conséquences de QCD, se mêlaient les approximations reposant sur la petite masse du pion. Il n'était donc pas toujours facile de décider si un désaccord entre théorie et expérience était dû aux hypothèses de base ou bien à une situation particulière où la limite chirale était pathologique. De nos jours la procédure est évidemment plus simple et plus transparente : on dérive de QCD les propriétés des courants et on se concentre sur le développement autour de la limite chirale.

Il existe essentiellement deux approches dans le développement en pions mous. Si on note  $k_\pi$  la quadri-impulsion de celui-ci, la première approche[79, 80, 81], considère la limite ( $k_\pi^\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = 0, 3$ ), alors que la masse  $m_\pi$  conserve sa valeur physique. La prédiction théorique concerne donc un pion qui n'est pas sur sa couche de masse et la comparaison avec l'expérience implique une extrapolation entre le point  $k_\pi^2 = 0$  et le point physique  $k_\pi^2 = m_\pi^2$ . Dans la seconde approche[82], on considère un pion physique, de masse  $m_\pi \neq 0$ , d'impulsion nulle  $\vec{k}_\pi = 0$ , et on évalue les amplitudes en ne gardant que le terme dominant quand  $m_\pi \rightarrow 0$ . Les deux approches donnent le même résultat pour le terme dominant. La première approche est plus populaire car elle conduit à des résultats explicitement covariants alors que la seconde semble liée au repère particulier où  $\vec{k}_\pi = 0$ . En fait c'est seulement une apparence car la masse du pion étant non nulle<sup>1</sup>, on peut toujours se placer dans le repère où le pion est au repos. Une fois que le théorème est établi dans ce repère il suffit de faire subir à l'amplitude la transformation de Lorentz appropriée pour se placer dans un repère où  $\vec{k}_\pi$  est fini. La seule subtilité est que les termes négligés dans le repère de repos sont d'ordre  $m_\pi$  alors que dans le nouveau repère ils sont d'ordre  $m_\pi$  ou  $\vec{k}_\pi$ , comme dans l'approche covariante. Le choix d'une méthode plutôt qu'une autre est une affaire de goût et de contexte. Dans la suite nous utiliserons la seconde approche car elle nous semble plus pédagogique.

Ce chapitre commence par un rappel sur la symétrie chirale et sa réalisation dans le mode de Goldstone. Nous expliquons ensuite le principe du développement en pions mous que nous illustrerons avec la dérivation de la relation de Gell-Mann Oakes Renner. Nous rappellerons comment l'hypothèse PCAC permet de quantifier la brisure explicite de la symétrie chirale par la masse du pion et nous l'utiliserons pour dériver la relation de Goldberger Treiman. Nous passerons ensuite à la construction de l'amplitude de production d'un seul pion mou par un opérateur a priori quelconque, puis nous considérerons en détail le cas de l'électro-production. Toute cette première partie du chapitre n'est évidemment pas originale. Elle est, entre autres, basée sur les cours de P.A.M Guichon[83, 84]. Nous

---

<sup>1</sup>Insistons sur le fait que l'on considère la limite  $m_\pi \rightarrow 0$ , donc  $m_\pi$  est aussi petit que l'on veut mais non nul.

présenterons ensuite la dérivation d'un théorème de pion mou pour le DVCS. Du fait du mélange de deux régimes, celui de Bjorken et celui des pions mous, notre résultat peut être sujet à la critique car nous serons amenés à permuter les deux limites ( $Q^2 \rightarrow \infty$  et  $m_\pi \rightarrow 0$ ). Nous expliciterons donc clairement les hypothèses et les approximations supplémentaires par rapport aux théorèmes de pion mou "classiques". L'avantage de notre approche est, d'une part qu'elle ne fait pas appel à un modèle et, d'autre part, que l'amplitude de production de pion associée au DVCS est exprimée en fonction des mêmes GPD que celles du DVCS lui-même. La fin du chapitre sera consacrée à la présentation de nos résultats dans les situations expérimentales qui sont envisagées à l'heure actuelle.

## 4.2 Rappels sur la symétrie chirale

Certaines des définitions et propriétés qui suivent ont déjà été présentées dans les chapitres précédents. Nous les rappelons ici pour que ce chapitre puisse être lu indépendamment du reste.

### 4.2.1 Symétrie d'isospin

Les quarks existent en différentes saveurs :  $u, d, s, c, \dots$  et en plusieurs couleurs mais comme ce degré de liberté interne ne joue aucun rôle dans la suite il ne sera pas spécifié. De plus, les saveurs autres que  $u, d$  ne donnent pas lieu à une symétrie chirale approchée<sup>2</sup> à cause de leurs masses trop élevées. Donc seules les saveurs légères  $u, d$  seront considérées. Les champs de quarks correspondant seront notés  $u(x)$  et  $d(x)$  et il est commode de les grouper dans un iso-doublet  $\{q_m(x), m = \pm 1/2\}$  défini par

$$q_{1/2}(x) = \begin{pmatrix} u(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad q_{-1/2}(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ d(x) \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

et sur lequel on fera agir les matrices de Pauli  $\vec{\tau} = \{\tau^\alpha, \alpha = 1, 2, 3\}$ . Dans ce formalisme la charge électrique du quark s'écrit  $(B + \tau_3)|e|/2$ , où  $B$  est la charge baryonique.

Du point de vue de l'interaction forte, les quarks  $u$  et  $d$  ne diffèrent que par leur masses  $m_u \neq m_d$  et cette différence est si faible (qq MeV) qu'on peut la négliger. Le hamiltonien de QCD est alors invariant sous le remplacement

$$q_m \rightarrow \sum_n U_{nm} q_n, \quad (4.4)$$

où  $U$  est une matrice  $2 \times 2$  unitaire (pour conserver la norme). On peut aussi imposer que le déterminant de  $U$  soit égal à 1 car on peut toujours écrire

$$U = e^{i\phi} U', \quad |U'| = 1, \quad (4.5)$$

---

<sup>2</sup>On pourrait inclure le quark étrange, dont la masse d'environ 150 MeV peut encore être considérée comme petite, dans le schéma de la symétrie chirale mais cela n'aurait aucune incidence sur le développement qui suit.

et l'invariance sous la transformation de phase globale  $q \rightarrow \exp(i\phi)q$  entraîne simplement la conservation du nombre baryonique. Nous reviendrons à cette invariance un peu plus loin et pour l'instant nous ignorons cette phase. L'ensemble des transformations de la symétrie d'isospin est donc le groupe  $SU(2)$  dont les transformations infinitésimales s'écrivent

$$q \rightarrow (1 + i\vec{\omega} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2})q, \quad (4.6)$$

où  $(\omega^\alpha, \alpha = 1, 2, 3)$  est un vecteur réel. A cette symétrie correspond un triplet de courants conservés :

$$J_\mu^\alpha(x) = \bar{q}(x)\gamma_\mu \frac{\tau^\alpha}{2} q(x), \quad \partial_\mu J^{\alpha\mu} = 0, \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (4.7)$$

Les charges de ces courants, définies par

$$Q^\alpha = \int d\vec{x} J_0^\alpha(t, \vec{x}), \quad (4.8)$$

ne dépendent pas du temps et on peut vérifier, en utilisant les relations d'anti-commutation  $\{q^\dagger(t, \vec{x}), q(t, \vec{y})\} = \delta(\vec{x} - \vec{y})$ , qu'elles génèrent les transformations d'isospin des opérateurs de champ, c'est à dire

$$[Q^\alpha, q] = \frac{\tau^\alpha}{2} q. \quad (4.9)$$

Complétons ce paragraphe en écrivant le courant baryonique conservé  $b_\mu$  correspondant à l'invariance sous la transformation de phase globale de l'équation (4.5) :

$$b_\mu(x) = \frac{1}{3}\bar{q}(x)\gamma_\mu q(x), \quad \partial_\mu b^\mu = 0.$$

La charge baryonique

$$B = \int d\vec{x} q^\dagger(t, \vec{x}) q(t, \vec{x})$$

génère les transformations :

$$[B, q(x)] = \frac{1}{3}q(x)$$

et commute évidemment avec les transformations d'isospin

$$[B, Q^\alpha] = 0.$$

### 4.2.2 Symétrie chirale

Les masses des quarks  $u$  et  $d$  sont non seulement voisines mais aussi intrinsèquement petites[85] par rapport à une échelle hadronique typique. Si on néglige ces masses,  $m_u \simeq m_d \simeq 0$ , il apparaît une nouvelle symétrie due au fait que le couplage des quarks aux gluons est vectoriel. La transformation qui la définit est

$$q \rightarrow \gamma_5 q. \quad (4.10)$$

En décomposant le champ de quark suivant

$$q = q_R + q_L, \quad q_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} q, \quad q_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} q, \quad (4.11)$$

on voit alors que le hamiltonien est invariant sous des transformations d'isospin *indépendantes* pour les composantes  $R$  et  $L$  :

$$q_R \rightarrow (1 + i\vec{\omega}_R \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}) q_R, \quad q_L \rightarrow (1 + i\vec{\omega}_L \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}) q_L, \quad (4.12)$$

c'est à dire que le groupe d'invariance est  $SU(2)_R \times SU(2)_L$ . On l'appelle le groupe chirale. On retrouve les transformations d'isospin ordinaire en faisant la restriction  $\omega_R = \omega_L$ . Les courants associés à ce groupe de transformations s'écrivent

$$J_\mu^{\alpha R}(x) = \bar{q}(x) \gamma_\mu \frac{\tau^\alpha}{2} \frac{1 + \gamma_5}{2} q(x), \quad J_\mu^{\alpha L}(x) = \bar{q}(x) \gamma_\mu \frac{\tau^\alpha}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} q(x), \quad (4.13)$$

et ils sont conservés dans la limite de symétrie chirale exacte ( $m_u = m_d = 0$ ). Cependant, pour les développements qui suivent, nous devons garder une masse de quarks petite mais non nulle. Si on définit les courants vectoriels ( $J^\alpha$ ) et axiaux ( $J_5^\alpha$ ) par

$$J_\mu^\alpha = J_\mu^{\alpha R} + J_\mu^{\alpha L} = \bar{q}(x) \gamma_\mu \frac{\tau^\alpha}{2} q(x), \quad (4.14)$$

$$J_{\mu 5}^\alpha = J_\mu^{\alpha R} - J_\mu^{\alpha L} = \bar{q}(x) \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} q(x), \quad (4.15)$$

on trouve les équations de conservation approchée :

$$\partial_\mu J^{\alpha\mu} = \frac{m_u - m_d}{2} \varepsilon_{\alpha 3 \beta} \bar{q} \tau^\beta q, \quad (4.16)$$

$$\partial_\mu J_5^{\alpha\mu} = i \frac{m_u + m_d}{2} \bar{q} \gamma_5 \tau^\alpha q + i \frac{m_u - m_d}{2} \delta(\alpha 3) \bar{q} \gamma_5 q \quad (4.17)$$

Evidemment, dans la limite  $m_u = m_d$  on retrouve la conservation du courant vectoriel. Notons à ce sujet que le courant électromagnétique

$$J_{em}^\mu(x) = |e| \bar{q}(x) \gamma_\mu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) q(x) = \frac{1}{2} b^\mu(x) + J^{3\mu}(x) \quad (4.18)$$

est conservé indépendamment de la masse des quarks.

Pour simplifier nous négligeons la différence  $m_u - m_d$  mais nous gardons la demi-somme  $m_q = (m_u + m_d)/2$  finie. L'équation de quasi conservation du courant axial s'écrit alors

$$\partial_\mu J_5^{\alpha\mu} = i m_q \bar{q} \gamma_5 \tau^\alpha q. \quad (4.19)$$

Les charges axiales

$$Q_5^\alpha(t) = \int d\vec{x} q^\dagger(t, \vec{x}) \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} q(t, \vec{x}) \quad (4.20)$$



dépendent donc du temps sauf dans la limite  $m_q = 0$ . Cependant on vérifie qu'elles génèrent bien les transformations d'isospin axial à condition de les écrire sous la forme à temps égal :

$$[Q_5^\alpha(t), q(t, \vec{x})] = i\gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} q(t, \vec{x}) \quad (4.21)$$

Finalement il est évident qu'elles commutent avec la charge baryonique :

$$[B, Q_5] = 0. \quad (4.22)$$

### 4.2.3 Algèbre des courants

A partir des anti-commutateurs entre champs de quarks, on démontre facilement la relation :

$$\left[ \int d\vec{x} q^\dagger(t, \vec{x}) \Gamma q(t, \vec{x}), q^\dagger(t, \vec{y}) \Lambda q(t, \vec{y}) \right] = q^\dagger(t, \vec{y}) [\Gamma, \Lambda] q(t, \vec{y}), \quad (4.23)$$

où  $\Gamma$  et  $\Lambda$  sont deux matrices dans les indices de Dirac et d'isospin. On en déduit alors les commutateurs de l'algèbre des courants, encore appelée algèbre chirale :

$$[Q^\alpha(t), J_\mu^\beta(t, \vec{x})] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\mu^\gamma(t, \vec{x}), \quad (4.24)$$

$$[Q^\alpha(t), J_{5\mu}^\beta(t, \vec{x})] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_{5\mu}^\gamma(t, \vec{x}), \quad (4.25)$$

$$[Q_5^\alpha(t), J_\mu^\beta(t, \vec{x})] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_{5\mu}^\gamma(t, \vec{x}), \quad (4.26)$$

$$[Q_5^\alpha(t), J_{5\mu}^\beta(t, \vec{x})] = i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\mu^\gamma(t, \vec{x}). \quad (4.27)$$

qui a été postulée par Gell-Mann en 1962[86]. Dans les équations 4.24 et 4.26, nous avons gardé la dépendance en  $t$  de la charge  $Q^\alpha$  de sorte que les commutateurs restent corrects même si  $m_u \neq m_d$ .

On vérifie facilement que le courant baryonique commute avec les charges  $Q^\alpha$  et  $Q_5^\alpha$  :

$$[Q^\alpha(t), b_\mu(t, \vec{x})] = [Q_5^\alpha(t), b_\mu(t, \vec{x})] = 0, \quad (4.28)$$

ce qui permet d'écrire, pour le courant électro-magnétique (4.18) :

$$[Q^\alpha(t), J_\mu^{em}(t, \vec{x})] = i|e|\varepsilon_{\alpha 3\gamma} J_\mu^\gamma(t, \vec{x}), \quad (4.29)$$

$$[Q_5^\alpha(t), J_\mu^{em}(t, \vec{x})] = i|e|\varepsilon_{\alpha 3\gamma} J_{5\mu}^\gamma(t, \vec{x}). \quad (4.30)$$

Pour la construction des théorèmes de pions mous nous aurons besoin de commutateurs qui ne font pas partie de l'algèbre des courants, à savoir ceux qui dépendent de la dérivée par rapport au temps de  $Q_5^\alpha$ . On les nomme commutateurs d'ordre supérieur car il s'annulent à la limite chirale. En intégrant l'Eq.(4.19) par rapport à  $\vec{x}$  on obtient

$$[\dot{Q}_5^\alpha(t), A] = im_q \left[ \int d\vec{x} \bar{q}(t, \vec{x}) \gamma_5 \tau^\alpha q(t, \vec{x}), A \right] \quad (4.31)$$

ce qui, en utilisant la relation (4.23), permet de dériver les commutateurs suivants :

$$[\dot{Q}_5^\alpha(t), Q_5^\beta(t)] = i\delta(\alpha\beta)m_q \int d\vec{x} \bar{q}(t, \vec{x}) q(t, \vec{x}), \quad (4.32)$$

$$[\dot{Q}_5^\alpha(t), J_{em}^\mu(t, \vec{x})] = i|e|g^{\mu 0}\varepsilon_{\alpha 3\beta}\partial_\nu J_5^{\nu\beta}(t, \vec{x}) + |e|m_q\bar{q}\sigma^{0\mu}\gamma_5\left(\delta(\alpha 3) + \frac{1}{3}\tau^\alpha\right)q(t, \vec{x}). \quad (4.33)$$

où  $g^{\mu\nu}$  est le tenseur métrique et  $\sigma^{\mu\nu} = i(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)/2$ . Pour des raisons historiques le commutateur (4.32) est appelée *commutateur sigma*. La raison est que ce commutateur est proportionnel au terme de masse du Lagrangien de QCD. Il mesure donc la violation explicite de la symétrie chirale. Or dans le modèle effectif  $\sigma$  linéaire[87], cette violation était décrite par un terme proportionnel au champ  $\sigma$ , qu'on appelait  $\sigma-term$ . Le nom est resté.

#### 4.2.4 Brisure spontanée

Lorsqu'elle est exacte, la symétrie chirale impose que les charges vectorielles et axiales commutent avec le hamiltonien :

$$[Q^\alpha, H] = [Q_5^\alpha, H] = 0. \quad (4.34)$$

Soit  $|E\rangle$  un état propre de  $H$  d'énergie  $E$ , alors :

$$H(Q^\alpha|E\rangle) = Q^\alpha H|E\rangle = E(Q^\alpha|E\rangle), \quad (4.35)$$

$$H(Q_5^\alpha|E\rangle) = Q_5^\alpha H|E\rangle = E(Q_5^\alpha|E\rangle). \quad (4.36)$$

Donc, s'il est non nul,  $Q^\alpha|E\rangle$  est aussi un état propre de  $H$  avec la même énergie. C'est bien ce qui se passe dans la nature. Par exemple le neutron résulte de l'action de  $Q^1 - iQ^2$  sur le proton.

Par contre si on fait agir  $Q_5^\alpha$  sur le nucléon, on obtient forcément une particule de parité opposée puisque  $Q_5$  est un opérateur pseudo-scalaire. Or la seule particule de même masse que le nucléon et de parité opposé est l'anti-nucléon. Il faudrait donc que l'on ait

$$Q_5^\alpha|N\rangle \sim |\bar{N}\rangle,$$

ce qui est impossible car  $Q_5^\alpha$  commute avec  $B$  et  $B|N\rangle = |N\rangle$ ,  $B|\bar{N}\rangle = -|\bar{N}\rangle$ . La solution est que  $Q_5^\alpha|N\rangle$  n'est pas une simple particule mais une superposition du nucléon avec des pions de masse et d'impulsion nulles, qu'on appelle *pions mous*. Cela permet de construire un état dégénéré pour la charge axiale avec le nucléon, de parité opposée, mais de même charge baryonique.

Le raisonnement qualitatif que nous venons de faire conduirait aux mêmes conclusions si on avait fait agir la charge axiale sur le vide, c'est à dire que  $Q_5^\alpha|0\rangle$  est un état contenant des pions mous. Mais si on a

$$Q_5^\alpha|0\rangle \sim |\text{pions}\rangle \neq 0,$$

cela signifie que le vide n'est pas invariant sous toutes les opérations du groupe chirale, ce qui est caractéristique d'une transition de phase. Ce phénomène n'est pas encore compris à partir de QCD car il est hautement non perturbatif. Le scénario favori est qu'il est provoqué par un effet tunnel entre des configurations de même énergie, mais topologiquement distinctes. On peut faire l'analogie avec le puits de potentiel périodique, avec l'état fondamental de QCD décrit comme une onde de Bloch. Le passage, interdit classiquement, entre les différents minima de potentiel est effectué par les instantons[88]. Le point faible de ce scénario est qu'on ne sait traiter le problème que de façon semi-classique et, dans une théorie asymptotiquement libre comme QCD, cela n'est valable que si la constante de couplage effective est petite<sup>3</sup>. Les calculs sur réseaux en fonction de la température indiquent clairement[89] qu'en dessous d'une température critique  $T_c$ , l'état de plus basse énergie brise effectivement la symétrie chirale. On le mesure avec le paramètre d'ordre  $\langle \bar{q}q \rangle$ , le condensât de quarks, qui acquiert une valeur non nulle en dessous de  $T_c$ . Cela confirme que la dynamique QCD produit bien cette transition de phase mais le mécanisme lui même reste à comprendre. Pour les considérations de ce chapitre nous n'avons pas besoin de connaître ce mécanisme. Il nous suffit de savoir qu'il existe, et c'est la phénoménologie qui l'impose.

La brisure spontanée de la symétrie chirale et le rôle du pion sont clarifiés par le théorème de Goldstone[90] : pour un système infini possédant un groupe de symétrie continu dont les générateurs sont  $T_1, T_2, \dots, T_N$ , on a deux cas possibles :

- Si l'état fondamental<sup>4</sup> est invariant sous toutes les opérations du groupe :  $T_i|0\rangle = 0$ ,  $i = 1, N$ , la symétrie est réalisée dans le mode de Wigner : les excitations du système (les particules) existent sous la forme de multiplets que l'on peut caractériser par les représentations irréductibles du groupe. C'est le cas de la symétrie d'isospin.
- Si l'état fondamental n'est pas invariant sous certaines opérations du groupe :  $T_a|0\rangle \neq 0$ , la symétrie est réalisée dans le mode de Goldstone : il existe une excitation d'énergie nulle pour chaque générateur  $T_a$  qui ne laisse pas l'état fondamental invariant. On les appelle bosons ou modes de Goldstone.

Donc les pions apparaissent comme les modes de Goldstone de la brisure par le vide de la symétrie chirale. Si celle-ci était exacte ils auraient une masse nulle, et la faible valeur de  $m_\pi$  comparée aux autres échelles de masse de QCD suggère que le scénario est correct.

## 4.2.5 Quelques définitions

Pour terminer ce rappel nous donnons quelques définitions utiles concernant les éléments de matrice des courants pour un nucléon ou un pion. On note  $u(p)$  le spineur du nucléon d'impulsion  $\vec{p}$ , d'énergie  $\sqrt{p^2 + M^2}$ . La variable de spin ou d'hélicité est sous entendue quand elle n'est pas nécessaire et les normalisations utilisées sont

$$\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = 2p^0 (2\pi)^3 \delta(\vec{p}' - \vec{p}), \quad \bar{u}(p)u(p) = 2M. \quad (4.37)$$

---

<sup>3</sup>Cela ne veut pas dire que les effets sont perturbatifs. Par exemple  $\exp(-1/g^2)$  n'a pas de développement en série autour de  $g = 0$ .

<sup>4</sup>c'est-à-dire le vide pour une théorie de champs

On a les paramétrisations suivantes pour les éléments de matrice du courant électromagnétique du nucléon :

$$\langle \vec{p}' | J_{em}^\mu(x=0) | \vec{p}, \text{proton} \rangle = |e| \bar{u}(p') \left[ F_1^p(t) \gamma^\mu + i F_2^p(t) \frac{\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu}{2M} \right] u(p), \quad (4.38)$$

$$\langle \vec{p}' | J_{em}^\mu(x=0) | \vec{p}, \text{neutron} \rangle = |e| \bar{u}(p') \left[ F_1^n(t) \gamma^\mu + i F_2^n(t) \frac{\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu}{2M} \right] u(p), \quad (4.39)$$

$$t = (p' - p)^2, \quad F_1^p(0) = 1, \quad F_1^n(0) = 0, \quad F_2^p(0) = 1.79, \quad F_2^n(0) = -1.91. \quad (4.40)$$

Le courant baryonique du nucléon  $N$  s'en déduit :

$$\langle N(\vec{p}') | b^\mu(x=0) | N(\vec{p}) \rangle = \bar{u}(p') \left[ F_1^S(t) \gamma^\mu + i F_2^S(t) \frac{\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu}{2M} \right] u(p), \quad (4.41)$$

ainsi que le courant d'isospin vectoriel :

$$\langle N(\vec{p}') | J^{\alpha\mu}(x=0) | N(\vec{p}) \rangle = \bar{u}(p') \left[ F_1^V(t) \gamma^\mu + i F_2^V(t) \frac{\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu}{2M} \right] u(p) \chi_N^\dagger \frac{\tau^\alpha}{2} \chi_N, \quad (4.42)$$

où les facteurs de forme iso-vectoriels et isoscalaires sont définis par :

$$F_{1,2}^V = F_{1,2}^p - F_{1,2}^n, \quad F_{1,2}^S = F_{1,2}^p + F_{1,2}^n,$$

et  $\chi_N$  est l'isospineur à deux dimensions qui spécifie l'état d'isospin du nucléon. A partir de maintenant il sera, la plupart du temps, sous entendu (ou incorporé dans  $u(p)$ ). Pour ne pas surcharger les notations on utilise aussi<sup>5</sup>  $\tau^\alpha$  pour désigner les matrices de Pauli qui agissent sur ces isospineurs. Dans cette notation plus compacte, le courant électro-magnétique du nucléon s'écrit par exemple :

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') | J_{em}^\mu(x=0) | N(\vec{p}) \rangle = \\ |e| \bar{u}(p') \left[ \frac{F_1^S(t) + \tau^3 F_1^V(t)}{2} \gamma^\mu + i \frac{F_2^S(t) + \tau^3 F_2^V(t)}{2} \frac{\sigma^{\mu\nu}(p' - p)_\nu}{2M} \right] u(p) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Finalement le courant d'isospin axial a la décomposition suivante :

$$\langle N(\vec{p}') | J_5^{\alpha\mu}(x=0) | N(\vec{p}) \rangle = \bar{u}(p') [g_A(t) \gamma^\mu + h_A(t) (p' - p)^\mu] \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p), \quad g_A(0) = 1.267, \quad (4.44)$$

et nous reviendrons sur le facteur de forme pseudo-scalaire  $h_A$  un peu plus tard. Pour le pion le seul élément de matrice dont nous aurons besoin est celui du courant axial :

$$\langle 0 | J_5^{\alpha\mu}(x=0) | \pi^\beta(\vec{k}) \rangle = i f_\pi k^\mu \delta(\alpha \beta), \quad f_\pi = f_\pi(k^2 = m_\pi^2) = 92.4 \text{ MeV}. \quad (4.45)$$

---

<sup>5</sup>lorsqu'il y a risque de confusion entre les matrices de Pauli qui agissent sur les quarks on notera  $\tau_N$  celles qui agissent sur le nucléon.

### 4.3 Le développement en pions mous

Le fait que la charge axiale connecte des états contenant des nombres différents de pions est la base des théorèmes de pions mous. En effet considérons le produit  $Q_5^\alpha A$  où  $A$  est un opérateur qui sera choisi plus tard. Dans la limite chirale l'opérateur  $Q_5^\alpha$  est indépendant du temps, donc un élément de matrice  $\langle a|Q_5^\alpha|b \rangle$  est non nul seulement si  $|a \rangle$  et  $|b \rangle$  ont la même énergie. Evaluons l'élément de matrice  $\langle f|Q_5^\alpha A|i \rangle$  en utilisant la relation de fermeture

$$\langle f|Q_5^\alpha A|i \rangle = \sum_X \langle f|Q_5^\alpha|X \rangle \langle X|A|i \rangle \quad (4.46)$$

où  $\sum_X$  est une notation symbolique qui sera précisée en temps voulu. Dans cette somme les seuls termes qui survivent dans la limite chirale sont ceux pour lesquels

- $X = f$  (ou un membre du même multiplet),
- $X = f + \text{pions mous}$ .

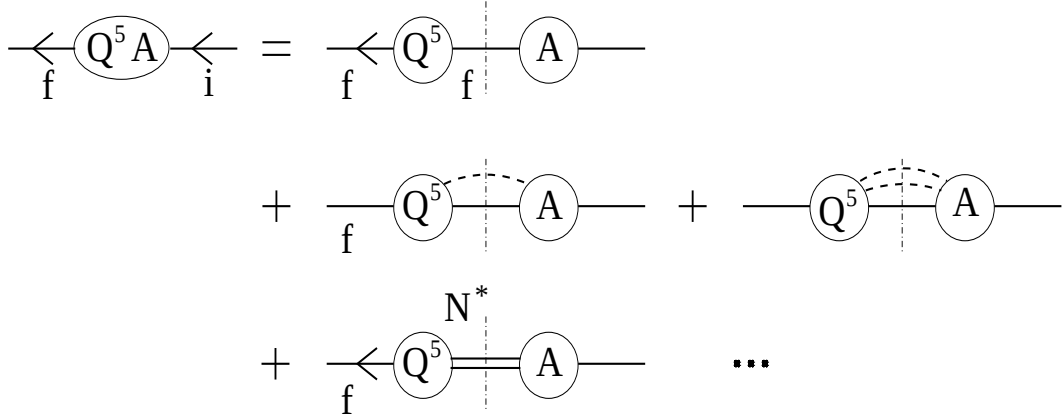


FIG. 4.1 – Représentation graphique de l'égalité 4.46 :  $\langle f|Q_5^\alpha A|i \rangle = \sum_X \langle f|Q_5^\alpha|X \rangle \langle X|A|i \rangle$  dans la limite chirale.

Ceci est illustré sur la figure 4.1, où la barre pointillée verticale indique qu'il n'y a pas de propagateur, mais seulement une somme sur les états intermédiaires.

Quand l'état  $|X \rangle$  contient des pions, il y a en général une ou plusieurs intégrales sur les impulsions de sorte que l'énergie de l'état intermédiaire est  $E_X = \sqrt{M_f^2 + K_1^2} + \sqrt{m_\pi^2 + K_2^2} + \dots$ , où  $K_1, K_2$  sont des impulsions typiques des boucles. Elles sont contrôlées par la coupure sur les intégrales et donc ne s'annulent pas à la limite chirale. Donc, en général, les termes contenant des boucles de pions ne contribuent pas dans cette limite. Les seules contributions non nulles, mis à part l'état  $|f \rangle$  lui-même, proviennent des états intermédiaires où il y a un seul pion au repos.<sup>6</sup> Ceci est possible puisqu'en raison de la brisure spontanée de la symétrie on a  $\langle 0|Q_5^\alpha|\pi(\vec{0}) \rangle \neq 0$ . La contribution correspondante est montrée sur la figure 4.2a où l'on voit que le pion est directement créé (ou absorbé) dans

<sup>6</sup>On aurait  $n$  pions au repos si on considérait l'opérateur  $(Q_5)^n A$ .

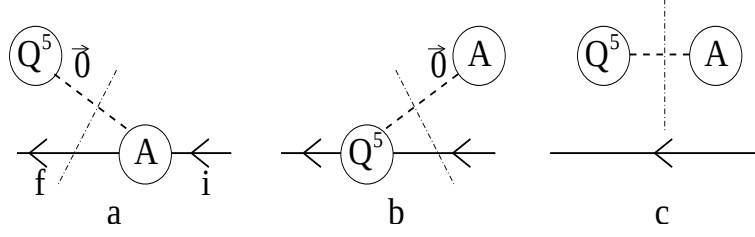


FIG. 4.2 – Etats intermédiaires à un seul pion au repos.

le vide par l'action de la charge axiale. Le fait que son impulsion est nulle vient de ce que la charge est une quantité intégrée sur  $\vec{x}$ , et donc ne transfère pas d'impulsion. Si l'opérateur  $A$  connecte le vide à l'état à un pion et s'il ne transfère pas d'impulsion, on a aussi la contribution de la figure 4.2b. Ceci doit être discuté en fonction de la nature de  $A$  et des conditions cinématiques. Si on est dans cette situation, alors on a aussi la contribution de la figure 4.2c qui ne contribue pas à la matrice  $S$  puisque le diagramme n'est pas connecté, sauf si  $|i\rangle = |f\rangle = |0\rangle$ , auquel cas les diagrammes 4.2a, 4.2b et 4.2c ne sont pas distincts. Si, pour simplifier la présentation, nous excluons le cas exceptionnel  $|i\rangle = |f\rangle = |0\rangle$  qui peut être traité à part (voir la section suivante), on obtient le développement suivant pour le produit  $Q_5^\alpha A$  :

$$\begin{aligned}
\langle f | Q_5^\alpha A | i \rangle &= \langle f | Q_5^\alpha | f \rangle \langle f | A | i \rangle \\
&+ \langle 0 | Q_5^\alpha | \pi(\vec{0}) \rangle \langle \pi(\vec{0}), f | A | i \rangle \\
&+ \langle f | Q_5^\alpha | i, \pi(\vec{0}) \rangle \langle \pi(\vec{0}) | A | i \rangle + O(m_\pi)
\end{aligned} \tag{4.47}$$

où  $O(m_\pi)$  tend vers zéro quand  $m_\pi \rightarrow 0$ . C'est la forme générale du développement en pion mou. Elle est illustrée sur la figure 4.3 où l'on voit comment la symétrie chirale et sa brisure spontanée relie le produit  $\langle f | Q_5^\alpha A | i \rangle$  à l'amplitude de production de pion mou  $\langle \pi(\vec{0}), f | A | i \rangle$  par l'opérateur  $A$ . Evidemment les autres termes du développement et le membre de gauche de (4.47) doivent être calculables ou négligeables pour que l'on puisse en déduire  $\langle \pi(\vec{0}), f | A | i \rangle$ . Ceci sera traité dans les sections 4.7, quand nous aurons introduit l'hypothèse PCAC qui permet de préciser ce que signifie  $O(m_\pi)$  dans le développement en pion mou.

Pour compléter cette discussion nous montrons sur la figure 4.4 quelques contributions qui s'annulent à la limite chirale.

## 4.4 La relation de Gell-Mann-Oakes-Renner :

C'est le plus simple des théorèmes de pion mou. Il va nous permettre d'illustrer la méthode et de préciser la limite chirale. Pour cela nous considérons l'élément de matrice dans le vide du  $\sigma$ -commutateur, Eq.(4.32) :

$$\langle 0 | [\dot{Q}_5^\alpha(t), Q_5^\beta(t)] | 0 \rangle = im_q \langle 0 | \int d\vec{x} \bar{q}(t, \vec{x}) q(t, \vec{x}) | 0 \rangle \delta(\alpha\beta), \tag{4.48}$$

$$\begin{aligned}
\leftarrow \underset{f}{\text{---}} \bigcirc \text{Q}^5 \text{A} \underset{i}{\text{---}} \leftarrow &= \leftarrow \underset{f}{\text{---}} \bigcirc \text{Q}^5 \underset{f}{\text{---}} \bigcirc \text{A} \leftarrow \\
&+ \leftarrow \text{---} \bigcirc \text{A} \leftarrow \text{---} \underset{\vec{0}}{\text{---}} \bigcirc \text{Q}^5 \\
&+ \leftarrow \bigcirc \text{Q}^5 \leftarrow \text{---} \underset{\vec{0}}{\text{---}} \bigcirc \text{A} \\
&+ \mathcal{O}(m_\pi)
\end{aligned}$$

FIG. 4.3 – Illustration de la forme générale du développement en pion mou de  $\langle f | Q_5^\alpha A | i \rangle$ .

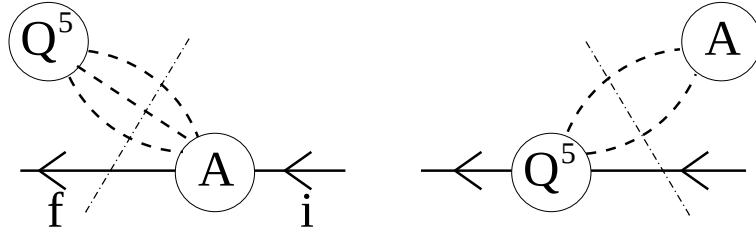


FIG. 4.4 – Quelques contributions à  $\langle f | Q_5^\alpha A | i \rangle$  qui s'annulent dans la limite chirale.

et nous développons les deux produits qui composent le commutateur en ne gardant que la contribution qui survit à la limite chirale, c'est à dire l'état à un seul pion. Nous voulons cependant être plus précis en ce qui concerne les termes négligés. Ils sont de la forme

$$\sum_X \langle 0 | \dot{Q}_5^\alpha(t) | X \rangle \langle X | Q_5^\beta(t) | 0 \rangle \quad (4.49)$$

où  $X$  est un état dont l'énergie  $E_X$  ne s'annule pas à la limite chirale. L'équation du mouvement  $\dot{a} = i[H, a]$  permet d'écrire  $\langle X | Q_5(t) | 0 \rangle = -i \langle X | \dot{Q}_5(t) | 0 \rangle / E_X$  et la conservation approchée du courant axial, Eq.(4.19) montre que  $\dot{Q}_5$  est d'ordre  $m_q$ . Par conséquent la somme (4.49) est d'ordre  $m_q^2$ . En tenant compte de la normalisation (4.37) nous avons donc pour le premier terme du  $\sigma$ -commutateur :

$$\langle 0 | \dot{Q}_5^\alpha(t) Q_5^\beta(t) | 0 \rangle = \sum_\gamma \int \frac{d\vec{k}}{2k_0(2\pi)^3} \langle 0 | \dot{Q}_5^\alpha(t) | \pi^\gamma(\vec{k}) \rangle \langle \pi^\gamma(\vec{k}) | Q_5^\beta(t) | 0 \rangle + \mathcal{O}(m_q^2), \quad (4.50)$$

et une expression analogue pour le second terme. L'équation du mouvement permet d'écrire

$$\langle 0 | \dot{Q}_5^\alpha(t) | \pi^\gamma(\vec{k}) \rangle = -ik_0 \langle 0 | Q_5^\alpha(t) | \pi^\gamma(\vec{k}) \rangle, \quad (4.51)$$

$$\langle \pi^\gamma(\vec{k}) | \dot{Q}_5^\alpha(t) | 0 \rangle = ik_0 \langle \pi^\gamma(\vec{k}) | Q_5^\alpha(t) | 0 \rangle, \quad (4.52)$$

et la définition (4.45) entraîne

$$\langle 0 | Q_5^\alpha(t) | \pi^\gamma(\vec{k}) \rangle = i\delta(\alpha\gamma)e^{-ik_0t}f_\pi k_0(2\pi)^3\delta(\vec{k}), \quad (4.53)$$

$$\langle \pi^\gamma(\vec{k}) | Q_5^\alpha(t) | 0 \rangle = -i\delta(\alpha\gamma)e^{ik_0t}f_\pi k_0(2\pi)^3\delta(\vec{k}). \quad (4.54)$$

En combinant les équations (4.48) à (4.54) nous obtenons :

$$-i\delta(\alpha\beta)(2\pi)^3\delta(\vec{0})f_\pi^2m_\pi^2 = i\delta(\alpha\beta)m_q \int d\vec{x} \langle 0 | \bar{q}(t, \vec{x})q(t, \vec{x}) | 0 \rangle + O(m_q^2) \quad (4.55)$$

$$= i\delta(\alpha\beta)(2\pi)^3\delta(\vec{0})m_q \langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle + O(m_q^2), \quad (4.56)$$

c'est à dire, en simplifiant par le volume d'intégration  $(2\pi)^3\delta(\vec{0})$  :

$$f_\pi^2m_\pi^2 = -m_q \langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle + O(m_q^2) \quad (4.57)$$

$$= -m_q (\langle 0 | \bar{u}(0)u(0) + \bar{d}(0)d(0) | 0 \rangle + O(m_q^2)). \quad (4.58)$$

C'est la relation de Gell-Mann-Oakes-Renner (GOR)[91]. Comme le condensât  $\langle \bar{q}(0)q(0) \rangle$  ne s'annule pas dans la limite chirale on voit que la masse des quarks est d'ordre  $m_\pi^2$ .

## 4.5 PCAC

La déviation par rapport à la limite chirale est mesurée par la divergence du courant axial. Pour quantifier cette déviation on utilise le fait que l'opérateur  $\partial_\mu J_5^{\alpha\mu} \neq 0$  peut faire office de champ de pion, comme n'importe quel opérateur local qui a les bons nombres quantiques. On pose donc

$$\partial_\mu J_5^{\alpha\mu} = c\phi^\alpha, \quad (4.59)$$

où  $\phi^\alpha$  est le champ de pion. Les relations de commutation du champ libre

$$[\partial_0\phi^\alpha(t, \vec{x}), \phi^\alpha(t, \vec{y})] = -i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.60)$$

et la normalisation 4.37 imposent la condition

$$\langle 0 | \phi(x=0) | \pi(\vec{k}) \rangle = 1. \quad (4.61)$$

En prenant l'élément de matrice de l'équation (4.59) et en utilisant la définition (4.45) on trouve alors  $c = m_\pi^2 f_\pi$ .

L'équation (4.59) est souvent appelée hypothèse PCAC (partially conserved axial current) mais pour l'instant c'est une simple définition, qui est triviale pour le pion libre. La vraie question se pose lorsque le pion n'est pas sur sa couche de masse, c'est à dire en



présence d'une source de pion. C'est ce qui se passe toutes les fois que l'on considère un élément de matrice (connecté) de la forme

$$< 1 | \partial_\mu J_5^{\alpha\mu} | 2 >,$$

qui, en utilisant PCAC et en définissant la source de pion par :

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi^\alpha + m_\pi^2 \phi^\alpha = j_\pi^\alpha, \quad (4.62)$$

peut s'écrire :

$$< 1 | \partial_\mu J_5^{\alpha\mu}(0) | 2 > = \frac{f_\pi m_\pi^2}{-t_{12} + m_\pi^2} \chi^\alpha(t_{12}) \quad (4.63)$$

$$\chi^\alpha(t_{12}) = < 1 | j_\pi^\alpha(0) | 2 > \quad , \quad t_{12} = (p_1 - p_2)^2. \quad (4.64)$$

Cette expression définit formellement le comportement du champ de pion en dehors de sa couche de masse à *condition de connaître la source*  $\chi$ , ce qui implique de connaître la structure des états (1,2). Donc l'équation de (4.59) n'est pas utile tant qu'on n'a pas spécifié le comportement de  $\chi$ . C'est le véritable rôle de l'hypothèse PCAC qui précise que la source  $\chi(t_{12})$  n'a pas de variation rapide en fonction de  $t_{12}$  sur une plage de l'ordre de la masse du pion. En d'autres termes, la variation rapide de  $< 1 | \partial_\mu J_5^{\alpha\mu}(0) | 2 >$  est due entièrement au pôle du pion  $1/(t_{12} - m_\pi^2)$  dans (4.63). C'est pourquoi l'hypothèse PCAC est aussi appelée hypothèse de "dominance du pôle de pion".

On peut comprendre, qualitativement cette hypothèse dans le cadre de modèles pour la structure du nucléon. Par exemple dans le "Cloudy Bag Model"[92] la variation en fonction de  $t_{12}$  de  $\chi$  est contrôlée par la taille du coeur de quarks (figure 4.5), ce qui donne une variation très douce en comparaison du pôle de pion. La source de pion peut aussi être le nuage de pion lui-même, comme illustré sur la figure 4.5. Dans ce cas ce sont les impulsions typiques, bien plus grandes que  $m_\pi$ , dans les boucles de pions qui contrôlent le comportement de  $\chi$ .

## 4.6 Relations de Goldberger-Treiman

L'hypothèse PCAC permet de dériver simplement des relations intéressantes entre les facteurs de forme axiaux du nucléon et la constante de couplage pion-nucléon. En effet, en utilisant l'équation de Dirac  $\gamma \cdot pu(p) = Mu(p)$ , on obtient la divergence du courant axial du nucléon :

$$\begin{aligned} < N(\vec{p}') | \partial_\mu J_5^{\alpha\mu}(x=0) | N(\vec{p}) > &= i(p' - p)_\mu \bar{u}(p') [g_A(t) \gamma^\mu + h_A(t)(p' - p)^\mu] \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p) \\ &= i[2Mg_A(t) + h_A(t)t] \bar{u}(p') \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p), \end{aligned} \quad (4.65)$$

et d'après PCAC (4.63) ceci est égal à

$$\frac{f_\pi m_\pi^2}{-t + m_\pi^2} < N(\vec{p}') | j_\pi^\alpha(0) | N(\vec{p}) >, \quad (4.66)$$

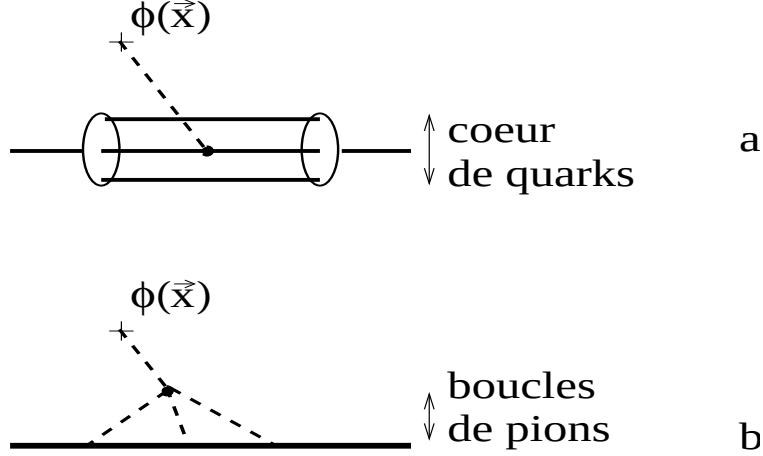


FIG. 4.5 – Source de pion dans le “Cloudy Bag Model” [92].

où l’on a posé  $t = (p' - p)^2$ . La source de pion du nucléon est paramétrée par :

$$\langle N(\vec{p}') | j_\pi^\alpha(0) | N(\vec{p}) \rangle = i g_{\pi NN}(t) \bar{u}(p') \gamma_5 \tau^\alpha u(p), \quad (4.67)$$

et le facteur de forme  $g_{\pi NN}(t)$  est connu [93] à  $t = m_\pi^2$  d’après les expériences de diffusion pion-nucléon :  $g_{\pi NN}(t = m_\pi^2) = 13.14$ . L’hypothèse PCAC demande donc que  $g_{\pi NN}(t)$  varie lentement en comparaison du pôle de pion  $1/(t - m_\pi^2)$ . En comparant (4.65) et (4.67) on obtient l’équation :

$$2M g_A(t) + h_A(t) t = 2 \frac{f_\pi m_\pi^2}{-t + m_\pi^2} g_{\pi NN}(t). \quad (4.68)$$

Le membre de gauche de l’équation (4.68) possède donc un pôle à  $t = m_\pi^2$ . Physiquement celui-ci est dû à l’émission d’un pion par le nucléon suivie de la désintégration faible du pion. Ceci est illustré sur la figure 4.6. Nous savons, d’après l’équation (4.45) que l’élément

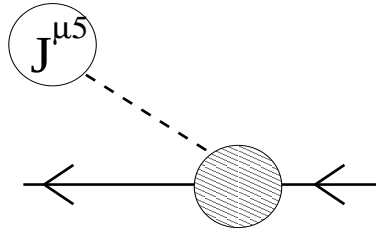


FIG. 4.6 – Pôle de pion de l’élément de matrice du courant axial dans le nucléon.

de matrice du courant axial entre le vide et le pion est proportionnel à l’impulsion du pion. Donc, dans le courant axial du nucléon (4.44) seul le facteur de forme  $h_A(t)$  est multiplié par une structure de Lorentz qui permet un pôle en  $t = m_\pi^2$ . Si on pose :

$$h_A(t) = \frac{r(t)}{t - m_\pi^2}, \quad (4.69)$$

on sait qu'à  $t = m_\pi^2$ , on doit avoir compensation exacte entre le pôle de  $h_A$  et celui du membre de droite de l'équation (4.68), d'où la relation :

$$r(t = m_\pi^2) = -2f_\pi g_{\pi NN}(t = m_\pi^2), \quad (4.70)$$

qui n'est pas directement utile car la région physique où l'on peut mesurer  $h_A(t)$  correspond à  $t \leq 0$  ou  $t \geq 4M^2$ . Cependant on peut à nouveau évoquer l'hypothèse PCAC pour dire qu'ayant factorisé le pôle de pion dans  $h_A$ , Eq.(4.69), le résidu  $r(t)$  varie lentement sur une échelle de l'ordre de  $m_\pi^2$ . En tous cas  $r(t)$  n'a certainement pas de pôle dans la région  $t \sim 0$  car seul le pion a une petite masse dans le monde hadronique, et on l'a déjà pris en compte. Cela implique que  $h_A(0)$  est fini et donc on peut faire  $t = 0$  dans l'équation 4.68, ce qui conduit à la relation de Goldberger-Treiman[94] :

$$Mg_A(0) = f_\pi g_{\pi NN}(0). \quad (4.71)$$

Selon PCAC on a  $g_{\pi NN}(0) \simeq g_{\pi NN}(m_\pi^2)$  et on peut tester la validité de cette hypothèse en reportant cette valeur dans l'équation (4.83). On trouve alors  $g_A(0) = 1.294$  au lieu de  $g_A^{exp}(0) = 1.267$ , soit une déviation de 2.5%. Cette différence provient essentiellement de la variation de  $g_{\pi NN}(t)$  entre  $t = 0$  et  $t = m_\pi^2$ . Si, pour  $t$  petit, on modélise ce facteur de forme par  $g_{\pi NN}(t) \sim 1 - \langle R^2 \rangle |t|/6$ , on trouve que pour interpréter la déviation de 2.5% il faut  $\sqrt{\langle R^2 \rangle} \simeq 0.6\text{fm}$ , ce qui correspond à peu près à la taille du nucléon.

Finalement on peut combiner la relation de Goldberger-Treiman avec (4.69) et (4.70) pour obtenir

$$h_A(t) = -\frac{2Mg_A(t)}{t - m_\pi^2} \left( \frac{g_A(0)}{g_A(t)} \frac{r(t)}{r(0)} \right) \left( \frac{r(0)}{r(m_\pi^2)} \frac{g_{\pi NN}(m_\pi^2)}{g_{\pi NN}(0)} \right) \quad (4.72)$$

où les facteurs entre parenthèses sont manifestement proches de 1, au moins pour  $t$  suffisamment petit pour que l'on ne puisse pas vraiment distinguer les variations relatives de  $g_A(t)$  et  $r(t)$ . Dans cette approximation, on obtient la prédiction :

$$h_A(t) = -\frac{2Mg_A(t)}{t - m_\pi^2}, \quad (4.73)$$

qui est assez bien vérifiée par la valeur à  $t \sim m_\mu^2$  déduite de la capture de muons dans l'hydrogène[95].

## 4.7 Production d'un pion mou : cas général

L'amplitude qui nous intéresse est de la forme

$$\langle \pi(\vec{0}), N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle,$$

où l'opérateur sera le courant électromagnétique  $J_{em}^\mu$  dans le cas de l'électroproduction (ou le processus de Bethe-Heitler) et le T-Produit  $T(J_{em}^\mu(x)J_{em}^\nu(0))$  dans le cas du DVCS associé. Par construction nous travaillons dans le repère où le pion est au repos et où les

quadri-impulsions des nucléons sont  $(E_N(\vec{p}), \vec{p})$  et  $(E_N(\vec{p}'), \vec{p}')$ , avec  $E_a(\vec{p}) = \sqrt{M_a^2 + \vec{p}^2}$ . La quadri-impulsion  $k_A^\mu$  apportée par  $A$  est, *par définition* :

$$\vec{k}_A = \vec{p}' - \vec{p}, \quad k_A^0 = E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) + m_\pi. \quad (4.74)$$

D'après les considérations générales de la section 4.3 nous savons que nous devons nous intéresser à l'élément de matrice

$$\langle N(\vec{p}') | Q_5^\alpha A | N(\vec{p}) \rangle.$$

Cependant il est bien clair que tout ce qui a été dit pour le produit  $Q_5^\alpha A$  peut être répété pour le produit  $\dot{Q}_5^\alpha A$ . En effet, pour effectuer le développement en pion mou nous n'avons besoin que du fait que  $Q_5^\alpha$  est indépendant du temps dans la limite chirale, ce qui est vrai aussi pour  $\dot{Q}_5^\alpha$ . Nous pouvons donc, à la place de  $Q_5^\alpha$ , utiliser l'opérateur (suggéré par Furlan[82])

$$\bar{Q}_5^\alpha = Q_5^\alpha + \frac{i}{m_\pi} \dot{Q}_5^\alpha, \quad (4.75)$$

qui se révélera commode dans la suite car, en vertu de l'équation du mouvement, il a la propriété suivante :<sup>β</sup>

$$\langle \pi^\beta(\vec{k}) | \bar{Q}_5^\alpha | 0 \rangle = 0, \quad (4.76)$$

$$\langle 0 | \bar{Q}_5^\alpha | \pi^\beta(\vec{k}) \rangle = i f_\pi 2k^0 \delta(\alpha, \beta) (2\pi)^3 \delta(\vec{k}) \quad (4.77)$$

En pratique on a  $\vec{k}_A \neq 0$  donc le diagramme de la figure 4.2b (le troisième terme dans l'équation 4.47) ne contribue qu'aux corrections à la limite chirale, mais nous le gardons explicitement pour étudier dans quelles conditions il est vraiment négligeable.

Le développement en pion mou de l'opérateur  $\bar{Q}_5^\alpha(t=0)A$  s'écrit<sup>7</sup>

$$\langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha A | N(\vec{p}) \rangle = i f_\pi \left( T_{NA}^\alpha + T_{\pi NA}^\alpha + \tilde{T}_\pi^\alpha + R^\alpha \right), \quad (4.78)$$

où le facteur  $i f_\pi$  est introduit par commodité et :

$$T_{NA}^\alpha = \frac{1}{i f_\pi} \int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3 2E_N(\vec{P})} \langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha | N(\vec{P}) \rangle \langle N(\vec{P}) | A | N(\vec{p}) \rangle, \quad (4.79)$$

$$\begin{aligned} T_{\pi NA}^\alpha &= \frac{1}{i f_\pi} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_\pi(\vec{k})} \langle 0 | \bar{Q}_5^\alpha | \pi^\beta(\vec{k}) \rangle \langle \pi^\beta(\vec{k}) | N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle \\ &= \langle \pi^\alpha(\vec{k}), N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle, \end{aligned} \quad (4.80)$$

$$\tilde{T}_\pi^\alpha = \frac{1}{i f_\pi} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_\pi(\vec{k})} \langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha | N(\vec{p}), \pi^\beta(\vec{k}) \rangle \langle \pi^\beta(\vec{k}) | A | 0 \rangle, \quad (4.81)$$

$$R^\alpha = \frac{1}{i f_\pi} \sum \int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3 2E_X(\vec{P})} \langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha | X(\vec{P}) \rangle \langle X(\vec{P}) | A | N(\vec{p}) \rangle, \quad (4.82)$$

---

<sup>7</sup>Pour alléger l'écriture, la mention du temps  $t=0$  auquel est évalué l'opérateur sera omise quand elle n'est pas vraiment nécessaire

où la somme sur  $X$  porte sur les variables internes des états intermédiaires autres que ceux qui apparaissent dans  $T_{NA}^\alpha$ ,  $T_{\pi NA}^\alpha$  et  $\tilde{T}_\pi^\alpha$ . Dans les expressions (4.79) à (4.82) la sommation sur les indices de spin et d'isospin est implicite.

L'hypothèse PCAC permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') | \dot{Q}_5^\alpha | X(\vec{P}) \rangle &= \int d\vec{x} \langle N(\vec{p}') | \partial_\mu J_5^{\alpha\mu} | X(\vec{P}) \rangle \\ &= (2\pi)^3 \delta(\vec{p}' - \vec{P}) f_\pi m_\pi^2 \frac{1}{-t_{NX} + m_\pi^2} \chi_{NX}(t_{NX}), \end{aligned} \quad (4.83)$$

où la source  $\chi_{NX} = \langle N(\vec{p}') | j_\pi(x=0) | X(\vec{P}) \rangle$  est une fonction lentement variable, sur une plage de l'ordre de  $m_\pi$ , de  $t_{NX} = (E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{P}))^2$ . Comme  $E_X \neq E_N$  on peut écrire :

$$\langle N(\vec{p}') | Q_5^\alpha | X(\vec{P}) \rangle = \frac{-i}{E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{P})} \langle N(\vec{p}') | \dot{Q}_5^\alpha | X(\vec{P}) \rangle \quad (4.84)$$

et en combinant avec (4.75, 4.83) on obtient, après simplification :

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha | X(\vec{P}) \rangle &= \\ -i(2\pi)^3 \delta(\vec{p}' - \vec{P}) f_\pi m_\pi \frac{\langle N(\vec{p}') | j_\pi(x=0) | X(\vec{P}) \rangle}{(E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{P})) (E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{P}) + m_\pi)}, \end{aligned} \quad (4.85)$$

d'où l'expression de  $R^\alpha$  :

$$R^\alpha = -m_\pi \sum_X \frac{\langle N(\vec{p}') | j_\pi(x=0) | X(\vec{p}') \rangle \langle X(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle}{2E_X(\vec{p}') (E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{p}')) (E_N(\vec{p}') - E_X(\vec{p}') + m_\pi)}. \quad (4.86)$$

Par définition les dénominateurs de l'expression (4.86) ne peuvent pas s'annuler à la limite chirale. Donc  $R^\alpha$  est bien d'ordre  $m_\pi$ .

Par un calcul analogue on obtient l'expression suivante pour  $\tilde{T}_\pi^\alpha$  :

$$\begin{aligned} \tilde{T}_\pi^\alpha &= -m_\pi \\ &\frac{\langle N(\vec{p}') | j_\pi(x=0) | N(\vec{p}) \pi^\alpha(\vec{k}_A) \rangle \langle \pi^\alpha(\vec{k}_A) | A | 0 \rangle}{2E_\pi(\vec{k}_A) (E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) - E_\pi(\vec{k}_A)) (E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) - E_\pi(\vec{k}_A) + m_\pi)}. \end{aligned} \quad (4.87)$$

On sait que ce terme n'existe pas pour l'électroproduction car  $\langle \pi^\alpha | J_{em} | 0 \rangle = 0$ , mais il est présent dans le cas du DVCS associé. On voit que si  $\vec{k}_A$  est petit, par exemple de l'ordre de  $m_\pi$ , ce terme est dangereux car le dénominateur de l'expression (4.87) tend aussi vers zéro quand  $m_\pi \rightarrow 0$ . On ne peut donc plus le considérer comme une correction dans

le développement en pion mou. Notre stratégie est de trouver une condition cinématique invariante de Lorentz qui permet de négliger ce terme.

Soit  $t = (p' - p)^2 < 0$  le transfert au nucléon et supposons que  $t$  soit une échelle de type hadronique, c'est à dire qui ne s'annule pas à la limite chirale. Puisque  $t$  est une quantité expérimentale, cela impose une restriction sur les conditions cinématiques de l'expérience. On a :

$$(\vec{k}_A)^2 = (\vec{p}' - \vec{p})^2 = (E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}))^2 + |t| \geq |t|. \quad (4.88)$$

Donc  $\vec{k}_A$  est aussi une échelle de masse hadronique. Cela implique que le dénominateur de l'expression (4.87) ne peut pas s'annuler quand  $m_\pi \rightarrow 0$ . En effet, dans le cas contraire, on aurait :

$$\begin{aligned} E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) - E_\pi(\vec{k}_A) &\rightarrow 0 \\ \text{ou bien } E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) - E_\pi(\vec{k}_A) + m_\pi &\rightarrow 0 \text{ quand } m_\pi \rightarrow 0, \end{aligned}$$

ce qui, dans les deux cas, reviendrait à :

$$E_N(\vec{p}') - E_N(\vec{p}) - |\vec{k}_A| \rightarrow 0 \text{ quand } m_\pi \rightarrow 0,$$

ce qui impliquerait  $t \rightarrow 0$  quand  $m_\pi \rightarrow 0$ , contrairement à l'hypothèse. On peut donc dire que si  $t$  est une échelle de masse hadronique, alors le terme  $\tilde{T}_\pi^\alpha$  est effectivement une correction d'ordre  $m_\pi$  que nous négligerons dans la suite.

En résumé, le développement en pion mou s'écrit :

$$\langle N(p') | \bar{Q}_5^\alpha A | N(p) \rangle = i f_\pi (T_{NA}^\alpha + T_{\pi NA}^\alpha) + O(m_\pi) \quad (4.89)$$

où, dans le cas général,  $O(m_\pi)$  s'annule avec  $m_\pi$  si  $t$  reste fini dans cette limite.

Pour aller plus loin il faut une information sur le produit  $\bar{Q}_5^\alpha A$ . Pour l'instant supposons que nous connaissons l'élément de matrice

$$\langle N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), A] | N(\vec{p}) \rangle.$$

On peut écrire :

$$\langle N(\vec{p}') | A \bar{Q}_5^\alpha | N(\vec{p}) \rangle = \langle N(\vec{p}) | \bar{Q}_5^{\alpha\dagger} A^\dagger | N(\vec{p}') \rangle^*,$$

et appliquer le développement 4.89 au produit  $\bar{Q}_5^{\alpha\dagger} A^\dagger$ , ce qui donne

$$\langle N(\vec{p}) | \bar{Q}_5^{\alpha\dagger} A^\dagger | N(\vec{p}') \rangle^* = i f_\pi (T_{AN}^\alpha + T_{A\pi N}^\alpha) + O(m_\pi), \quad (4.90)$$

avec :

$$T_{AN}^\alpha = \frac{1}{i f_\pi} \int \frac{d\vec{P}}{(2\pi)^3 2E_N(\vec{P})} \langle N(\vec{p}') | A | N(\vec{P}) \rangle \langle N(\vec{P}) | \bar{Q}_5^\alpha | N(\vec{p}) \rangle \quad (4.91)$$

$$T_{A\pi N}^\alpha = \frac{1}{i f_\pi} \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3 2E_\pi(\vec{k})} \langle N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}), \pi^\beta(\vec{k}) \rangle \langle \pi^\beta(\vec{k}) | \bar{Q}_5^\alpha | 0 \rangle = 0 \quad (4.92)$$

où la seconde égalité provient du fait que  $\langle \pi^\beta(\vec{k}) | \bar{Q}_5^\alpha | 0 \rangle = 0$ . Nous avons donc le développement suivant pour le commutateur :

$$\langle N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), A] | N(\vec{p}) \rangle = i f_\pi (-T_B^\alpha + T_{\pi N A}^\alpha) + O(m_\pi). \quad (4.93)$$

où nous avons *défini* l'amplitude de Born par (attention au signe)

$$T_B^\alpha = -T_{N A}^\alpha + T_{A N}^\alpha.$$

Nous voyons donc que dans cette approche, l'amplitude de production d'un pion mou  $T_{\pi N A}^\alpha$  a la forme générique :

$$T_{\pi N A}^\alpha = T_B^\alpha + \frac{1}{i f_\pi} \langle N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), A] | N(\vec{p}) \rangle \quad (4.94)$$

## 4.8 Amplitude de Born

On l'appelle amplitude de Born pseudo-vecteur car, à peu de choses près, son expression coïncide avec celle du diagramme de Feynman de la figure 4.7 à condition de calculer celui-ci

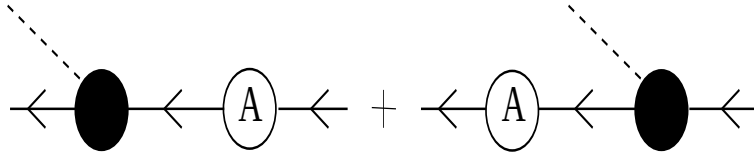


FIG. 4.7 – Représentation graphique du terme de Born.

avec un couplage pion-nucléon pseudo-vectériel.

A partir de l'élément de matrice du courant axial (4.45) on obtient :

$$\langle N(\vec{p}') | \bar{Q}_5^\alpha | N(\vec{p}) \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{p}' - \vec{p}) g_A(0) u^\dagger(p') \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p) \quad (4.95)$$

ce qui conduit à l'expression suivante pour l'amplitude de Born :

$$\begin{aligned} i f_\pi T_B^\alpha &= -\frac{g_A(0)}{2E_N(\vec{p}')} u^\dagger(p') \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p') \langle N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle \\ &\quad + \frac{g_A(0)}{2E_N(\vec{p})} \langle N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle u^\dagger(p) \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} u(p). \end{aligned} \quad (4.96)$$

Il est utile d'écrire cette expression sous une forme covariante. Pour cela nous posons

$$\langle N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle = \bar{u}(p') \Gamma_A(p', p) u(p),$$

où le vertex  $\Gamma_A(p', p)$  est un invariant de Lorentz formé avec les quadri-impulsions, les matrices de Dirac agissant sur le spineur du nucléon et les vecteurs polarisation du ou

des photons impliqués dans la réaction. Notons qu'outre la dépendance en  $(p, p')$  donnée par les états, le vertex  $\Gamma_A$  peut avoir une dépendance sur d'autres variables cinématiques. Comme elles ne jouent pas de rôle dans la présente discussion, nous les ignorons mais elles seront prises en compte dans chaque cas particulier. Puisque le pion est au repos dans le repère où nous avons dérivé l'expression (4.96), sa quadri-impulsion est  $k_\pi = (m_\pi, \vec{0})$ , ce qui permet d'écrire :

$$u^\dagger(p)\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2}u(p) = \frac{1}{m_\pi}\bar{u}(p)\gamma.k_\pi\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2}u(p), \quad E_N(\vec{p}')m_\pi = p'.k_\pi, \quad E_N(\vec{p})m_\pi = p.k_\pi.$$

En utilisant l'expression pour la somme sur les projection de spin :

$$\sum_{m=\pm 1/2} u(p, m)\bar{u}(p, m) = \gamma.p + M,$$

on obtient alors la forme covariante :

$$if_\pi T_B^\alpha = -g_A(0)\bar{u}(p') \left[ \gamma.k_\pi\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2}\frac{\gamma.p' + M}{2p'.k_\pi}\Gamma_A(p', p) - \Gamma_A(p', p)\frac{\gamma.p + M}{2p.k_\pi}\gamma.k_\pi\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2} \right] u(p) \quad (4.97)$$

qu'on peut améliorer un peu en ajoutant des termes qui s'annulent comme  $m_\pi/M$ , et donc ne comptent pas dans le théorème de pion mou. En effet, il est facile de vérifier que l'on a :

$$\begin{aligned} -\frac{\gamma.p + M}{2p.k_\pi}\gamma.k_\pi &= \frac{\gamma.(p - k_\pi) + M}{(p - k_\pi)^2 - M^2}\gamma.k_\pi + O(m_\pi), \\ \gamma.k_\pi\frac{\gamma.p' + M}{2p'.k_\pi} &= \gamma.k_\pi\frac{\gamma.(p' + k_\pi) + M}{(p' + k_\pi)^2 - M^2} + O(m_\pi), \end{aligned}$$

où  $O(m_\pi)$  est d'ordre  $m_\pi/M$ . On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} if_\pi T_B^\alpha &= -g_A(0)\bar{u}(p') \left[ \gamma.k_\pi\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2}\frac{\gamma.(p' + k_\pi) + M}{(p' + k_\pi)^2 - M^2}\Gamma_A(p', p) \right. \\ &\quad \left. + \Gamma_A(p', p)\frac{\gamma.(p - k_\pi) + M}{(p - k_\pi)^2 - M^2}\gamma.k_\pi\gamma_5\frac{\tau^\alpha}{2} \right] u(p) + O(m_\pi). \end{aligned} \quad (4.98)$$

L'expression de l'amplitude de Born est pratiquement identique avec celle du diagramme de Feynman de la figure 4.7. La seule différence est que le vertex  $\Gamma_A$  dans l'équation (4.98) ne conserve pas la quadri-impulsion. En effet, suivant (4.74), la quadri-impulsion de l'opérateur  $A$  est définie par  $k_A = p' + k_\pi - p$ . Donc on devrait avoir  $\Gamma_A(p' + k_\pi, p)$  dans le premier terme de l'équation (4.98) et  $\Gamma_A(p', p - k_\pi)$  dans le second alors que l'on a  $\Gamma_A(p', p)$  dans les deux termes. Dans certain cas particuliers on peut remplacer  $\Gamma_A(p', p)$  par  $\Gamma_A(p' + k_\pi, p)$  ou  $\Gamma_A(p', p - k_\pi)$  car la différence peut être cachée dans les terme  $O(m_\pi)$ , mais cela dépend explicitement de l'opérateur  $A$  et la valeur ajoutée par cette manipulation



n'est pas évidente dans le cas général. Comme le problème relève plutôt de la cosmétique, nous utiliserons donc l'expression (4.98) comme point de départ et nous l'adapterons, si besoin est, au fil des applications.

Pour terminer le théorème, nous devons évaluer le commutateur qui apparaît dans le membre de gauche de l'équation (4.93). Ceci dépend explicitement de l'opérateur  $A$  et nous devons traiter séparément chaque cas particulier.

## 4.9 Electro-production d'un pion mou

L'opérateur  $A$  est dans ce cas égal à  $J_\mu^{em}(0)\varepsilon^\mu$ , où  $\varepsilon$  est le vecteur polarisation du photon virtuel. Nous avons donc besoin de l'élément de matrice :

$$\langle N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), J_{em}^\mu(0)] | N(\vec{p}) \rangle . \quad (4.99)$$

Les relations de commutation à temps égal (4.30) et (4.33) permettent d'écrire, d'une part

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') | [Q_5^\alpha(t=0), J_{em}^\mu(0)] | N(\vec{p}) \rangle &= i |e| \varepsilon_{\alpha\beta} \langle N(\vec{p}') | J_\beta^{5\mu}(0) | N(\vec{p}) \rangle \\ &= i |e| \varepsilon_{\alpha\beta} \bar{u}(p') [g_A(t)\gamma^\mu + h_A(t)(p' - p)^\mu] \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} u(p), \end{aligned} \quad (4.100)$$

et, d'autre part

$$\begin{aligned} \langle N(\vec{p}') | \left[ \frac{i}{m_\pi} \dot{Q}_5^\alpha(t=0), J_{em}^\mu(0) \right] | N(\vec{p}) \rangle &= |e| (C_1 + C_2), \quad (4.101) \\ C_1^{\mu\alpha} &= -\frac{1}{m_\pi} g^{\mu 0} \varepsilon_{\alpha\beta} \langle N(\vec{p}') | \partial_\nu J_5^{\nu\beta}(0) | N(\vec{p}) \rangle, \\ C_2^{\mu\alpha} &= i \frac{m_q}{m_\pi} \langle N(\vec{p}') | \bar{q}(0) \sigma^{0\mu} \gamma_5 \left( \delta(\alpha 3) + \frac{1}{3} \tau^\alpha \right) q(0) | N(\vec{p}) \rangle. \end{aligned}$$

Le terme  $C_1$  est donné par PCAC (4.63) et la définition de  $g_{\pi NN}$  (4.67) :

$$\begin{aligned} C_1^{\mu\alpha} &= i g^{\mu 0} \varepsilon_{\alpha\beta} \frac{m_\pi f_\pi g_{\pi NN}(t)}{t - m_\pi^2} \bar{u}(p') \gamma_5 \tau^\beta u(p) \\ &= i k_\pi^\mu \varepsilon_{\alpha\beta} \frac{f_\pi g_{\pi NN}(t)}{t - m_\pi^2} \bar{u}(p') \gamma_5 \tau^\beta u(p) \end{aligned} \quad (4.102)$$

où on a utilisé  $g^{\mu 0} m_\pi = k_\pi^\mu$  pour écrire la seconde expression. Rappelons que pour l'électro-production nous n'avons pas besoin d'imposer que  $t$  soit une échelle hadronique. Donc le facteur  $m_\pi/(t - m_\pi^2)$  dans  $C_1$  n'est pas forcément petit.

Le terme  $C_2$  peut s'écrire

$$C_2^{\mu\alpha} = i \frac{m_q}{m_\pi^2} k_{\pi\nu} \langle N(\vec{p}') | \bar{q}(0) \sigma^{\nu\mu} \gamma_5 \left( \delta(\alpha 3) + \frac{1}{3} \tau^\alpha \right) q(0) | N(\vec{p}) \rangle, \quad (4.103)$$

où le facteur  $m_q/m_\pi^2$  est d'ordre 1 d'après la relation GOR (4.58). On voit apparaître l'opérateur de quarks

$$K_\alpha^{\nu\mu}(0) = \bar{q}(0)\sigma^{\nu\mu}\gamma_5 \left( \delta(\alpha 3) + \frac{1}{3}\tau^\alpha \right) q(0) \quad (4.104)$$

sur lequel nous n'avons pas d'information phénoménologique. Cependant nous pouvons décomposer l'élément de matrice de  $K$  sous la forme

$$\begin{aligned} &< N(\vec{p}') | K_\alpha^{\nu\mu}(0) | N(\vec{p}) > = \\ &\bar{u}(p') [a(t)\sigma^{\nu\mu} + b(t)(p'^\nu p^\mu - p^{\mu'} p^\nu) + \dots] \gamma_5 \delta(\alpha 3) u(p) + \\ &\bar{u}(p') [c(t)\sigma^{\nu\mu} + d(t)(p'^\nu p^\mu - p^{\mu'} p^\nu) + \dots] \gamma_5 \tau_\alpha u(p), \end{aligned}$$

où les pointillés représentent les autres pseudo-tenseurs antisymétriques que l'on peut construire. Le point important est que les facteurs de forme  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $\dots$  ne peuvent pas avoir une dépendance en pôle de pion. En effet un tel pôle mettrait en jeu l'élément de matrice :

$$< 0 | K_\alpha^{\nu\mu}(0) | \pi >$$

comme illustré sur la figure 4.8. Or ce dernier est forcément nul puisque c'est un tenseur

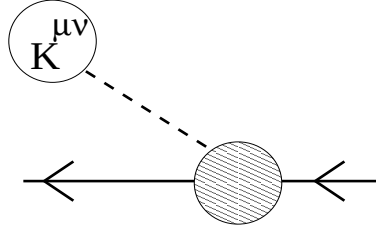


FIG. 4.8 – Pôle de pion impossible pour le tenseur  $K_\alpha^{\nu\mu}(0)$ .

antisymétrique alors que l'on n'a que l'impulsion du pion pour le construire. Par conséquent le terme  $C_2$  est effectivement d'ordre  $m_\pi$ . En combinant les équations (4.100) et (4.102) nous obtenons donc le résultat suivant pour le commutateur (4.99)

$$\begin{aligned} &< N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), J_{em}^\mu(0)] | N(\vec{p}) > = i f_\pi T_{C\gamma}^\alpha \\ &i f_\pi T_{C\gamma}^\alpha = i |e| \varepsilon_{\alpha 3 \beta} \bar{u}(p') \left[ g_A(t) \gamma^\mu + h_A(t) (p' - p)^\mu + 2k_\pi^\mu \frac{f_\pi g_{\pi NN}(t)}{t - m_\pi^2} \right] \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} u(p) + O(m_\pi), \end{aligned} \quad (4.105)$$

ce qui termine la dérivation du théorème de basse énergie. Il suffit d'écrire l'amplitude Born (4.97), que l'on notera  $T_{B\gamma}^\alpha$ , dans le cas  $A = J_\mu^{em} \varepsilon^\mu$  et de reporter dans l'équation (4.93) pour obtenir l'amplitude d'électro-production d'un pion mou :

$$T_{\pi N \gamma}^\alpha = T_{B\gamma}^\alpha + T_{C\gamma}^\alpha + O(m_\pi) \quad (4.106)$$

Pour des raisons évidentes  $T_{C\gamma}^\alpha$  est appelé terme “de commutateur”.<sup>8</sup>

Comme  $T_{C\gamma}^\alpha$  et  $T_{B\gamma}^\alpha$  ont une forme covariante, on peut utiliser l’expression (4.106) dans un repère où le pion n’est pas au repos. Il suffit de remplacer, dans  $T_{C\gamma}^\alpha$  et  $T_{B\gamma}^\alpha$ , les quadri-impulsions par leur valeur dans le repère choisi. Evidemment il y a un prix à payer dans cette opération. Les termes de corrections notés  $O(m_\pi)$  dans le repère où le pion est au repos sont en fait de la forme  $O(m_\pi, \vec{k}_\pi = 0) \equiv O(k_{\pi, \text{repos}}^\mu)$ . Dans le nouveau repère ils seront donc de la forme  $O(k_\pi^\mu)$  de sorte que les termes d’ordre  $\vec{k}_\pi$  générés par la transformation de Lorentz de  $T_{C\gamma}^\alpha$  et  $T_{B\gamma}^\alpha$  doivent être pris avec précaution. Ceux qui sont d’ordre  $\vec{k}_\pi/M_h$  où  $M_h$  est une échelle hadronique sont accompagnés de termes inconnus du même ordre dans  $O(k_\pi^\mu)$ , comme le diagramme 4.1d qui, dans le cas du  $\Delta$ , va comme  $|\vec{k}_\pi|/\sqrt{s - M_\Delta^2}$  et qui n’est évidemment négligeable que si  $|\vec{k}_\pi| \ll |M - M_\Delta|$ . Par contre, ceux qui sont proportionnels à la vitesse du pion  $v_\pi = \vec{k}_\pi/E_\pi$ , comme dans le terme élastique ou dans le terme de pôle de pion du commutateur, sont légitimes car ils ne peuvent pas provenir de la transformation de la partie inconnue  $O(m_\pi, \vec{0}) \rightarrow O(k_\pi^\mu)$ .

Le reste de cette section va consister à écrire explicitement l’amplitude  $T_{\pi N\gamma}^\alpha$  à partir des résultats précédents, en lui donnant une forme commode à utiliser et plus transparente du point de vue physique. *Pour ne pas surcharger l’écriture, nous garderons les mêmes notations pour désigner les quadri-vecteurs, quelque soit le repère.* Cela n’engendre, en principe, aucune confusion puisque les expressions utilisées sont covariantes une fois que l’on a remplacé  $O(m_\pi)$  par  $O(k_\pi^\mu)$ .

Nous commençons par simplifier le terme de commutateur en adoptant la forme approchée (4.85) pour  $h_A(t)$ . De plus nous supposons que les variations de  $g_A(t)$  et  $g_{\pi NN}(t)$  ne sont pas trop différentes, au moins pour des valeurs raisonnables de  $t$ , ce qui permet d’écrire la relation de Goldberger-Treiman (4.83) sous la forme plus générale :  $Mg_A(t) = f_\pi g_{\pi NN}(t)$ . Avec ces hypothèses le terme de commutateur (4.105) devient simplement :

$$T_{C\gamma}^\alpha = i\varepsilon_{\alpha 3\beta} \tau^\beta T_{C\gamma}^{(-)} + O(k_\pi) \quad (4.107)$$

$$T_{C\gamma}^{(-)} = \frac{|e| g_A(t)}{2if_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot \varepsilon - 2M \frac{(k_\gamma - 2k_\pi) \cdot \varepsilon}{t - m_\pi^2} \right] \gamma_5 u(p) \quad (4.108)$$

où  $k_\gamma (\equiv k_A)$  est la quadri-impulsion du photon virtuel définie en (4.74), c’est à dire :  $k_\gamma = p' + k_\pi - p$ .

Pour écrire le terme de Born nous avons besoin du vertex  $\Gamma_A$  dans le cas  $A = J_\mu^{em}(0)\varepsilon^\mu$  et que nous noterons  $\Gamma_\gamma$ . Pour cela nous utilisons la décomposition 4.43 qui nous donne

$$\Gamma_\gamma(p', p) / |e| = \frac{F_1^S(t) + \tau^3 F_1^V(t)}{2} \gamma \cdot \varepsilon + i \frac{F_2^S(t) + \tau^3 F_2^V(t)}{2} \frac{\sigma^{\mu\nu} (p' - p)_\nu \varepsilon_\mu}{2M}$$

---

<sup>8</sup>Le terme en pôle de pion dans  $T_C^\alpha$  coïncide avec l’expression du graphe de Feynman où un photon virtuel est attaché à un pion émis par le nucléon. De même le terme en  $\gamma \cdot \varepsilon$ , dit terme de seagull, peut s’interpréter comme le résultat de la substitution minimale  $\partial \rightarrow \partial - ieA$  dans le couplage pseudo-vecteur pion-nucléon. Cependant ces identifications ne peuvent être qu’approximatives car elles supposent des particules ponctuelles alors que le théorème de pion mou est général.

$$= \frac{F_1^S(t) + \tau^3 F_1^V(t)}{2} \gamma \cdot \varepsilon + i \frac{F_2^S(t) + \tau^3 F_2^V(t)}{2} \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu^\gamma \varepsilon_\mu}{2M} + O(k_\pi). \quad (4.109)$$

Le remplacement de  $(p' - p)$  par  $k_\gamma$  est évidemment justifié puisque le terme négligé est d'ordre  $k_\pi/M$ , ce qui ne changera rien au théorème de pion mou. Il suffit alors de reporter (4.109) dans l'expression générale (4.98) pour obtenir le terme de Born que nous écrivons sous la forme :

$$T_{B\gamma}^\alpha = \tau^\alpha T_{B\gamma}^{(0)} + \delta(\alpha 3) T_{B\gamma}^{(+)} + i\varepsilon_{\alpha 3\beta} \tau^\beta T_{B\gamma}^{(-)} + O(k_\pi), \quad (4.110)$$

avec

$$\begin{aligned} T_{B\gamma}^{(0,+)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \Pi(p' + k_\pi) \left( F_1^{(S,V)} \gamma \cdot \varepsilon + i F_2^{(S,V)} \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu^\gamma \varepsilon_\mu}{2M} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left( F_1^{(S,V)} \gamma \cdot \varepsilon + i F_2^{(S,V)} \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu^\gamma \varepsilon_\mu}{2M} \right) \Pi(p - k_\pi) \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \right] u(p), \end{aligned} \quad (4.111)$$

et

$$\begin{aligned} T_{B\gamma}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \Pi(p' + k_\pi) \left( F_1^{(V)} \gamma \cdot \varepsilon + i F_2^{(V)} \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu^\gamma \varepsilon_\mu}{2M} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( F_1^{(V)} \gamma \cdot \varepsilon + i F_2^{(V)} \frac{\sigma^{\mu\nu} k_\nu^\gamma \varepsilon_\mu}{2M} \right) \Pi(p - k_\pi) \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \right] u(p), \end{aligned} \quad (4.112)$$

où nous avons posé  $\Pi(K) = (\gamma \cdot K + M)/(K^2 - M^2)$  et utilisé la relation  $\tau^\alpha \tau^\beta = \delta(\alpha \beta) + i\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \tau^\gamma$ . On peut remarquer que le terme de Born contribue aux trois amplitudes d'isospin,  $T^{(+,-,0)}$  alors que le terme commutateur ne contribue qu'à l'amplitude  $T^{(-)}$ .

En résumé, nous avons obtenu l'amplitude d'électro-production d'un pion d'impulsion  $k_\pi$  sous la forme :

$$T_{\pi N\gamma}^\alpha = \tau^\alpha T_{\pi N\gamma}^{(0)} + \delta(\alpha 3) T_{\pi N\gamma}^{(+)} + i\varepsilon_{\alpha 3\beta} \tau^\beta T_{\pi N\gamma}^{(-)} + O(k_\pi), \quad (4.113)$$

$$T_{\pi N\gamma}^{(0,+)} = T_{B\gamma}^{(0,+)}, \quad (4.114)$$

$$T_{\pi N\gamma}^{(-)} = T_{B\gamma}^{(-)} + T_{C\gamma}^{(-)}. \quad (4.115)$$

Nous n'essaierons pas de simplifier d'avantage les expressions de  $T_{B\gamma}^{(0,+,-)}$  ou  $T_{C\gamma}^{(-)}$  car dans la pratique elle sont calculées numériquement. Une fois le repère choisi, on connaît les quadri-impulsions  $p, p', k_\pi, k_\gamma$  ce qui permet de calculer les spineurs  $u(p), u(p')$  et le vecteur  $\varepsilon$ . Le calcul de l'amplitude se ramène alors à un simple produit matriciel. Néanmoins il peut être utile de connaître la projection de l'amplitude sur une base complète d'opérateurs. Nous donnons dans l'appendice (?) cette projection sur les opérateurs dits de CGLN (Chew, Goldberger, Low, Nambu)[96].

## 4.10 Invariance de jauge

En premier lieu nous allons vérifier que l'amplitude ainsi construite est bien invariante sous la transformation de jauge  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon + k_\gamma$ . Pour le terme de Born  $T_{B\gamma}^{(0,+)}$ , le remplacement

de  $\varepsilon$  par  $k_\gamma$  donne :

$$T_{B\gamma}^{(0,+)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) = -\frac{|e| g_A(0) F_1^{(S,V)}(t)}{4i f_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \frac{\gamma \cdot (p + k_\gamma) + M}{(p + k_\gamma)^2 - M^2} \gamma \cdot k_\gamma + \gamma \cdot k_\gamma \frac{\gamma \cdot (p' - k_\gamma) + M}{(p' - k_\gamma)^2 - M^2} \gamma \cdot k_\pi \gamma_5 \right] u(p), \quad (4.116)$$

En utilisant l'équation de Dirac et les relation d'anti-commutation des matrices de Dirac on trouve facilement les relations :

$$\begin{aligned} [\gamma \cdot (p + k_\gamma) + M] \gamma \cdot k_\gamma u(p) &= [(p + k_\gamma)^2 - M^2] u(p) \\ \bar{u}(p') \gamma \cdot k_\gamma [\gamma \cdot (p' - k_\gamma) + M] &= -\bar{u}(p') [(p' - k_\gamma)^2 - M^2] \end{aligned}$$

qui montrent que l'on a bien :

$$T_{\pi N \gamma}^{(0,+)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) = T_{B\gamma}^{(0,+)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) = 0.$$

Pour l'amplitude de Born antisymétrique on obtient :

$$T_{B\gamma}^{(-)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) = -\frac{|e| g_A(0) F_1^V(t)}{4i f_\pi} \bar{u}(p') 2\gamma \cdot k_\pi \gamma_5 u(p), \quad (4.117)$$

tandis que le terme de commutateur donne, en utilisant à nouveau l'équation de Dirac :

$$\begin{aligned} T_{C\gamma}^{(-)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) &= \frac{|e| g_A(t)}{2i f_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_\gamma - 2M \frac{(k_\gamma - 2k_\pi) \cdot k_\gamma}{t - m_\pi^2} \right] \gamma_5 u(p) \\ &= \frac{|e| g_A(t)}{2i f_\pi} \bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_\pi + 2M - 2M \frac{(k_\gamma - 2k_\pi) \cdot k_\gamma}{t - m_\pi^2} \right] \gamma_5 u(p) \end{aligned} \quad (4.118)$$

mais

$$(k_\gamma - 2k_\pi) \cdot k_\gamma = (p' - p - k_\pi) \cdot (p' - p + k_\pi) = t - m_\pi^2,$$

donc

$$T_{\pi N \gamma}^{(-)}(\varepsilon \rightarrow k_\gamma) = \frac{\bar{u}(p') 2\gamma \cdot k_\pi \gamma_5 u(p)}{2i f_\pi} [g_A(t) - g_A(0) F_1^V(t)].$$

Comme  $F_1^V(0) = 1$ , on voit que l'invariance de jauge est respectée dans la mesure où  $g_A(t)/g_A(0) \simeq F_1^V(t)$ , ce qui est une bonne approximation pour des valeur de  $t$  pas trop grandes.

## 4.11 Comparaison avec l'expérience

Jusqu'à présent nous avons considéré des pions cartésiens, c'est à dire distingué par leur indice d'isospin  $\alpha = 1, 2, 3$ . Les états de pion physiques ( $\pi^{\pm 0}$ ) sont définis par<sup>9</sup>

$$|\pi^\pm\rangle = \frac{|\pi_1 \rangle \pm i |\pi_2 \rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\pi^0\rangle = |\pi^3\rangle,$$

---

<sup>9</sup>Cette définition implique évidemment une phase arbitraire car seule la normalisation est importante. Le choix de phase qui est fait ici est le plus courant.

ce qui conduit aux amplitudes physiques d'électro-production :

$$\begin{aligned}
T_{\pi N \gamma}(\gamma^* p \rightarrow \pi^+ n) &= \sqrt{2} (T^0 + T^-), \\
T_{\pi N \gamma}(\gamma^* n \rightarrow \pi^- p) &= \sqrt{2} (T^0 - T^-), \\
T_{\pi N \gamma}(\gamma^* p \rightarrow \pi^0 p) &= T^+ + T^0, \\
T_{\pi N \gamma}(\gamma^* n \rightarrow \pi^0 n) &= T^+ - T^0.
\end{aligned} \tag{4.119}$$

L'endroit naturel pour tester les prédictions du théorème de pion mou est évidemment l'électro-production de pions au seuil dans le centre de masse<sup>10</sup>, ce qui correspond à

$$\vec{p}' + \vec{k}_\pi = \vec{p} + \vec{k}_\gamma = 0, \quad \vec{k}_\pi = 0.$$

Dans cette limite, l'amplitude ne dépend que des multipôles  $E_{0+}(k_\gamma^2)$  et  $L_{0+}(k_\gamma^2)$  qui sont définis par le développement suivant<sup>11</sup> :

$$\frac{1}{2M} T_{\pi N \gamma}^{CM}(\vec{k}_\pi = 0) = 4\pi i \frac{M + m_\pi}{M} \chi_N^\dagger \left( E_{0+}(k_\gamma^2) (\vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon} - \vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon}) + L_{0+}(k_\gamma^2) \vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon} \right) \chi_N \tag{4.120}$$

en supposant  $\varepsilon_0 = 0$ . Dans l'expression précédente, les matrices  $\sigma_i$  agissent sur le spineur  $\chi_N$  à deux dimensions du nucléon dans son repère propre. Il est relié au spineur de Dirac par :

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p^0 + M} \chi_N \\ \sqrt{p^0 - M} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \chi_N \end{pmatrix}$$

Il suffit donc d'évaluer l'amplitude définie par (4.113, 4.114, 4.115) au seuil dans le centre de masse et de comparer à (4.120) pour obtenir les multipôles  $E_{0+}(k_\gamma^2)$  et  $L_{0+}(k_\gamma^2)$  dont les expressions sont rassemblées dans l'annexe A. Sur la figure 4.9 nous comparons ces prédictions aux quelques valeurs expérimentales proposées par les références[97, 98, 99, 100, 101, 102, 92, 103, 104]. Pour la production de  $\pi^0$  les données existent seulement sur le proton et pour de très faibles valeurs de  $k_\gamma^2$ . La valeur absolue de  $E_{0+}(k_\gamma^2)$  et  $L_{0+}(k_\gamma^2)$  n'est pas très bien reproduite par le calcul dans cette région mais la tendance est correcte. On sait que l'écart est en partie dû aux boucles de pions qui ne sont pas prises en compte ici, mais qui sont calculées dans le cadre de ChPT[105]. Le fait que  $E_{0+}(k_\gamma^2)$  s'annule vers  $k_\gamma^2 \simeq 0.1 \text{ GeV}^2$  est en particulier bien prédit. Par contre cette annulation suggère que dans cette région les corrections au théorème de pion mou peuvent être amplifiées. Il serait souhaitable d'effectuer des mesures en dehors de cette région un peu pathologique. Pour la production de  $\pi^+$ , qui est le canal dominant au seuil, les données sont assez bien reproduites si l'on tient compte de leur précision.

<sup>10</sup> On peut en principe réaliser l'expérience au seuil dans le repère de Breit défini par  $\vec{p}' + \vec{p}' = 0$ , mais cela n'a jamais été fait.

<sup>11</sup> Le facteur  $1/2M$  provient de notre normalisation des états  $\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 2p_0 \delta(\vec{p}' - \vec{p})$  alors que les multipôles ont été définis avec la normalisation  $\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 (p_0/M) \delta(\vec{p}' - \vec{p})$ .

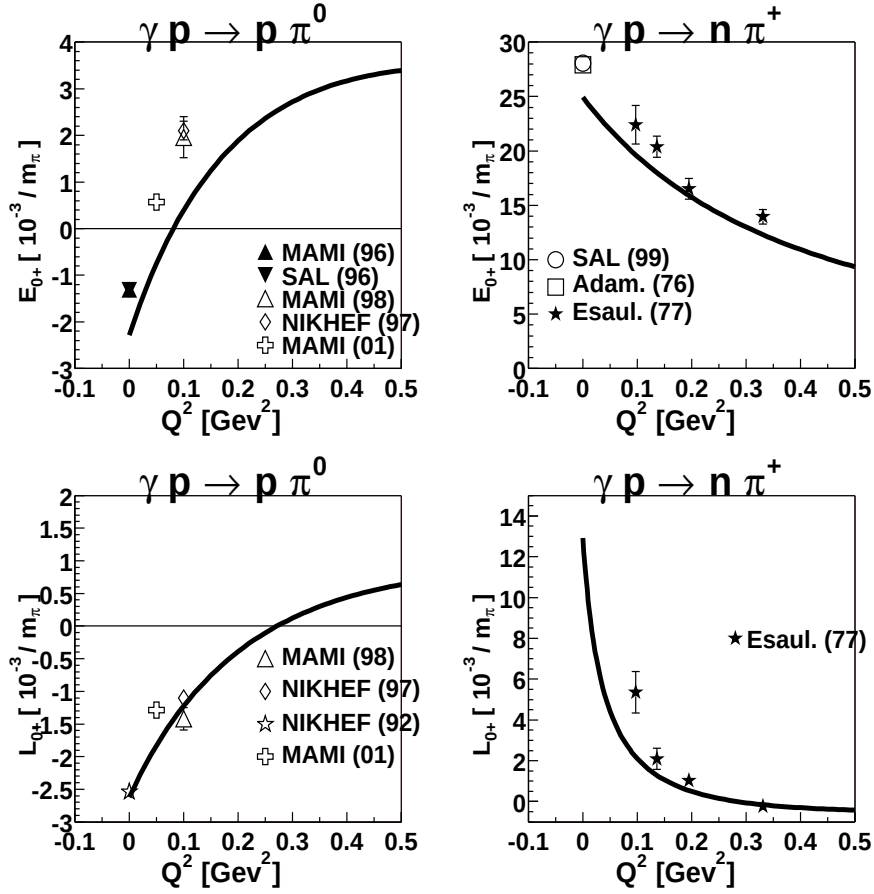


FIG. 4.9 – Comparaison des prédictions du théorème de pion mou (courbe en trait plein) avec des points expérimentaux.

## 4.12 Production de pion associée au DVCS

Nous allons maintenant utiliser les résultats généraux de la Section 4.7 pour évaluer l'amplitude de la réaction de DVCS associée (ADVCS)

$$e + p \rightarrow e + p + \gamma + \pi.$$

Par définition cette amplitude est l'élément de matrice<sup>12</sup> :

$$\begin{aligned} \langle \pi(\vec{k}_\pi), N(\vec{p}') | A | N(\vec{p}) \rangle &= -i\varepsilon_\mu^{l*} \langle \pi(\vec{k}_\pi), N(\vec{p}') | \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \} | N(\vec{p}) \rangle \varepsilon_\nu, \\ &\equiv \varepsilon_\mu^{l*} H_\pi^{\mu\nu} \varepsilon_\nu, \end{aligned}$$

où  $\varepsilon_\mu^l$  et  $\varepsilon_\nu$  sont les vecteurs polarisation des photons final et initial. Par analogie avec la notation utilisée dans le cas de l'électro-production, nous noterons  $k_{\gamma\gamma}$  la quadri-impulsion

<sup>12</sup>L'amplitude complète s'obtient en faisant la combinaison sur les états d'hélicité du photon virtuel ce qui revient à remplacer  $\varepsilon_\mu$  par le facteur leptonique  $P_\mu(k', k)$ .

apportée par l'opérateur  $A$  :

$$k_{\gamma\gamma} = p' + k_\pi - p.$$

#### 4.12.1 GPD iso-vectérielles et iso-scalaires

Dans l'étude de l'électro-production nous avons vu que le terme de Born fait intervenir les facteurs de forme iso-scalaires et iso-vecteurs du nucléon, et que le terme de commutateur fait intervenir les facteurs de forme axiaux qui sont purement iso-vectériels. On peut évidemment s'attendre à quelque chose d'analogue dans le cas de la réaction ADVCS. Il nous faut donc définir des distributions de partons généralisées iso-scalaires ou iso-vectérielles. Rappelons que pour une saveur de quark  $f$  dans le proton, les GPD sont définies par une expression du genre :

$$\int \frac{d\lambda}{2\pi} \langle proton | \bar{q}_f(-\lambda n/2) \gamma^\mu q_f(\lambda n/2) | proton \rangle = \bar{u} [H^{f/p} \gamma^\mu + \dots] u. \quad (4.121)$$

où nous avons omis les variables qui sont sans importance pour cette discussion. Dans l'expression (4.121), l'état initial et final ont le même isospin :  $\tau_N^3 |proton\rangle = |proton\rangle$ . On peut généraliser cette expression en définissant :

$$\int \frac{d\lambda}{2\pi} \langle N' | \bar{q}(-\lambda n/2) \gamma^\mu \frac{\tau^\alpha}{2} q(\lambda n/2) | N \rangle = \bar{u}(N') [H^V \gamma^\mu + \dots] \frac{\tau_N^\alpha}{2} u(N), \quad (4.122)$$

$$\int \frac{d\lambda}{2\pi} \langle N' | \bar{q}(-\lambda n/2) \gamma^\mu \frac{1}{3} q(\lambda n/2) | N \rangle = \bar{u}(N') [H^S \gamma^\mu + \dots] u(N), \quad (4.123)$$

où  $N, N'$  sont des états d'isospin du nucléon et  $q$  désigne l'isodoublet de quarks introduit en (4.3). Quand on manipule ces objets il ne faut pas oublier qu'il y a toujours une somme implicite sur les indices d'isospin. Par exemple  $\bar{q}q = \bar{q}_{1/2}q_{1/2} + \bar{q}_{-1/2}q_{-1/2} = \bar{u}u + \bar{d}d$ .

Dans les définitions (4.122, 4.123) la dépendance en isospin a été factorisée dans des expressions de la forme  $\bar{u}(N') \dots \tau^\alpha u(N)$  ou  $\bar{u}(N') \dots u(N)$  et les GPD iso-vectérielles et iso-scalaires ( $H^V, H^S, \dots$ ) sont indépendantes de  $(\alpha, N, N')$ . Ceci est possible grâce à la symétrie d'isospin et à l'application du théorème de Wigner-Eckart. En appliquant (4.122, 4.123) au proton et au neutron on trouve les relations :

$$H^V = H^{u/p} - H^{d/p}, \quad H^S = \frac{1}{3} (H^{u/p} + H^{d/p}), \quad (4.124)$$

$$-H^V = H^{u/n} - H^{d/n}, \quad H^S = \frac{1}{3} (H^{u/n} + H^{d/n}), \quad (4.125)$$

qui impliquent les relations usuelles entre distributions du proton et du neutron lorsqu'on suppose la symétrie d'isospin :

$$H^{u/p} = H^{d/n}, \quad H^{d/p} = H^{u/n}.$$

Dans la pratique nous utiliserons l'équation (4.124), et les analogues pour  $E, \tilde{H}, \tilde{E}$ , pour évaluer les GPD iso-vectérielles et iso-scalaires. Notons que dans la littérature, les GPD iso-vectérielles et iso-scalaires sont parfois appelées  $H^V = H^{(3)}$  et  $H^S = H^{(0)}/3$ .



### 4.12.2 Terme de Born

Nous le noterons  $T_{B,\gamma\gamma}$ . Son expression est donnée par l'équation (4.98) où nous devons remplacer  $\Gamma_A$  par  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  qui est défini par

$$-i\varepsilon'_\mu < N(\vec{p}') | \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \} | N(\vec{p}) > \varepsilon_\nu = \bar{u}(p') \Gamma_{\gamma\gamma}(p', p, q) u(p).$$

Dans l'approximation du twist 2, c'est à dire du handbag, le produit  $J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x)$  fait intervenir le carré de la charge du même quark. Du point de vue de l'isospin, l'opérateur sera donc :

$$\left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right)^2 = \frac{5}{18} + \frac{\tau^3}{6},$$

ce qui fixe la pondération des GPD iso-scalaires et iso-vectorielles. En comparant aux équations ( , , , ) du Chapitre 1, et avec les mêmes approximations, nous pouvons donc écrire :

$$\frac{1}{e^2} \Gamma_{\gamma\gamma} = \varepsilon'^*_{\mu} S^{\mu\nu} \varepsilon_{\nu} \left[ \frac{5}{6} \Gamma_+^S(\xi, t) + \frac{1}{3} \Gamma_+^V(\xi, t) \frac{\tau^3}{2} \right] + \varepsilon'^*_{\mu} A^{\mu\nu} \varepsilon_{\nu} \left[ \frac{5}{6} \tilde{\Gamma}_-^S(\xi, t) + \frac{1}{3} \tilde{\Gamma}_-^V(\xi, t) \frac{\tau^3}{2} \right], \quad (4.126)$$

avec :

$$\Gamma_+^{S,V}(\xi, t) = \int_{-1}^1 dx C^+(x, \xi) \left[ H^{S,V}(x, \xi, t) \gamma^+ + i E^{S,V}(x, \xi, t) \frac{\sigma^{+\nu} \Delta_{\nu}}{2M} \right], \quad (4.127)$$

$$\tilde{\Gamma}_-^{S,V}(\xi, t) = \int_{-1}^1 dx C^-(x, \xi) \left[ \tilde{H}^{S,V}(x, \xi, t) \gamma^+ \gamma_5 + \tilde{E}^{S,V}(x, \xi, t) \frac{\Delta^+}{2M} \gamma_5 \right]. \quad (4.128)$$

Rappelons que les noyaux  $C^{\pm}$  sont définis par

$$C^{\pm}(x, \xi) = \frac{1}{x - \xi + i\varepsilon} \pm \frac{1}{x + \xi - i\varepsilon}.$$

Si nous reportons l'expression (4.126) dans (4.98) nous obtenons le terme de Born sous la forme habituelle

$$T_{B\gamma\gamma}^{\alpha} = \tau_N^{\alpha} T_{B\gamma\gamma}^{(0)} + \delta(\alpha 3) T_{B\gamma\gamma}^{(+)} + i\varepsilon_{\alpha\beta} \tau_N^{\beta} T_{B\gamma\gamma}^{(-)},$$

avec :

$$T_{B\gamma\gamma}^{(0+)} = \left( \begin{array}{c} 0 \rightarrow 5/12 \\ + \rightarrow 1/12 \end{array} \right) \frac{ie^2 g_A(0)}{f_{\pi}} \times \dots$$

$$\bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_{\pi} \gamma_5 \Pi(p' + k_{\pi}) G^{S,V} + G^{S,V} \Pi(p - k_{\pi}) \gamma \cdot k_{\pi} \gamma_5 \right] u(p), \quad (4.129)$$

$$T_{B\gamma\gamma}^{(-)} = \frac{1}{12} \frac{ie^2 g_A(0)}{f_{\pi}} \times \dots$$

$$\bar{u}(p') \left[ \gamma \cdot k_{\pi} \gamma_5 \Pi(p' + k_{\pi}) G^V - G^V \Pi(p - k_{\pi}) \gamma \cdot k_{\pi} \gamma_5 \right] u(p), \quad (4.130)$$

où nous avons posé :

$$G^{S,V} = \varepsilon'^*_{\mu} S^{\mu\nu} \varepsilon_{\nu} \Gamma_+^{S,V} + \varepsilon'^*_{\mu} A^{\mu\nu} \varepsilon_{\nu} \tilde{\Gamma}_-^{S,V}. \quad (4.131)$$

### 4.12.3 Terme de commutateur

Il sera noté  $T_{C\gamma\gamma}^\alpha$  et il est défini par (4.94) :

$$\begin{aligned} if_\pi T_{C\gamma\gamma}^\alpha &= \langle N(\vec{p}') | [\bar{Q}_5^\alpha(t=0), A] | N(\vec{p}) \rangle \\ &= -i \langle N(\vec{p}') | \left[ \bar{Q}_5^\alpha(t=0), \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \} \right] | N(\vec{p}) \rangle \varepsilon_\mu'^* \varepsilon_\nu. \end{aligned} \quad (4.132)$$

On identifie immédiatement la difficulté supplémentaire par rapport au cas de l'électroproduction : l'opérateur  $A$  dépend du courant évalué à un temps quelconque  $x^0$ , ce qui ne permet pas l'exploitation des relations de commutation à temps égal. Nous devons supposer que le commutateur peut être calculé directement à la limite chirale, c'est à dire

$$\bar{Q}_5^\alpha(t=0) \sim Q_5^\alpha + O(m_\pi) \quad (4.133)$$

où  $Q_5^\alpha$  est indépendant du temps et ceci implique manifestement une inversion de limite : rien ne garantit que l'on trouverait le même résultat si on était capable de calculer le commutateur (4.132) dans la limite de Bjorken en faisant tendre  $m_\pi$  vers zéro ensuite. Si nous acceptons cette hypothèse nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} & \left[ \bar{Q}_5^\alpha(t=0), \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \} \right] \\ &= \int d^4x e^{-iq \cdot x} [Q_5^\alpha, T \{ J_{em}^\mu(0) J_{em}^\nu(x) \}] \\ &= \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ [Q_5^\alpha, J_{em}^\mu(0)] J_{em}^\nu(x) + J_{em}^\mu(0) [Q_5^\alpha, J_{em}^\nu(x)] \} \\ &= i\varepsilon_{\alpha 3\beta} |e| \int d^4x e^{-iq \cdot x} T \{ J_5^{\mu\beta}(0) J_{em}^\nu(x) + J_{em}^\mu(0) J_5^{\nu\beta}(x) \}. \end{aligned} \quad (4.134)$$

Nous retrouvons alors une amplitude similaire à celle du DVCS, à la différence près qu'un des courants  $J_{em}^\mu$  est remplacé par un courant axial  $J_5^{\mu\beta}$ . Si on examine l'expression de ce courant :

$$J_5^{\mu\alpha} = \bar{q}(x) \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} q(x),$$

et celle du courant électro-magnétique :

$$J_{em}^\mu(x) = |e| \bar{q}(x) \gamma_\mu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) q(x),$$

on voit que, mis à part la dépendance en isospin, ils diffèrent par la présence de la matrice  $\gamma_5$  qui, pour des quarks de masse nulle, coïncide avec l'hélicité. Donc, la différence entre  $J_5^{\mu\beta}$  et  $J_{em}^\mu$  revient essentiellement à une différence dans la combinaison des saveurs et des hélicités. Bien qu'il n'existe pas encore de démonstration formelle, il est plausible que cette différence ne met pas en danger la factorisation dans la limite de Bjorken. En d'autres termes nous pouvons évaluer l'amplitude (4.134) dans l'approximation du handbag, comme nous l'avons fait dans le chapitre 1 pour le DVCS.

Il n'est pas nécessaire de refaire le calcul en détail. Il suffit de transposer l'équation (1.46) en tenant compte des matrices d'isospin et de la matrice  $\gamma_5$  supplémentaires. Ceci conduit à l'expression suivante :

$$if_\pi T_{C\gamma\gamma}^\alpha = \frac{1}{2} i\varepsilon_{\alpha 3\beta} e^2 \int \frac{d\lambda dx}{2\pi} e^{i\lambda x} \langle N(\vec{p}') | \bar{q}(-\lambda n/2) R_{\mu\nu}^\beta q(\lambda n/2) | N(\vec{p}) \rangle \varepsilon^{\mu*} \varepsilon^\nu, \quad (4.135)$$

avec :

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu}^\beta &= \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} \frac{\gamma^+}{x - \xi} \gamma_\nu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) + \gamma_\nu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) \frac{\gamma^+}{x + \xi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} \\ &+ \gamma_\mu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) \frac{\gamma^+}{x + \xi} \gamma_\nu \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} + \gamma_\nu \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} \frac{\gamma^+}{x - \xi} \gamma_\mu \left( \frac{1}{6} + \frac{\tau^3}{2} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left( \frac{\gamma_\mu \gamma^+ \gamma_\nu}{x - \xi} + \frac{\gamma_\nu \gamma^+ \gamma_\mu}{x + \xi} \right) \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} + X \delta(\beta 3) \end{aligned}$$

où le terme  $X$  ne contribue évidemment pas à  $T_{C\gamma\gamma}^\alpha$  à cause de la combinaison avec  $\varepsilon_{\alpha 3\beta}$ . On voit donc que, mis à part le facteur  $i\varepsilon_{\alpha 3\beta}/3$  et la matrice  $\gamma_5 \tau^\beta/2$  on retrouve la même expression que dans l'équation (1.46). L'effet de la matrice  $\gamma_5$  se déduit de la décomposition :

$$\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\nu = S^{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma + i\varepsilon^{\mu\rho\nu\sigma} \gamma_\sigma \gamma_5. \quad (4.136)$$

Comme  $\gamma_5^2 = 1$ , on voit qu'il faut simplement permuter les structures de Lorentz  $S^{\mu\rho\nu\sigma}$  et  $\varepsilon^{\mu\rho\nu\sigma}$ . Pour tenir compte de la matrice  $\tau^\beta/2$  nous devons remplacer  $H$  par  $H^V \tau_N^\beta/2$  (et de même pour  $E, \tilde{H}, \tilde{E}$ ), conformément à la définition des GPDs iso-vectorielles (4.122). Si nous rassemblons les morceaux, nous obtenons alors le terme de commutateur sous la forme

$$\begin{aligned} T_{C\gamma\gamma}^\alpha &= i\varepsilon_{\alpha 3\beta} \tau_N^\beta T_{C\gamma\gamma}^{(-)} \\ T_{C\gamma\gamma}^{(-)} &= \frac{e^2}{6if_\pi} \bar{u}(p') \left( \varepsilon_\mu'^* S^{\mu\nu} \varepsilon_\nu \tilde{\Gamma}_+^V + \varepsilon_\mu'^* A^{\mu\nu} \varepsilon_\nu \Gamma_-^V \right) \end{aligned} \quad (4.137)$$

Donc, comme nous l'avons annoncé au début de ce chapitre, l'amplitude de la réaction de DVCS associée (4.2) s'écrit, dans notre approche :

$$\begin{aligned} T_{\pi N\gamma\gamma}^\alpha &= \tau_N^\alpha T_{\pi N\gamma\gamma}^{(0)} + \delta(\alpha 3) T_{\pi N\gamma\gamma}^{(+)} + i\varepsilon_{\alpha 3\beta} \tau_N^\beta T_{\pi N\gamma\gamma}^{(-)} + O(k_\pi), \\ T_{\pi N\gamma\gamma}^{(0,+)} &= T_{B\gamma\gamma}^{(0,+)}, \\ T_{\pi N\gamma\gamma}^{(-)} &= T_{B\gamma\gamma}^{(-)} + T_{C\gamma\gamma}^{(-)}, \end{aligned} \quad (4.138)$$

où les amplitudes  $T_{B\gamma\gamma}$  et  $T_{C\gamma\gamma}$  sont données par les équations (4.129, 4.130, 4.137) qui dépendent des mêmes GPDs que la réaction de DVCS sans production de pion.

Si on examine les structures du terme de commutateur (4.137), on voit que le terme

$$\varepsilon_\mu'^* S^{\mu\nu} \varepsilon_\nu \tilde{\Gamma}_+^V$$

a une variation en  $t$  correspondant au pôle de pion qui est présent dans  $\tilde{E}$ . De plus la structure  $\varepsilon_\mu'^* S^{\mu\nu} \varepsilon_\nu$  est bien celle que l'on attend pour la réaction de DVCS sur le pion. Cependant nous ne pouvons pas dire que le théorème de pion mou contient entièrement le graphe de la figure 4.10. En effet si nous revenons en arrière sur le cas de l'électro-production nous avons vu que le pôle de pion dans (4.105) provient en partie du commutateur d'ordre supérieur (4.102). On peut s'attendre à quelque chose d'analogue dans le cas du DVCS mais nous ne pouvons évidemment pas générer ce terme puisque, c'est notre hypothèse (4.133), nous faisons  $\dot{Q}_5 = 0$  dès le départ. De plus, dans le DVCS sur le nucléon,  $\tilde{E}$  contient l'échange de pion, mais pas la diffusion Compton sur le pion. C'est pourquoi dans la Section 4.7 nous avons choisis d'imposer que  $t$  soit une échelle de masse hadronique dans le cas du DVCS associé. En effet cela permet de considérer comme correction à la limite chirale, d'une part les graphes de type 4.2b et, d'autre part les pôles de pion probablement incomplets que génère le terme de commutateur.

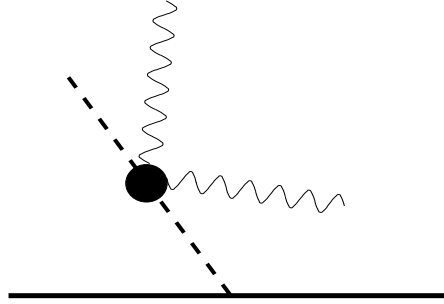


FIG. 4.10 – Graphe de la diffusion Compton sur le pion qui n'est pas prise en compte complètement dans le théorème de pion mou.

Comme dans le DVCS, le développement des amplitudes au twist 2 est limité sur le cône de lumière et les composantes transverses sont négligées. Les amplitudes obtenues ne peuvent donc pas être invariantes de jauge pour le photon réel qui possède une composante transverse. L'invariance est ici encore restaurée explicitement en ajoutant des termes de twist supérieur. Mais il faut être prudent, car nous n'avons plus  $q'_\perp = -\Delta_\perp$ , et l'invariance de jauge s'appuie maintenant sur la substitution

$$\begin{aligned} S^{\mu\nu} &\rightarrow S^{\mu\nu} + \tilde{p}^\mu \frac{q_\perp'^\nu}{2\tilde{p} \cdot q'}, \\ A^{\mu\nu} &\rightarrow A^{\mu\nu} - \tilde{p}^\mu \frac{q_\rho'}{\tilde{p} \cdot q'} A^{\rho\nu}. \end{aligned}$$

## 4.13 Section efficace ADVCS

Comme nous l'avons expliqué au début de la Section 4.12, l'amplitude ADVCS s'obtient à partir de  $T^{\pi N \gamma \gamma}$  en remplaçant  $\varepsilon_\nu$  par le facteur leptonique  $P_\nu(k', k)$ , c'est-à-dire

$$T^{\pi N \gamma \gamma} = \varepsilon_\mu'^* H_\pi^{\mu\nu} \varepsilon_\nu \longrightarrow T^{ADVCS} = \varepsilon_\mu'^* H_\pi^{\mu\nu} P_\nu, \quad (4.139)$$

Le processus Bethe-Heitler avec production de pion (ABH) est représenté sur la figure 4.11. Pour obtenir une écriture de l'amplitude équivalente à l'équation (1.23), on peut écrire l'amplitude d'électro-production (4.108,4.111,4.112) sous la forme  $T^{\pi N \gamma} = \bar{u}(p') \Gamma_{\nu}^{\pi N \gamma}(p', k_{\pi}, p) u(p) \cdot \varepsilon^{\nu}$ , ce qui donne pour l'amplitude ABH :

$$T^{ABH} = |e| e_l^2 \varepsilon_{\mu}^{\prime*}(k') \bar{u}(k') \left[ \gamma^{\mu} \frac{\gamma \cdot (k' + q') + m_l}{(k' + q') - m_l^2} \gamma^{\nu} + \gamma^{\nu} \frac{\gamma \cdot (k - q') + m_l}{(k - q') - m_l^2} \gamma^{\mu} \right] u(k) \times \dots$$

$$\frac{1}{k_{\gamma}^2} \bar{u}(p') \Gamma_{\nu}^{\pi N \gamma}(p', k_{\pi}, p) u(p), \quad (4.140)$$

où  $k_{\gamma} = p' + k_{\pi} - p = k - k' - q'$ , en référence à l'étude de l'électro-production de la Section 4.9. L'amplitude d'électro-production d'un pion mou et d'un photon est donc

$$T^{\pi \gamma e' e} = T^{ADVCS} + T^{ABH}.$$

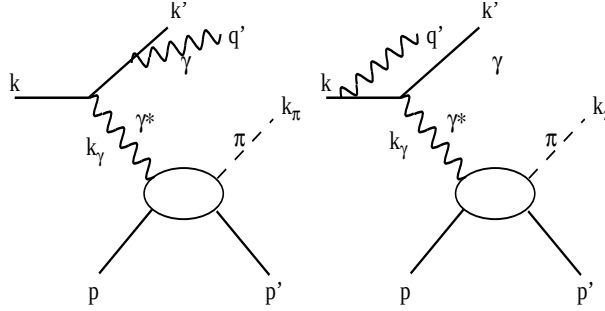


FIG. 4.11 – Graphes du processus Bethe-Heitler avec production de pion associée (ABH).

Pour définir les variables cinématiques indépendantes de l'ADVCS (et de l'ABH), il convient de se référer au DVCS. Cinq variables cinématiques indépendantes permettent de décrire le DVCS (cf chapitre I). Ajoutant une particule de masse connue, le nombre de ces variables augmente de 3 unités, et devient 8. Dans la suite, nous avons choisi comme variables indépendantes supplémentaires, relatives au pion, soit les trois composantes de son impulsion  $\vec{k}_{\pi}$ , soit la masse invariante du système pion-nucléon  $W$ , complétée de l'angle solide du pion dans le repère du centre de masse du système pion-nucléon, notée  $\Omega_{\pi}^*$ .

Rappelons que dans le cas de l'ADVCS, le transfert hadronique  $t$  n'est pas égal au transfert entre les photons. Celui-ci est maintenant noté  $t_{\gamma} = (q - q')^2 = k_{\gamma}^2$ . De même, il n'est plus possible de définir un plan hadronique unique comme le montre la figure 4.12 et nous définissons l'angle entre le plan  $(\vec{k}, \vec{k}')$  et  $(\vec{q}, \vec{q}')$  par  $\phi_{\gamma}$ .

On peut envisager deux jeux de variables indépendantes. Le premier se prête plus particulièrement aux études expérimentales alors que le second contient des variables plus "théoriques" :

$$(k_{lab}^0, \Omega_{lab}^{k'}, \Omega_{lab}^{\gamma^* \gamma}, \vec{k}_{\pi}) \quad (4.141)$$

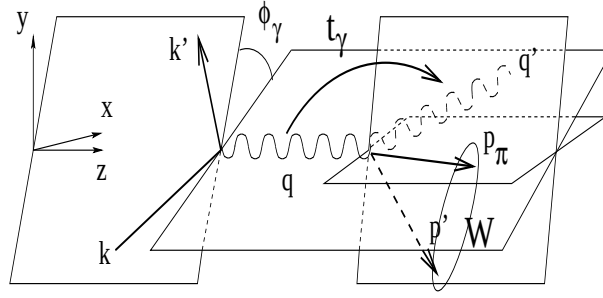


FIG. 4.12 – Définition des variables cinématiques de la production de pion associée au DVCS.

$$\left( Q^2, x_B, k, t_\gamma, \phi_\gamma, W, \Omega_\pi^* \right). \quad (4.142)$$

Avec les mêmes conventions que pour le DVCS, la section efficace non polarisée de la réaction s'écrit

$$d\sigma = \frac{d\Phi}{F} \frac{1}{4} \sum_{\text{hélicités}} \left| T^{\pi\gamma e'e} \right|^2,$$

où le facteur de flux

$$F = 4\sqrt{(k \cdot p)^2 - m_l^2 M^2},$$

est égal à  $F = 4Mk_{lab}^0$  lorsque le proton initial est au repos. L'espace des phases de la réaction est

$$d^{12}\Phi = \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2k^0} \cdot \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2p^0} \cdot \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3 2q^0} \cdot \frac{d^3\vec{k}_\pi}{(2\pi)^3 2k_\pi^0} (2\pi)^4 \delta^4(k + p - k' - p' - q' - k_\pi).$$

Cet espace des phase se réduit suivant les deux jeux de variables étudiés.

– variables théoriques

Le calcul du jacobien du changement de variables  $d|\vec{k}| \cdot d\cos(\theta_e) \rightarrow dQ^2 dx_B$  permet d'écrire dans le laboratoire

$$\frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3 2k^0} = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{Q^2}{8k^0 M x_B^2} dQ^2 dx_B d\phi_l,$$

où  $\phi_l$  est l'angle azimutal entre le plan de référence et le plan leptonique, sur lequel une intégration donnera  $2\pi$ , l'amplitude étant indépendante du choix de plan de référence. A partir des formules

$$\begin{cases} q' &= \frac{s+Q^2+t_\gamma-W^2}{2M}, \\ \cos\theta_{\gamma\pi} &= \frac{M}{|\vec{q}|} \frac{t_\gamma+Q^2}{(s+Q^2+t_\gamma-W^2)} + \frac{\nu}{|\vec{q}|}, \end{cases}$$

nous pouvons calculer le jacobien du changement de variable  $d|\vec{q}| \cdot d\cos(\theta_{\gamma\pi}) \rightarrow dt_\gamma dW$  et écrire

$$\frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3 2q'} = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{W}{4M |\vec{q}|} dt_\gamma dW d\phi_\gamma.$$

L'espace des phases du proton de recul est alors intégré avec la fonction  $\delta^4$  dans le repère du centre de masse du système proton-pion (variables avec \*). Cette partie donne

$$\int \left( \frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} \right)^* (2\pi)^4 \delta^4(l + p - l' - p' - q' - k_\pi) = \frac{2\pi}{2p'^0} \delta(p'^0 + k_\pi^0 - W).$$

La fonction  $\delta$  s'écrit  $\delta(p'^0 + k_\pi^0 - W) = \delta\left(\sqrt{\vec{k}_\pi^{*2} + M^2} + \sqrt{\vec{k}_\pi^{*2} + m_\pi^2} - W\right)$ , ce qui permet d'intégrer l'espace des phases du pion sur  $d|\vec{k}_\pi^*|$ . Le changement de variable dans la fonction  $\delta$  se fait via la formule

$$\delta\left(W - \sqrt{\vec{k}_\pi^2 + M^2} - \sqrt{\vec{k}_\pi^2 + m_\pi^2}\right) = \frac{\delta(|\vec{k}_\pi^*|)}{W |\vec{k}_\pi^*|} \sqrt{\vec{k}_\pi^2 + M^2} \sqrt{\vec{k}_\pi^2 + m_\pi^2},$$

et  $|\vec{k}_\pi^*|$  s'écrit en fonction de  $W$  :

$$|\vec{k}_\pi^*| = \frac{1}{2W} \left(W^2 - (M + m_\pi)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(W^2 - (M - m_\pi)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.143)$$

L'espace des phases s'écrit finalement

$$\frac{d^7 \Phi}{dQ^2 dx_B dt_\gamma d\phi_\gamma dW d^2 \Omega_\pi^*} = \frac{1}{64} \frac{1}{(2\pi)^7} \frac{1}{k_{lab}^0 M x_B} \left(1 + \frac{4M^2 x_B^2}{Q^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \dots \frac{(W^2 - (M + m_\pi)^2)^{\frac{1}{2}} (W^2 - (M - m_\pi)^2)^{\frac{1}{2}}}{2W} \quad (4.144)$$

$$= \left( \frac{d^4 \Phi}{dQ^2 dx_B dt d\phi} \right)^{DVCS} \frac{|\vec{k}_\pi^*|}{2(2\pi)^3}. \quad (4.145)$$

– variables expérimentales

L'espace des phases du lepton diffusé fournit une contribution simple

$$\frac{d^3 \vec{k}'}{(2\pi)^3 2k'^0} = \frac{k'^0}{2(2\pi)^3} dk'^0 d^2 \Omega_{e'} d\phi_l.$$

L'espace des phases du proton de recul est intégré avec la fonction  $\delta$  et donne

$$\begin{aligned} \int \frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2p'^0} (2\pi)^4 \delta^4(l + p - l' - p' - q' - k_\pi) &= \frac{2\pi}{2p'^0} \delta(p'^0 + k_\pi^0 + q' - p^0 - q^0) \\ &= 2\pi \delta(p'^2). \end{aligned}$$

En utilisant le changement de variable dans la fonction  $\delta$

$$\delta(p'^2) = \frac{\delta(q')}{2 \left| M + \nu - |\vec{q}'| \cos \theta_{\gamma\gamma^*} - k_\pi^0 + |\vec{k}_\pi| \cos \theta_{\gamma\pi} \right|},$$

nous pouvons finalement écrire

$$\frac{d^8 \Phi}{dk' d^2 \Omega_{e'} d^2 \Omega_{\gamma\gamma^*} d|\vec{k}_\pi| d^2 \Omega_\pi} = \frac{1}{16} \frac{1}{(2\pi)^8} \frac{k'^0 q'}{M + \nu - |\vec{q}'| \cos \theta_{\gamma\gamma^*} - k_\pi^0 + |\vec{k}_\pi| \cos \theta_{\gamma\pi}} \frac{\vec{k}_\pi^2}{k_\pi^0}.$$

## 4.14 Cinématiques ADVCS

Comme le DVCS, l'ADVCS possède un transfert photonique  $t_\gamma$  minimum. La relation entre la masse invariante  $W$  et le transfert minimum  $t_{\gamma\min}$  est

$$t_{\gamma\min} = -\frac{(s + Q^2 - W^2)(\nu - |\vec{q}|) + MQ^2}{M + \nu - |\vec{q}|}.$$

Lorsque  $W = M$  on retrouve l'expression du transfert minimum pour le DVCS. Il est intéressant de connaître le lien entre  $W$  et  $t_\gamma$ , et la distribution des pions dans le laboratoire. Cette distribution dépend de  $\Omega_\pi^*$  et de l'impulsion du pion dans le repère  $\vec{p} + \vec{k}_\pi = \vec{0}$  appelée Eq.(4.143). La figure 4.13 présente en fonction de  $W$  et  $t_\gamma$  différentes régions cinématiques pour  $Q^2$  et  $x_B$  fixés. Ce domaine se décompose en deux régions séparées par la ligne

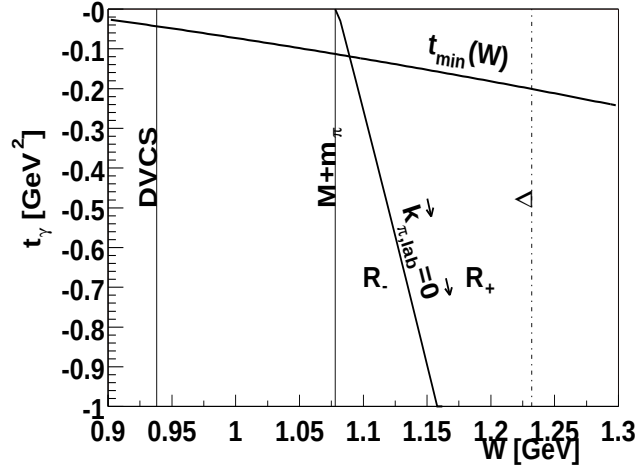


FIG. 4.13 – Différents domaines cinématiques sur le plan  $(t_\gamma, W)$  pour  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$  et  $x_B = 0.2$ .

notée  $\vec{k}_\pi = \vec{0}$ . Les couples  $(t_\gamma, W)$  sur cette ligne sont tels que l'impulsion du pion dans le laboratoire peut être nulle (pour  $\theta_\pi^* = \pi$ ). En fonction de l'angle solide  $\Omega_\pi^*$ , les régions  $R_-$  et  $R_+$  sont caractérisées sur la figure 4.14.

## 4.15 Section efficace ADVCS en fonction de $W$ et $\Omega_\pi^*$

Pour comparer la section efficace différentielle ADVCS à la section efficace différentielle DVCS, il faut l'intégrer sur les variables cinématiques supplémentaires. Mais avant cela, il est intéressant d'étudier les variations de la section efficace différentielle ADVCS en fonction de  $W$  et  $\Omega_\pi^*$ . Pour fixer les autres variables nous avons le choix entre un transfert  $t_\gamma$  fixé et l'angle  $\theta_{\gamma^*\gamma}$ , variable, ou inversement, l'angle  $\theta_{\gamma^*\gamma}$  fixé et le transfert variable (par exemple



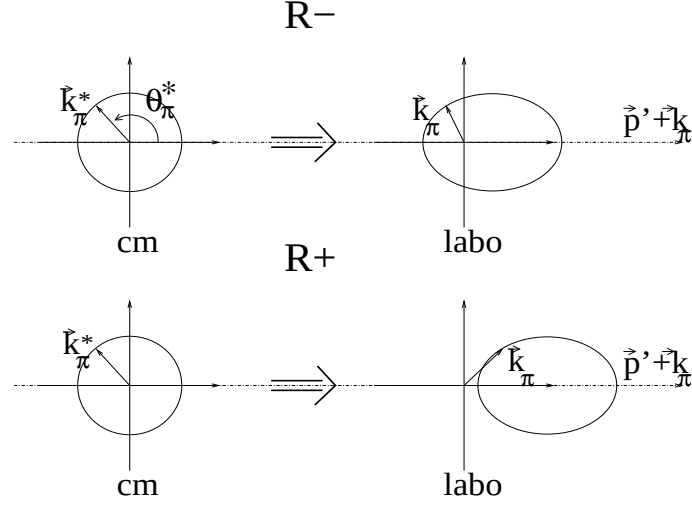


FIG. 4.14 – Caractérisation de régions  $R_-$  et  $R_+$  du domaine d'intégration.

$\theta_{\gamma^*\gamma} = 0$ , soit  $t_\gamma = t_{\min}(W)$ ). Dans le premier cas il faut donner au transfert une valeur supérieure à  $t_{\min}(W_{\max})$  où  $W_{\max}$  est la borne supérieure des variations de  $W$ . Sur la figure 4.15 sont tracées les variations de différentes contributions à la section efficace en nb/GeV<sup>5</sup>/rad/str en fonction de  $W$  pour  $\theta_\pi^* = \pi$  et  $\phi_\pi^* = 0$  et pour un faisceau de muons de 190 GeV/c,  $Q^2 = 4$  GeV<sup>2</sup>,  $x_B = 0.2$ ,  $t_\gamma = -0.2$  GeV<sup>2</sup>,  $\phi_\gamma = 0$  deg. Ayant fixé  $\theta_\pi^* = \pi$  et  $t_\gamma = -0.2$  GeV<sup>2</sup>, la figure 4.13 indique que pour  $W \sim 1.08$  GeV le pion sera au repos dans le labo. Or la production d'un pion au repos par un proton au repos est interdite dans la limite chirale, ce qui apparaît clairement sur la figure où l'amplitude isovecteur de production de pion par le nucléon initial est fortement réduite. Les deux domaines  $R_-$  et  $R_+$  conduisent à des comportements différents des amplitudes de nucléon, qui sont dus au vertex pion-nucléon. Le terme de commutateur n'est pas dominant comme cela était le cas pour l'électroproduction.

La figure 4.16 présente la section efficace en nb/GeV<sup>5</sup>/rad/str pour quatre combinaisons d'isospin en fonction de l'angle solide  $\Omega_\pi^*$  pour un faisceau de muons de 190 GeV/c,  $Q^2 = 4$  GeV<sup>2</sup>,  $x_B = 0.2$ ,  $t_\gamma = -0.2$  GeV<sup>2</sup>,  $\phi_\gamma = 0$  deg et  $W = 1.2$  GeV. Les profils des nappes pour  $\gamma + p \rightarrow \gamma + p + \pi^0$  et  $\gamma + n \rightarrow \gamma + n + \pi^0$  sont dominés par les vertex pseudo-vectoriels pion-nucléon.

## 4.16 Comparaison des sections efficaces ADVCS/DVCS

La variable expérimentale pertinente pour comparer les sections efficaces différentielles est  $W$ . Par exemple, dans un spectre en masse manquante du proton final, c'est la variable  $W$  qui est tracée. C'est pourquoi nous avons choisi d'intégrer la section efficace différentielle de l'ADVCS sur  $W$ . D'autre part, on peut supposer que la direction du pion supplémentaire n'est pas mesurable expérimentalement : nous intégrerons l'angle solide de pion sur  $4\pi$ . La

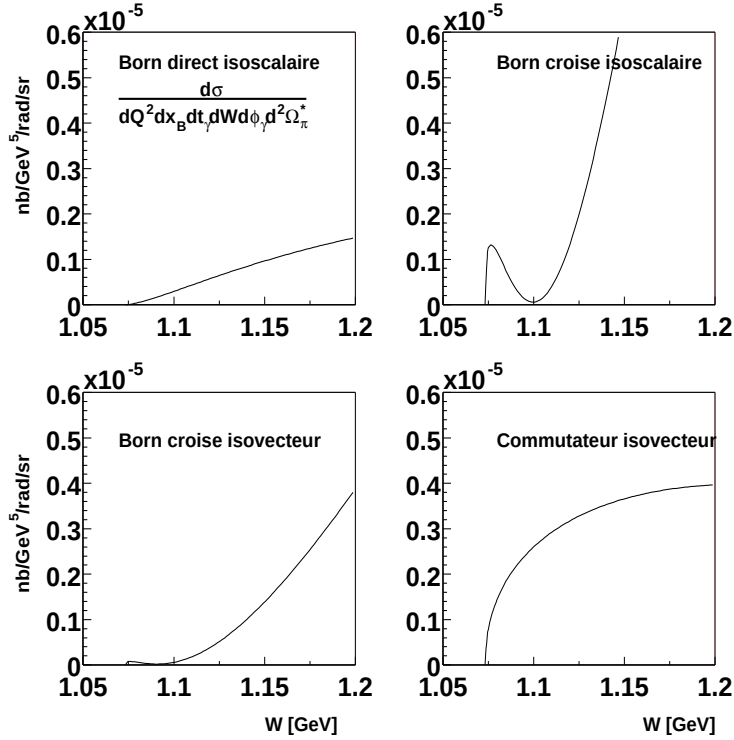


FIG. 4.15 – Contributions des termes de l'amplitude à la section efficace. Les paramètres du modèle de GPD sont  $b = 1$  pour la fonction de profil des doubles distributions, une dépendance en  $t$  factorisée de type facteur de forme, pas de double de distribution pour  $E$ , le D-terme pour  $E$  et  $H$  et le pôle de pion pour  $\tilde{E}$ . La cinématique est  $k^0 = 190$  GeV/c,  $Q^2 = 4$  GeV<sup>2</sup>,  $x_B = 0.2$ ,  $t_\gamma = -0.2$  GeV<sup>2</sup>,  $\phi_\gamma = 0$  deg,  $\theta_\pi^* = \pi$  et  $\phi_\pi^* = 0$ .

figure 4.17 présente l'évolution du rapport des sections efficaces ADVCS sur DVCS en fonction de la limite d'intégration  $W$ , sans la contribution du Bethe-Heitler. Sur la figure de gauche l'ADVCS et le DVCS sont calculés à  $t_\gamma = -0.4$  GeV<sup>2</sup> fixé. Sur la figure de droite, ils sont calculés pour  $\theta_{\gamma^*\gamma} = 0$ . La variation des courbes est dominée par l'intégration de l'espace des phases différentiel entre les deux processus donné dans l'équation (4.145) qui augmente en  $W$  et dont l'intégrale varie comme  $W^2$ .

La figure 4.18 présente les contributions des Bethe-Heitler et Bethe-Heitler avec pion, VCS pur et VCS pur avec pion et des sommes cohérentes correspondantes. Les contributions du Bethe-Heitler avec pion suivent les proportions de l'électroproduction.

## 4.17 Conclusion

Cette première estimation de la section efficace de production de pion associée au DVCS donne des contributions de l'ordre de quelques pour cents par rapport au DVCS lorsque la masse invariante  $W$  du système pion+nucléon est intégrée du seuil  $W = M + m_\pi$  jusqu'à des

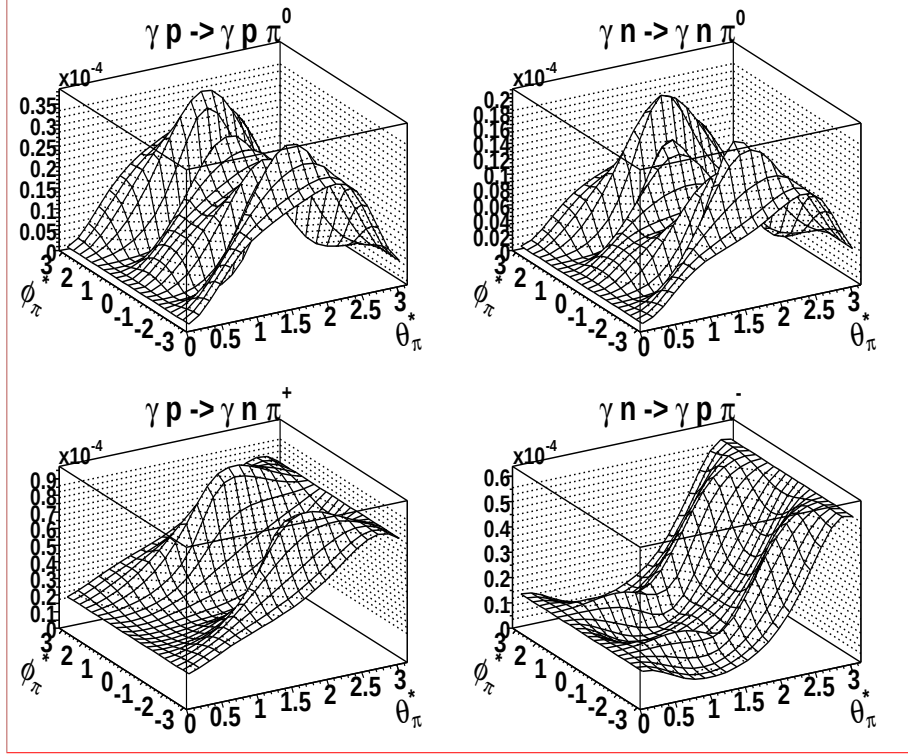


FIG. 4.16 – Variation de la section efficace pour différentes combinaisons d'isospin en fonction de  $\Omega_\pi^*$ . Les paramètres du modèle de GPD sont les mêmes que pour la figure 4.15. La cinématique est  $k^0 = 190$  GeV/c,  $Q^2 = 4$  GeV<sup>2</sup>,  $x_B = 0.2$ ,  $t_\gamma = -0.2$  GeV<sup>2</sup>,  $\phi_\gamma = 0$  deg et  $W = 1.2$  GeV.

valeurs de l'ordre de 1.2-1.3 GeV. Ce résultat est d'une grande importance expérimentale pour la mesure du DVCS, en particulier lorsque l'exclusivité de la mesure est assurée par des études de masse manquante. Il indique que l'erreur sur la mesure est tolérable.

Dans notre calcul, nous n'avons pas gardé les résonances dans les états intermédiaires du terme (4.82), parce que leurs contributions sont réduites d'un facteur  $m_\pi$  lorsque le pion a une impulsion très petite. Néanmoins, lorsque la masse invariante  $W$  atteint la masse de la résonance  $\Delta$  ( $M_\Delta = 1.232$  GeV), la contribution de cette dernière ne peut plus être négligée et notre calcul sous estime la section efficace. Pour étendre la validité de cette estimation, la prochaine étape est l'introduction de la résonance  $\Delta$  comme état intermédiaire.

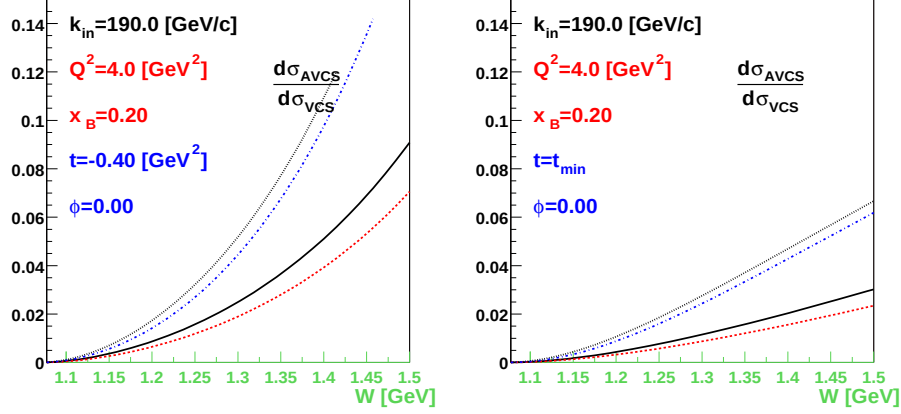


FIG. 4.17 – Rapport entre la section efficace différentielle de l'ADVCS, intégrées sur  $4\pi$  en angle solide et jusqu'à la valeur de  $W$  portée en abscisse, et la section efficace DVCS pour une cinématique donnée. Le figure de gauche correspond à  $t_\gamma = -0.4 \text{ GeV}^2$  fixé et la figure de droite à  $t_\gamma = t_{\min}$  dépendant de  $W$  pour le DVCS avec pion. La courbe en trait plein correspond à  $\gamma^* + p \rightarrow \gamma + p + \pi^0$ , la courbe en tirets à  $\gamma^* + n \rightarrow \gamma + n + \pi^0$ , la courbe en pointillés à  $\gamma^* + p \rightarrow \gamma + n + \pi^+$  et la courbe mixte à  $\gamma^* + n \rightarrow \gamma + p + \pi^-$ .

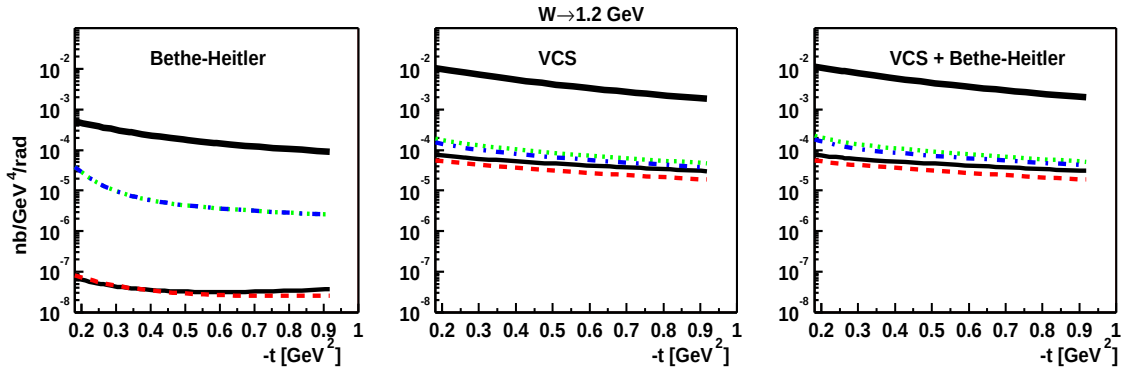


FIG. 4.18 – Contributions du Bethe-Heitler, VCS et somme cohérente des deux en fonction de  $t_\gamma$  pour une borne d'intégration  $W = 1.2 \text{ GeV}$ . La cinématique est  $k^0 = 190 \text{ GeV/c}$ ,  $Q^2 = 4 \text{ GeV}^2$ ,  $x_B = 0.2$ ,  $\phi_\gamma = 0 \text{ deg}$ . La courbe dominante est le DVCS simple. Les autres courbes sont définies comme pour la figure 4.17.



# Chapitre 5

## Etude d'un prototype de détecteur de protons

Dans le chapitre 3, l'accent a été mis sur la nécessité de construire un détecteur de recul pour assurer l'exclusivité de la mesure du processus DVCS. Le proton de recul du DVCS doit être identifié, et son impulsion reconstruite. Dans ce chapitre, nous présentons les tests d'un prototype de détecteur basé sur le principe de mesure de temps de vol. Il s'agit tout d'abord d'estimer les résolutions du détecteur et d'étudier la qualité de l'identification des protons.

### 5.1 Description du dispositif de test

Le dispositif de test de la figure 5.1 s'inspire du modèle de la figure 3.16. Les scintillateurs (en plastique NE-102) A et B ont des épaisseurs de 0.4 et 5 cm respectivement, des longueurs de 40 et 70 cm et des largeurs de 6 et 12 cm. Le scintillateur C permet de savoir si une particule est arrêtée ou non dans B. Son épaisseur est de 5cm, bien que a priori une très faible épaisseur eût suffi pour ce rôle. Il fait partie d'un dispositif complémentaire d'identification des particules qui n'est pas représenté ici car il sort du cadre de cette thèse. Les scintillateurs Di, appelés doigts, font 1cm de largeur : ils vont nous permettre de préciser la direction des particules détectées et de calibrer le dispositif. Les scintillateurs V2, V3 et V3b sont utilisés en veto pour s'assurer de façon systématique que la majorité des événements proviennent de la cible et non du halo du faisceau.

Lorsqu'une particule chargée traverse un scintillateur, elle dépose sous forme lumineuse une quantité d'énergie qui dépend de sa nature et de sa vitesse. Les molécules du milieu scintillant sont excitées et émettent très rapidement un photon de désexcitation. La lumière se propage dans le scintillateur et est collectée à ses deux extrémités par des guides de lumière. Ceux-ci focalisent la lumière dans des photo-multiplicateurs (PM) qui la transforment en signal analogique. L'amplitude du signal de sortie des PM est proportionnelle à la quantité de lumière reçue par le PM donc à l'énergie déposée dans le scintillateur.

A partir des deux signaux mesurés en sortie des PM d'un scintillateur, il est possible

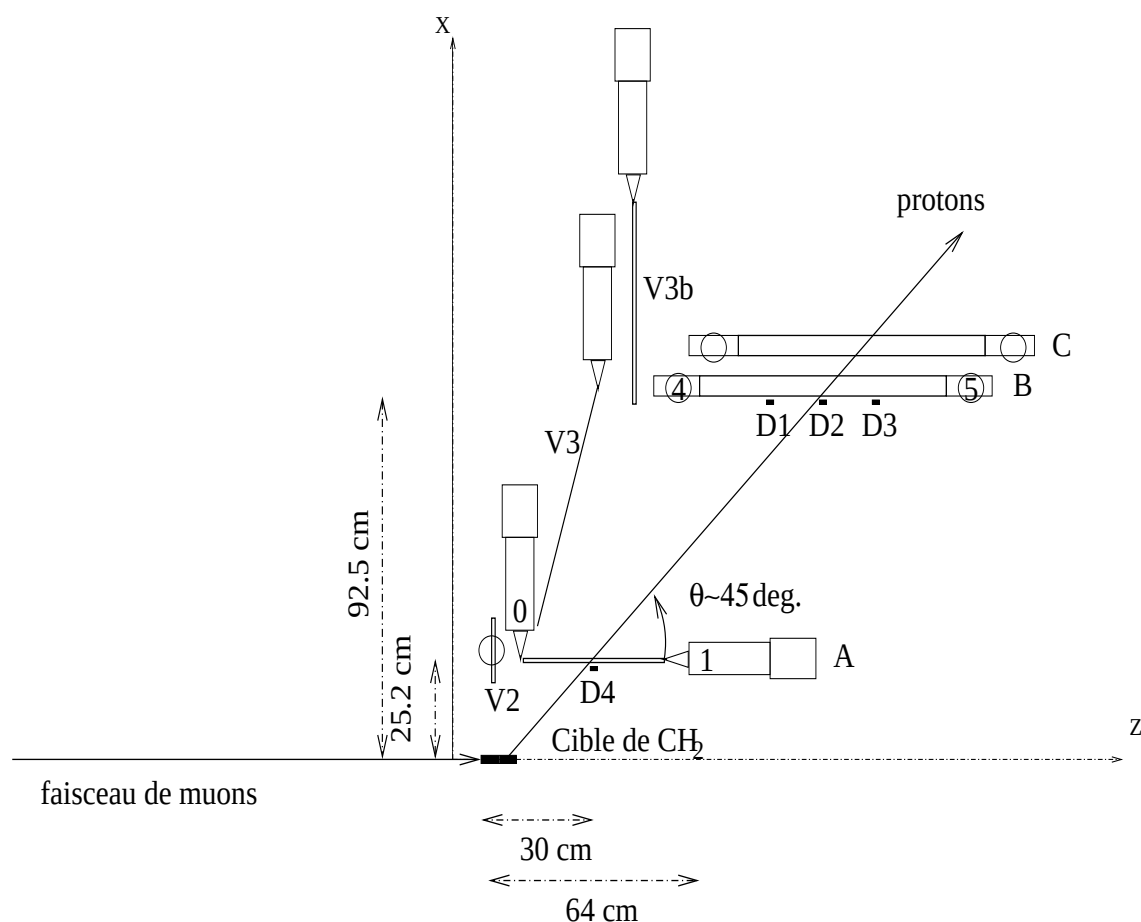


FIG. 5.1 – Dispositif de test.

de reconstruire la position de passage d'une particule en calculant la différence des temps d'arrivée des deux signaux. Il est aussi possible de connaître le temps de passage de la particule, en prenant la moyenne des deux temps d'arrivée. La mesure de temps à partir des signaux analogiques de sortie des PM nécessite l'emploi d'un circuit électronique de traitement du signal. Lorsqu'un premier module, appelé discriminateur, reçoit un signal analogique dont l'amplitude est supérieure à un seuil donné, il envoie une impulsion logique. La différence de temps entre cette impulsion et une impulsion de déclenchement, que nous décrirons dans la suite et qui sert de référence de temps, est mesurée dans un module appelé TDC<sup>1</sup>. Ce module utilise schématiquement une rampe interne dont le départ est initié par l'impulsion de déclenchement. L'impulsion du signal arrête cette rampe dont la hauteur est alors proportionnelle à la différence de temps.

L'amplitude des signaux de sortie des PM nous renseigne sur la quantité d'énergie qu'une particule a déposée dans le scintillateur. On utilise les modules ADC<sup>2</sup> pour mesurer

<sup>1</sup>TDC : Time-to-Digital Converter

<sup>2</sup>ADC : Analog-to-Digital Converter

cette amplitude. Finalement, nous disposons de modules appelés échelles qui comptent le nombre de fois où un signal de sortie du PM passe un seuil en amplitude donné. A partir des informations en temps et position fournies par le TDC, nous pouvons reconstruire la vitesse de la particule. En comparant la vitesse de la particule avec l'énergie déposée reconstruite à partir de l'ADC, nous pouvons déterminer sa nature.

Comme nous l'avons vu, les mesures en temps dépendent d'une impulsion de déclenchement. Plus généralement, cette impulsion contrôle le système d'acquisition. Nous voulons sélectionner des événements pour lesquels une particule passe dans les deux scintillateurs A et B. Dans cette situation, les discriminateurs des voies de A et B génèrent des impulsions décalées de quelques dizaines de nanosecondes, qui correspondent au temps de vol d'une particule entre A et B (1 m à une vitesse comprise entre  $c=30$  cm/ns et 5 cm/ns font 3.3 ns et 20 ns) et au transfert des signaux dans les scintillateurs (la vitesse de la lumière dans un scintillateur est environ 15cm/ns, les scintillateurs font 40 cm et 70 cm, ce qui donne environ 7 ns d'écart possible). Un module électronique appelé module de coïncidence reçoit les impulsions des quatre discriminateurs. Il envoie une impulsion de déclenchement à l'acquisition si ces impulsions arrivent dans la porte de coïncidence dont la durée est 60 ns. L'impulsion de déclenchement est envoyée dès que le module reçoit la quatrième impulsion. On peut donc sélectionner la voie de déclenchement en la retardant d'environ 25 ns afin qu'elle arrive toujours en dernier dans le module de coïncidence. Pour qu'un événement soit accepté, il faut de plus que les scintillateurs "veto" n'aient pas de signal pendant la porte de coïncidence, ce que teste également le module. Le principe de fonctionnement de l'électronique d'acquisition est représenté sur la figure 5.2.

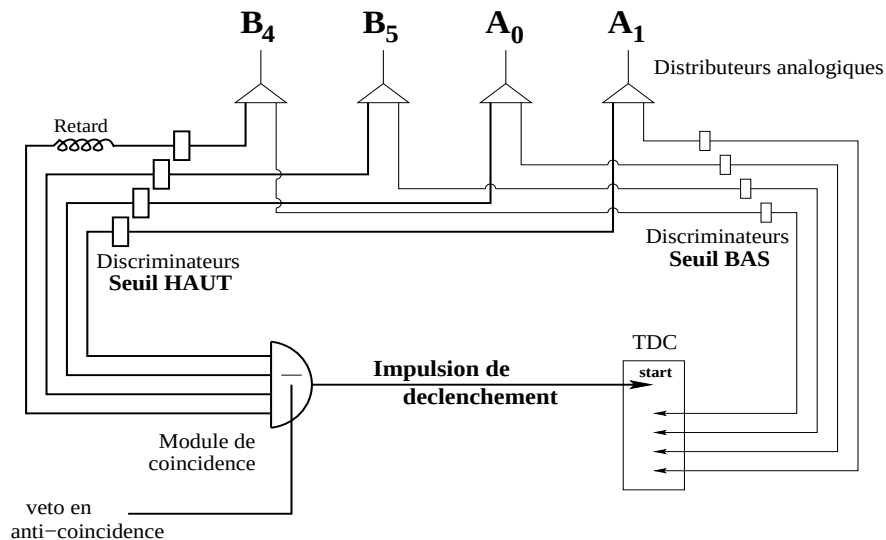


FIG. 5.2 – Schéma de principe de l'électronique d'acquisition.



## 5.2 Programme d'acquisition et visualisation en temps réel

L'acquisition utilise le système d'exploitation VxWorks. Ce système d'exploitation est spécialisé dans le traitement des programmes en temps réel. Installé sur le module VME, il permet de passer des ordres et de recevoir des données du châssis CAMAC qui contient les modules TDC, ADC et les échelles. La chaîne d'acquisition est schématisée sur la figure 5.3. Le programme d'acquisition, écrit dans un langage proche du C, est compilé sur le PC-linux avec les bibliothèques VxWorks. Lors d'une acquisition, l'exécutable du programme est chargé sur le VME et contrôlé par le PC via internet. Le VME possède une zone de mémoire interne<sup>3</sup> dans laquelle il stocke les données recueillies sur le châssis CAMAC. Lorsque cette mémoire est pleine, il envoie les données sur le PC via internet. Nous avons choisi de contrôler l'acquisition par l'intermédiaire de fichiers situés dans la mémoire du PC que l'utilisateur peut modifier. Le programme d'acquisition vient régulièrement les lire. Lors d'une séquence d'acquisition, le programme exécute les ordres suivants :

1. teste le châssis CAMAC pour savoir si un événement est arrivé. Les TDC et ADC du châssis CAMAC possèdent un champ appelé LAM pour "Look At Me"<sup>4</sup> qui indique qu'une impulsion de déclenchement est arrivée, donc qu'un "bon" événement doit être acquis, et que l'information associée a été codée. Nous avons choisi de tester le LAM sur l'un des TDC ;
2. si LAM est activé, lit les sorties des différents modules : ADC, TDC et échelles ;
3. teste les fichiers PC pour savoir si l'acquisition doit continuer ou non. Si oui, retourne en 1.

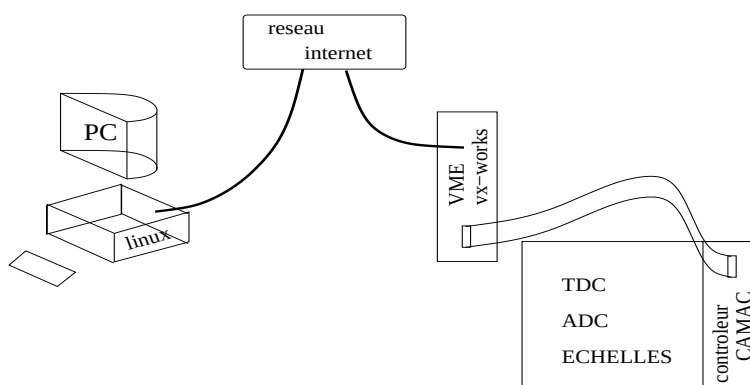


FIG. 5.3 – Schéma de la chaîne d'acquisition.

Chaque opération de lecture et chaque ordre envoyé au châssis CAMAC consomment du temps (environ  $1\mu s$  pour un ordre CAMAC). Le taux d'événements reçus est tel que

---

<sup>3</sup>On appelle cette zone mémoire buffer en anglais.

<sup>4</sup>"regarde moi" en anglais.

l'acquisition a du temps mort : certains événements arrivent alors que l'acquisition est occupée à traiter l'événement précédent, ils ne sont pas pris en compte. Nous avons donc intérêt à limiter au maximum le nombre d'ordres et de lectures pour rendre l'acquisition plus performante. La structure du faisceau, un déversement de 5.2 secondes toutes les 16.8 secondes, est exploitée dans ce sens. Pour beaucoup d'entre elles, les échelles n'ont pas besoin d'être lues à chaque événement. C'est l'information pour chaque déversement qui est pertinente. Nous avons donc choisi d'échantillonner à 1% leur acquisition pendant un déversement. Nous avons aussi utilisé au maximum les fonctionnalités des modules pour réduire les temps de lecture. L'opération de transfert des données de la mémoire du VME dans la mémoire du PC prend beaucoup de temps, durant lequel l'acquisition est bloquée. Nous exploitons le temps séparant chaque déversement pour faire cette opération, en adaptant la taille de la zone mémoire du VME en fonction du nombre d'événements attendus.

Sur le PC, nous avons créé un programme de visualisation en temps réel<sup>5</sup>, qui permet de contrôler les fichiers d'acquisition et de visualiser les données recueillies. Ce programme exploite les bibliothèques d'interface graphique et de visualisation des données fournies par le logiciel ROOT[106].

## 5.3 Calibration

La calibration est nécessaire pour relier les grandeurs physiques, temps et énergie déposée, associées au passage de la particule dans les scintillateurs, aux données recueillies en sortie des TDC et ADC.

### 5.3.1 Dispositif de calibration

Dans le cadre de ces premiers tests de faisabilité, la calibration du détecteur et de l'électronique s'est faite sur place, en utilisant le halo du faisceau de muon de l'expérience COMPASS. La figure 5.4 présente la disposition du banc de test. La calibration est possible car le halo du faisceau est principalement constitué de muons de même énergie que le faisceau (160 GeV) et parallèles au faisceau[66]. Nous verrons dans la suite que nous avons vérifié cette dernière hypothèse et trouvé une dispersion en angle des muons du halo de 0.14 degrés.

Les canaux ADC des voies paires, notées  $i$ , et impaires sont reliés en première approximation à l'énergie déposée  $\Delta E_X$  dans le scintillateur  $X$  par la formule

$$\begin{aligned} ADC_i &= \alpha_i \Delta E_X e^{-\frac{z_X}{\lambda_X}} + \delta_i, \\ ADC_{i+1} &= \alpha_{i+1} \Delta E_X e^{-\frac{L_X - z_X}{\lambda_X}} + \delta_{i+1}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

où

---

<sup>5</sup>programme "on-line"

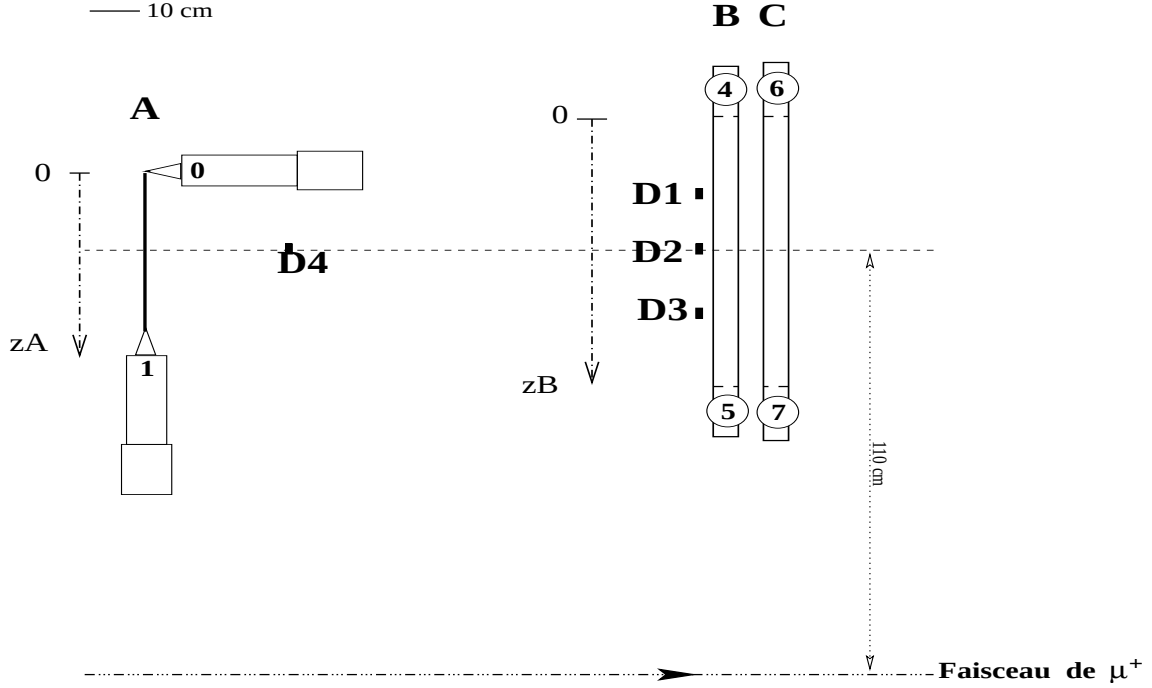


FIG. 5.4 – Dispositif de calibration.

- $z_X$  est la position du passage de la particule dans le scintillateur  $X$ , mesurée à partir de la voie (paire)  $i$ ,
- $L_X$  est la longueur du scintillateur  $X$ ,
- $\lambda_X$  est longueur d'atténuation dans le scintillateur  $X$ ,
- $\alpha$  contient le coefficient de transfert de l'ADC et le gain du photo-multiplicateur, et
- $\delta$  est le piédestal de l'ADC.

L'énergie déposée dans un scintillateur se reconstruit alors avec la formule

$$\Delta E_X = \frac{e^{L_X/2\lambda_X}}{\underbrace{\sqrt{\alpha_i \alpha_{i+1}}}_{\text{à fixer}}} \sqrt{(ADC_i - \delta_i)(ADC_{i+1} - \delta_{i+1})}, \quad (5.2)$$

et il suffit donc de déterminer la constante de proportionnalité fixée pour obtenir l'énergie déposée. Il existe cependant des effets non linéaires qui seront traités dans la suite.

Pour les deux scintillateurs A et B du dispositif, où la voie 4 est retardée de telle sorte qu'elle déclenche l'acquisition, le chrono-graphe 5.5 permet d'écrire pour les sorties des TDC

$$TDC_4 = \Delta_{b4} - \Delta_h + \underbrace{O_4 - O_s}_{\text{Off}_4 \text{ fixé}} (\text{voie de déclenchement}), \quad (5.3)$$

$$TDC_5 = \frac{L_B - 2z_B}{V_B} + \Delta_{b5} - \Delta_h + \underbrace{O_5 - O_s}_{\text{Off}_5 \text{ fixé}}. \quad (5.4)$$

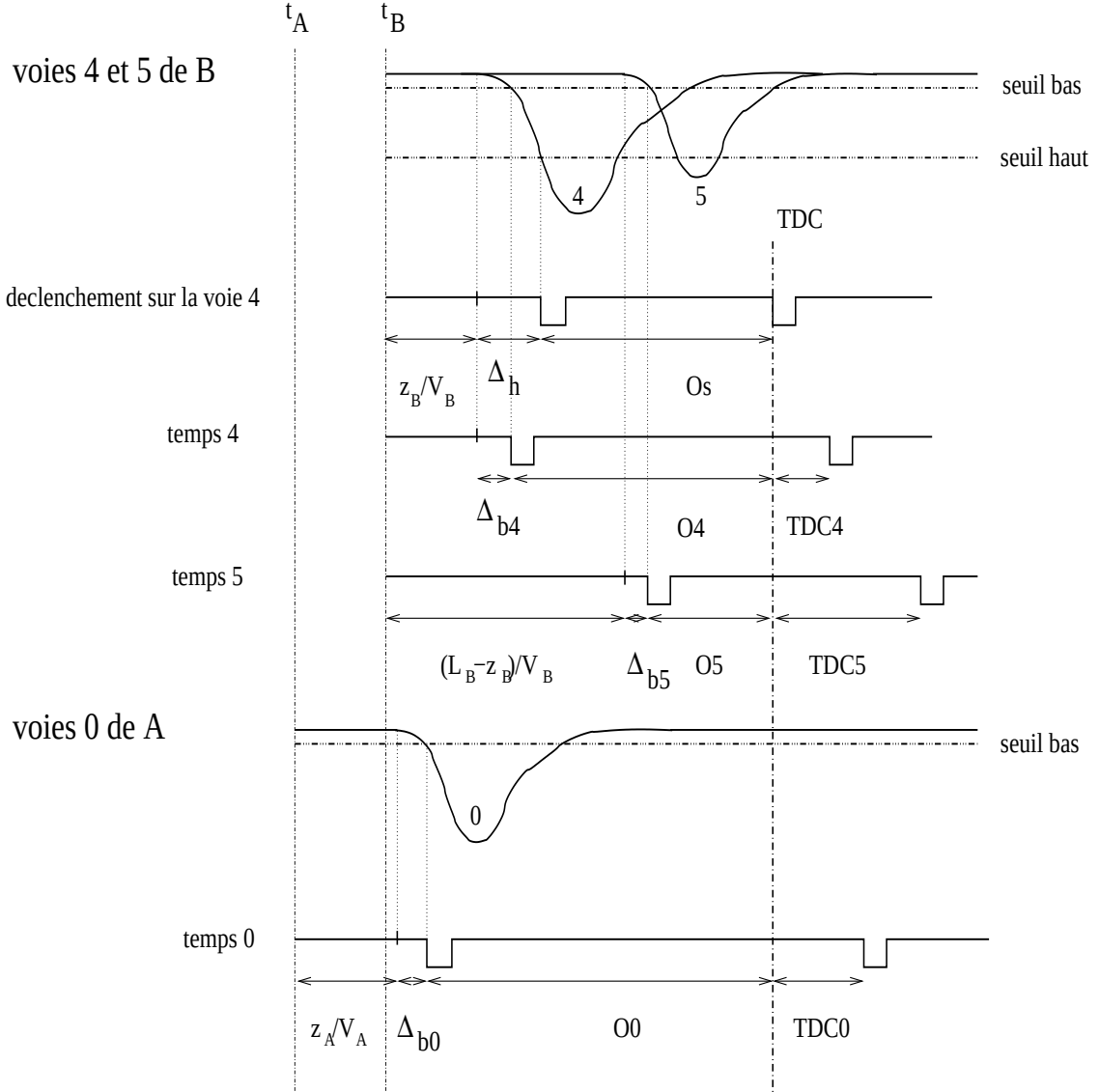


FIG. 5.5 – Chronologie du traitement des signaux efférents à partir du temps de passage  $t_{\text{réel}}$  d'une particule dans un scintillateur.

$$TDC_0 = -(t_B - t_A) + \frac{z_A}{V_A} - \frac{z_B}{V_B} + \Delta_{b0} - \Delta_h + \underbrace{O_0 - O_s}_{\text{Off}_0 \text{ fixé}} \quad (5.5)$$

$$TDC_1 = -(t_B - t_A) + \frac{L_A - z_A}{V_A} - \frac{z_B}{V_B} + \Delta_{b1} - \Delta_h + \underbrace{O_1 - O_s}_{\text{Off}_1 \text{ fixé}} \quad (5.6)$$

où

- $t_X$  est le temps de passage de la particule dans le scintillateur  $X$ ,
- $V_X$  est la vitesse effective de la lumière dans le scintillateur  $X$ ,

- $O$  sont les retards fixes (retards dans les câbles et dans les modules électroniques),
- $\Delta_{bi}$  est le retard dû à l'effet de *seuil bas* du discriminateur de la voie  $i$ ,
- $\Delta_h$  est le retard dû à l'effet de *seuil haut* du discriminateur de la voie de déclenchement (ici, la voie 4).

La position dans le scintillateur se reconstruit à partir de la différence des temps dans les deux TDC, comme par exemple pour le scintillateur A

$$z_A = (TDC_0 - TDC_1) \frac{V_A}{2} + \frac{L_A}{2} - (\Delta_{b0} - \Delta_{b1}) \frac{V_A}{2} - (Off_0 - Off_1) \frac{V_A}{2}. \quad (5.7)$$

On peut introduire deux temps virtuels,  $T_A$  et  $T_B$  mesurés dans les scintillateurs

$$\begin{aligned} T_B &= \frac{TDC_4 + TDC_5}{2} - \frac{L_B}{2V_B} - \frac{\Delta_{b4} + \Delta_{b5}}{2} + \Delta_h - \frac{Off_4 + Off_5}{2} \\ &= -\frac{z_B}{V_B}, \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} T_A &= \frac{TDC_0 + TDC_1}{2} - \frac{L_A}{2V_A} - \frac{\Delta_{b0} + \Delta_{b1}}{2} + \Delta_h - \frac{Off_0 + Off_1}{2} \\ &= t_A - t_B + T_B, \end{aligned} \quad (5.9)$$

et on a

$$\text{temps de vol} = t_B - t_A = T_B - T_A. \quad (5.10)$$

Dans notre dispositif de mesure des temps, seul l'intervalle  $t_B - t_A$  a un sens.  $T_B$  est lié directement à la position dans le scintillateur B, et  $T_A$  est lié à cette position et au temps de vol.

Pour reconstruire le temps de vol et la position des particules, nous devons donc déterminer la fonction de transfert du TDC (c'est-à-dire le rapport entre canal TDC et temps en ns), les corrections de seuil  $\Delta$ , la vitesse de la lumière dans les scintillateurs  $V_X$  et les retards  $Off_i$ . Pour connaître l'énergie déposée par une particule dans le scintillateur, nous devons déterminer le coefficient à fixer de la formule (5.2) et les valeurs des piédestaux.

## 5.3.2 Calibration en temps

### 5.3.2.1 Calibration du TDC

Le rapport entre canal TDC et différence de temps dépend des paramètres du TDC. Ce rapport n'est pas toujours constant (la fonction de transfert n'est pas toujours linéaire), c'est pourquoi nous avons voulu l'étudier attentivement. Pour cela, nous avons utilisé un signal de générateur distribué à la fois sur le "start" et le "stop" du TDC. Le retard entre les deux signaux est créé par des câbles de connexion dont la longueur en nano-secondes est calibrée très précisément à l'oscilloscope (avec une précision d'environ 0.3 ns). En faisant varier les retards, on peut tracer les courbes de transfert des TDC. La figure 5.6 présente le résultat obtenu pour la voie A0. On voit que les TDC ont bien une fonction de transfert linéaire.

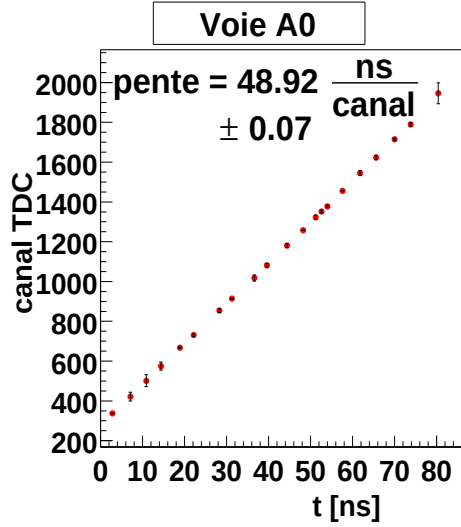


FIG. 5.6 – Figure de calibration des TDC.

### 5.3.2.2 Corrections temps-amplitude<sup>6</sup>

Avant de mesurer la vitesse de la lumière dans le scintillateur et les retards fixes ( $\text{Off}_i$ ), qui dépendent de l'information TDC. Cette correction compense le retard introduit par l'effet de seuil du discriminateur qui est mis en évidence sur la figure 5.5. Ce retard dépend à la fois du seuil appliqué sur le discriminateur et de la forme et de l'amplitude du signal détecté.

Une méthode simple pour corriger l'effet de seuil passe par la modélisation du signal par un triangle de temps de montée constant, comme présenté sur la figure 5.7. Le signal d'amplitude  $A$  est le signal observé. Le temps de montée du signal,  $T_M$ , voisin de 5ns, est supposé constant quelque soit l'amplitude du signal. Le théorème de Thalès permet d'écrire directement

$$\Delta = \frac{\text{seuil}}{A} T_M. \quad (5.11)$$

L'amplitude  $A$  nous est donnée par l'ADC, elle se mesure donc en canaux ADC. En revanche, le seuil est fixé sur le discriminateur en mV. Pour pouvoir appliquer la correction de seuil, il nous faut donc connaître la loi reliant les canaux ADC à l'amplitude du signal mesuré en mV. Une méthode indépendante de la nature et de la source des signaux étudiés consiste à exploiter le spectre ADC d'une voie lors d'une prise de données avec déclenchement de l'acquisition uniquement par cette voie (dite en voie simple) discriminée avec un seuil donné. Le minimum en ADC, donné par la valeur à mi-hauteur de montée du spectre, correspond alors à la valeur du seuil. En variant le seuil, on obtient des points formant la loi recherchée. La figure 5.8 présente les points obtenus pour l'ADC de la voie A1.

La droite ne passe pas par l'origine. Pour un seuil nul, c'est-à-dire pour un signal nul, l'ADC n'est pas nul : on obtient une estimation indirecte des piédestaux de l'ADC. La

---

<sup>6</sup>correction "time-walk"

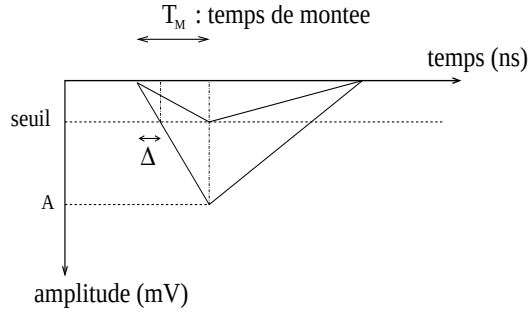


FIG. 5.7 – Modélisation des signaux de sortie des photo-multiplicateurs pour la correction de seuil.

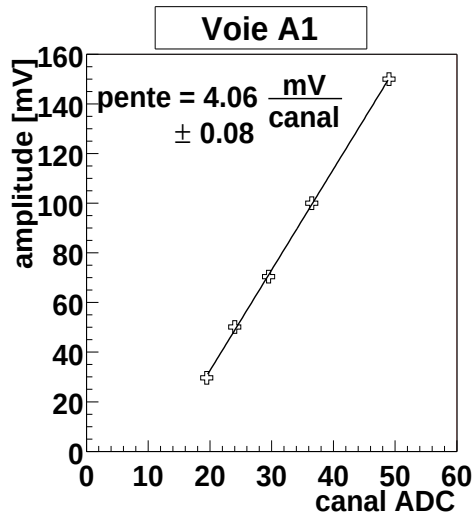


FIG. 5.8 – Relation entre canal ADC et amplitude du signal.

mesure directe des piédestaux sera présentée plus loin. En pratique, ceux-ci doivent être soustraits du signal ADC avant de faire ces corrections, car ils peuvent varier au cours du temps pour un même ADC. Seule la pente sur la figure 5.8 est donc pertinente. Les temps de montée  $T_M$  pour chaque voie sont ajustés afin de minimiser les résolutions en temps dans le scintillateur (qui sont présentées dans le paragraphe suivant). Pour la voie A1, on trouve un temps de montée optimal de 4.0 ns.

La correction temps-amplitude est proportionnelle à la valeur du seuil, c'est pourquoi nous avons préféré utiliser des discriminateurs à seuil bas (30 mV) pour les mesures de temps.

### 5.3.2.3 Vitesse de la lumière dans les scintillateurs et résolutions en temps

Les doigts D1, D2 et D3 sont utilisés pour mesurer la vitesse de propagation de la lumière dans les scintillateurs. Ils font 1cm de largeur et définissent dans le spectre TDC une extension d'environ  $\sigma=0.13$  ns (la vitesse de propagation est typiquement de l'ordre

d'une quinzaine de  $\text{cm} \cdot \text{ns}^{-1}$ ). La variance de la convolution d'une gaussienne de variance  $\sigma$  et d'une distribution plate de largeur  $e$  est

$$\sigma_{\text{mes}} = \sqrt{\sigma^2 + \frac{e^2}{12}}.$$

Or on s'attend à des résolutions  $\sigma_{\text{mes}}$  de l'ordre de quelques centaines de picosecondes : la contribution de la largeur des doigts peut être négligée. Ils définissent donc trois positions dans les scintillateurs. La distance séparant D1 et D2 est 15 cm, alors que celle séparant D2 et D3 est 15.5 cm. La figure 5.9 présente les spectres en différence de temps du scintillateur A lorsque les doigts sont touchés. Les vitesses obtenues sont reportées sur le tableau 5.1.

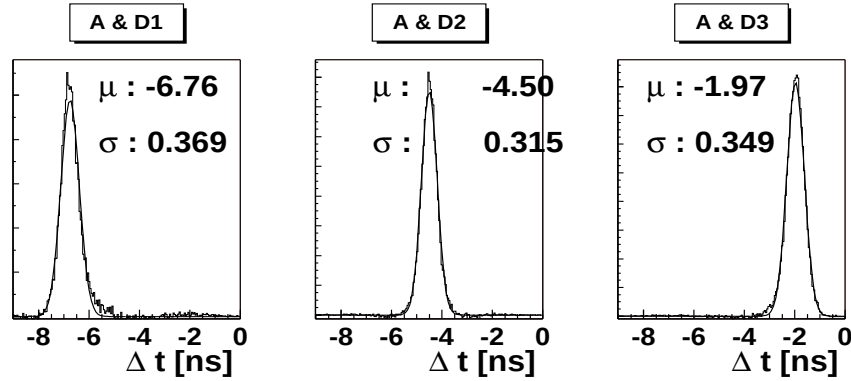


FIG. 5.9 – Résolutions en différence de temps pour les trois doigts sur le scintillateur A.

Sur la figure 5.9 on peut lire une résolution en différence de position de 0.315 ns pour D2. Cependant, comme le montre la figure 5.4, les doigts utilisés sont éloignés du scintillateur A, et si les muons du halo possèdent une distribution en angle, alors les résolutions obtenues sont supérieures aux résolutions intrinsèques du scintillateur A. Pour vérifier cela, nous utilisons les doigts D2 et D4 en coïncidence, ce qui permet de réduire l'angle solide intercepté sur A. La figure 5.10 présente le spectre obtenu. La résolution en différence de temps est 0.299 ns. Le changement de résolution peut s'interpréter en terme de distribution angulaire des muons du halo. Nous avons construit une simulation dans laquelle la distribution en angle des muons est une gaussienne. Pour retrouver la différence de résolution expérimentale, la distribution doit avoir une largeur de l'ordre de 0.14 degrés.

Notre dispositif de calibration ne permet pas d'obtenir la résolution en temps propre de chaque scintillateur. A partir de la formule (5.10), il est cependant possible de remonter à la résolution sur le temps de vol  $t_A - t_B$  car dans le dispositif de calibration, le temps de vol des particules passant par D2 et D4 est constant : les muons ont une vitesse (presque) égale à la vitesse de la lumière. La figure 5.11 présente le spectre en temps de vol entre A et B lorsque les doigts D2 et D4 sont touchés. On voit que la moyenne correspond à peu près au temps de vol pour la distance de 112.6 m séparant les deux scintillateurs dans le dispositif de calibration. Le bon accord ne doit pas surprendre, il indique simplement que



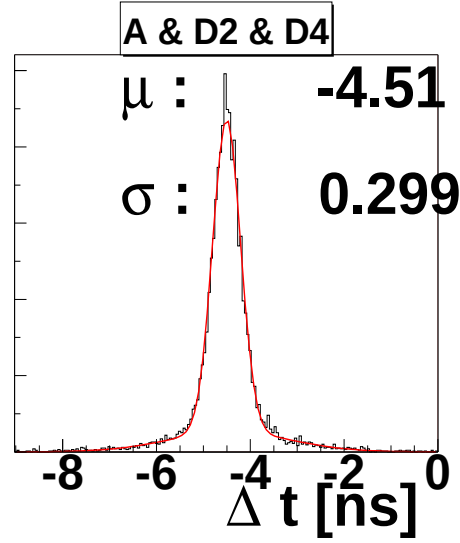


FIG. 5.10 – Résolutions en différence de temps pour les doigts D2 et D4 sur le scintillateur A.

les retards, dont les modes de détermination sont expliqués plus bas, ont été bien pris en compte.

Les retards fixes  $\text{Off}_i$  sont déterminés grâce aux doigts. Les différences  $\text{Off}_0 - \text{Off}_1$  et  $\text{Off}_4 - \text{Off}_5$  se lisent directement sur la figure 5.9. Le spectre de  $TDC_4$  permet d'obtenir  $\text{Off}_4$  et le spectre  $TDC_4 - TDC_0$  avec les doigts D2 et D4 permet de fixer  $\text{Off}_4 - \text{Off}_0$ . Les

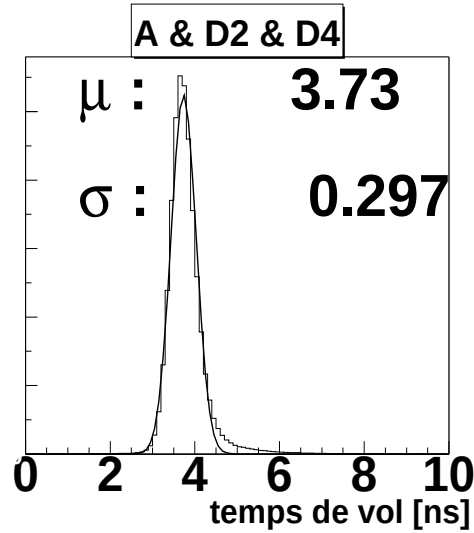


FIG. 5.11 – Résolution sur le temps de vol entre A et B dans la configuration de calibration.

résolutions obtenues pour toutes les quantités étudiées sont résumées dans le tableau 5.1. Les résolutions obtenues sont tout à fait en accord avec les estimations que nous avons

faites dans le chapitre 4. Nous obtenons des barres d'erreur sur les résolutions de l'ordre de 10% .

|                                                            | scintillateur A | scintillateur B |
|------------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
| résolution en différence de temps en ns                    | $0.30 \pm 0.03$ | $0.18 \pm 0.02$ |
| vitesse de propagation en $\text{cm} \cdot \text{ns}^{-1}$ | $12.8 \pm 0.5$  | $18.6 \pm 2.0$  |
| résolution en position en cm                               | $1.9 \pm 0.2$   | $1.7 \pm 0.3$   |
| résolution en temps de vol ns                              | $0.30 \pm 0.03$ |                 |

TAB. 5.1 – Résolution en temps des scintillateurs A et B.

### 5.3.3 Calibration en amplitude

Les piédestaux sont estimés par deux méthodes différentes. Dans la première, un retard de  $35 \mu\text{s}$  est ajouté au déclenchement de l'ADC par rapport à l'acquisition d'un bon événement lié au passage du faisceau. Il en découle que les signaux mesurés par l'ADC sont la somme du piédestal électronique intrinsèque et du signal dû au bruit de fond environnant quand le faisceau de muons est présent. Une autre méthode consiste à déclencher l'acquisition grâce à un générateur qui est donc indépendant de la présence ou non du faisceau. Les mesures sont les mêmes. Le signal de bruit lié à la présence du faisceau est donc négligeable.

#### 5.3.3.1 Longueur d'atténuation

En pratique, puisque c'est l'énergie déposée (5.2) qui est utile, la longueur d'atténuation dans un scintillateur n'est pas une grandeur pertinente pour l'analyse des données. Cependant, il est intéressant de contrôler le comportement des scintillateurs. La figure 5.12 présente la perte d'énergie  $\Delta E_A$  en fonction de la position dans le scintillateur A. Dans nos conditions expérimentales, l'énergie déposée doit être uniforme dans le scintillateur. C'est bien ce que l'on observe sur la figure 5.12.

#### 5.3.3.2 Relation canal ADC $\leftrightarrow$ énergie déposée

L'énergie déposée par des muons de 160 GeV dans un scintillateur d'épaisseur variable  $\Delta e$  ne s'obtient pas par la simple intégration de la formule de Bethe-Bloch qui donne l'énergie déposée par unité de longueur traversée. Pour de faibles épaisseurs  $\Delta e$ , une partie de l'énergie déposée s'échappe du scintillateur. Une simulation avec le logiciel GEANT permet d'obtenir une estimation de l'énergie déposée en fonction de  $\Delta e$ . La courbe obtenue est représentée sur la figure 5.13. Le PDB[68] donne une perte de 2.77 MeV/cm pour des muons de 160 GeV dans un scintillateur Ne-102 de taille infinie. Pour les scintillateurs de 0.4 cm et 5 cm qui nous intéressent, les pertes sont de 1.68 MeV/cm et 2.68 MeV/cm respectivement. En prenant comme énergie déposée moyenne dans le scintillateur la valeur

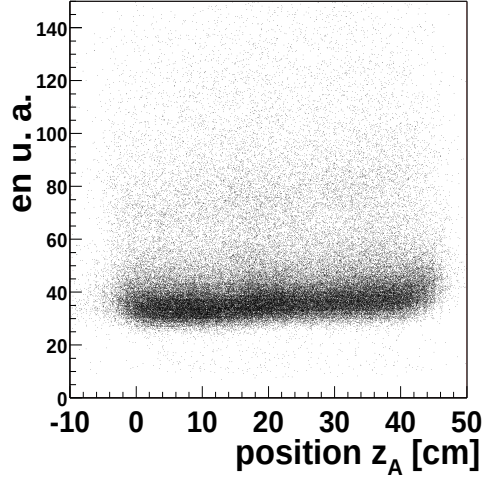


FIG. 5.12 –

la plus probable d'un ajustement Landau du spectre de perte d'énergie (5.2), et en supposant que la relation entre l'énergie déposée et le canal ADC est bien linéaire, on obtient la calibration des canaux ADC.

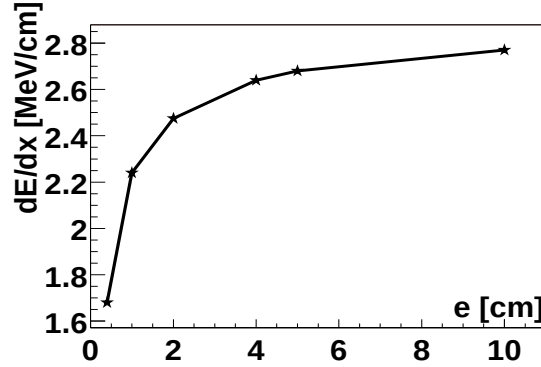


FIG. 5.13 – Loi montrant la variation des pertes  $dE/dx$  en fonction de l'épaisseur du scintillateur traversé.

### 5.3.3.3 Réponse non linéaire du scintillateur

La fonction de réponse d'un scintillateur organique NE-102 à l'énergie déposée par une particule de faible énergie *fortement ionisante* (proton ou deutéron) qui *s'arrête* dans le scintillateur, n'est pas linéaire. La référence [107] propose une paramétrisation de la fonction de réponse par

$$T_e = 0.95 T_p - 8 \left[ 1 - \exp(-0.1 T_p^{0.9}) \right], \quad (5.12)$$

où  $T_e$  [MeV] est l'énergie collectée qui sera reconstruite à partir des ADC et  $T_p$  [MeV] est l'énergie déposée par des protons.  $T_e < T_p$  : ce phénomène porte le nom anglais de “quenching”. La courbe issue de l'équation (5.12) est représentée figure 5.14. La courbe en pointillés représente la réponse du scintillateur aux protons sans “quenching”. En pratique il faut inverser cette relation pour obtenir l'énergie réellement déposée *par des protons* dans le scintillateur. Ce phénomène ne remet pas en cause la calibration en énergie précédente car elle a été effectuée avec des muons !

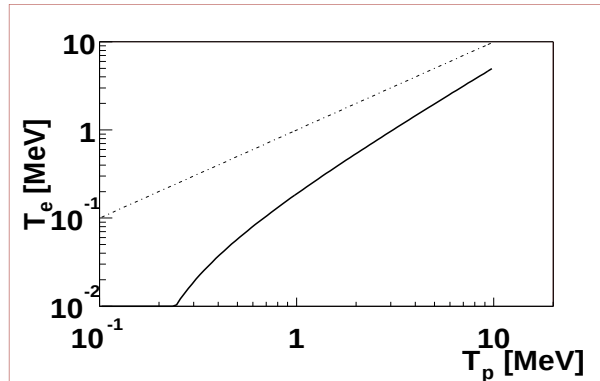


FIG. 5.14 – Energie collectée sous forme de lumière dans un scintillateur en fonction de l'énergie déposée par une particule fortement ionisante qui s'arrête.

## 5.4 Identification des protons et des pions

Le dispositif d'identification des protons et des pions dans l'environnement de COMPASS a été présenté sur la figure 5.1. Nous avons effectué des tests durant l'été 2001. La cible de polyéthylène  $\text{CH}_2$ , de longueur 10 cm est située en amont (-5 m) de la cible réelle. Le flux de muons, utilisé dans toutes les analyses suivantes, est  $2 \cdot 10^8 \mu$  par déversement. La durée du déversement était de 4.1 s pour une durée de cycle de 16.8 s. Les nombres d'événements collectés dans les scintillateurs A et B sont les suivants :

| échelle mesurée                            | Nombre pour $2 \cdot 10^8 \mu$ |
|--------------------------------------------|--------------------------------|
| A seuil bas 30 mV $\rightarrow$ 0.11 MeV   | 800 000                        |
| B seuil bas 30 mV $\rightarrow$ 0.52 MeV   | 180 000                        |
| A seuil haut 200 mV $\rightarrow$ 0.75 MeV | 67 000                         |
| B seuil haut 175 mV $\rightarrow$ 3. MeV   | 30 000                         |
| coïncidence A+B+ $\overline{\text{veto}}$  | 1 400                          |

Le grand nombre d'événements collectés dans A est principalement dû aux “ $\delta$ -rays” produits par diffusion des muons sur les électrons des atomes de la cible. Ce nombre décroît très vite lorsque le seuil sur A augmente. Nous pouvons estimer le taux d'occupation des signaux du scintillateur A dans la porte ADC de 150 ns. Pour 800000 événements pendant 4.1 secondes, ce taux est de 3%.

Notre but est d'étudier les protons qui ont une vitesse limitée à  $\beta < 0.62$  pour satisfaire les conditions cinématiques de l'expérience DVCS présentée dans le chapitre 3. C'est donc surtout dans ce domaine que nous allons pousser l'analyse des données. Nous voulons tout d'abord nous débarrasser des électrons, qui forment la majorité des événements acquis, et pour cela nous utilisons deux coupures.

### 5.4.1 Première coupure

La première coupure tire profit de la petite épaisseur du scintillateur A. Les particules lourdes comme les pions et les protons suivent presque la même courbe de dépôt d'énergie ( $\Delta E_A \simeq dE/dx \times \Delta x$ ) en fonction de  $\beta$ . Le spectre brut est représenté sur la figure 5.15. Trois contributions se dégagent, notées C1, C2 et C3 sur le graphe. Pour nous aider à

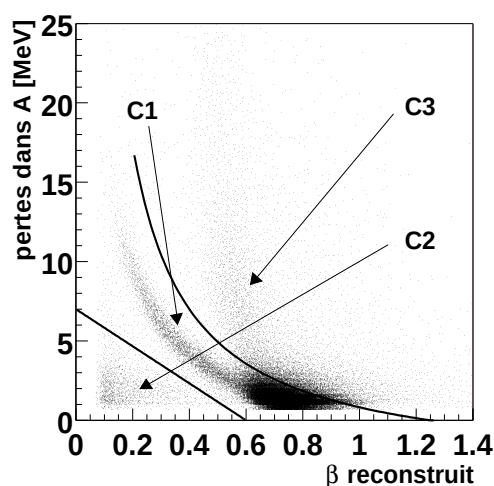


FIG. 5.15 – Graphe des pertes d'énergie dans le scintillateur A en fonction de la vitesse reconstruite de la particule.

interpréter ces contributions, deux figures sont utiles. La figure 5.16 présente les graphes des positions reconstruites dans les scintillateurs A et B. La figure 5.17 présente les pertes d'énergie dans le scintillateur A en fonction des pertes d'énergie dans le scintillateur B correspondant aux trois contributions. La contribution 1 correspond à ce que l'on attend pour des protons et des pions, à laquelle s'ajoute une contribution d'électrons (petites pertes dans A et dans B). Pour cette contribution, les deux positions  $z_A$  et  $z_B$  sont bien corrélées par l'angle moyen des particules venant de la cible. La contribution 2 est pathologique : ce ne sont pas des pions ni des protons, et leurs pertes ne correspondent pas à celles des électrons car  $\beta$  est très petit. De tels électrons ne devraient pas atteindre B ni déclencher l'acquisition. Cette contribution est constituée d'événements fortuits. Les signaux dans A et dans B sont engendrés par deux particules différentes et dé-corrélées. Il suffit de comparer les spectres en temps simple  $TDC_0$  (scintillateur A) de C1 et C2 présentés sur

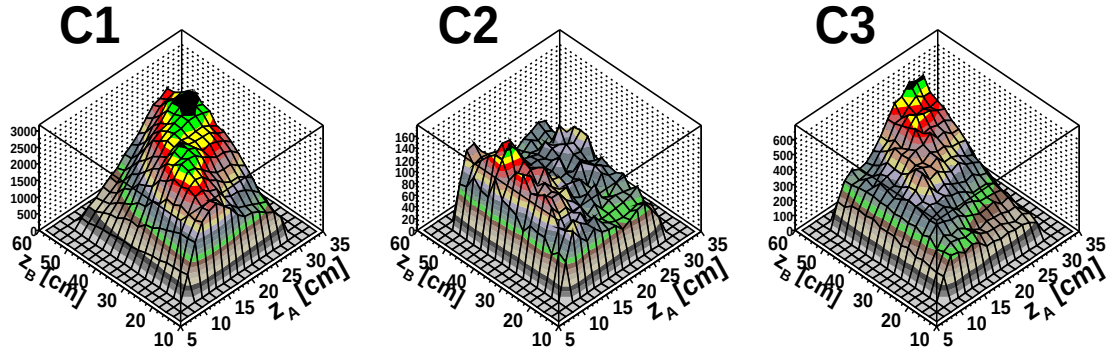


FIG. 5.16 – Positions dans les scintillateurs A et B pour les trois contributions identifiées sur la figure 5.15.

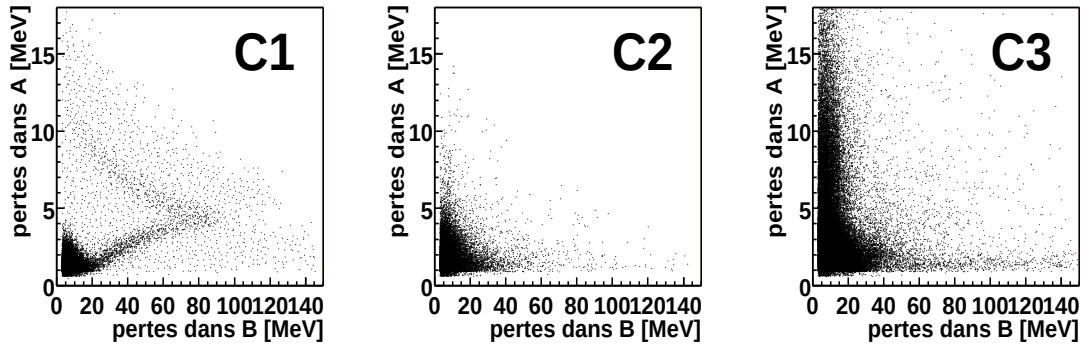


FIG. 5.17 – Pertes d'énergie dans le scintillateur A en fonction des pertes dans le scintillateur B pour les trois contributions identifiées sur la figure 5.15.

la figure 5.18 pour s'en convaincre. Il faut remarquer que l'axe des temps est de sens opposé à l'axe des canaux TDC. En effet, le scintillateur A, qui réalise le “stop” du TDC, est touché avant le scintillateur B, qui réalise le “start”. Ainsi, la distribution en temps pour C2 augmente lorsque le temps s'écoule dans les 60 ns d'ouverture de la porte de coïncidence. C'est une distribution typique d'événements fortuits. Les pics à la position  $\sim 1500$  observés sur le TDC viennent d'événements pour lesquels c'est le scintillateur A et non le B qui déclenche l'acquisition. Une telle situation ne peut se produire que pour des événements fortuits. La structure qui semble se dessiner sur la figure 5.16 est le reflet du comportement de  $TDC_0$ . Nous éliminons la contribution C2. La contribution C3 ne correspond pas non plus à des bons événements : l'énergie déposée dans A est trop grande pour les  $\beta$  considérés. En revanche l'énergie déposée dans B reste faible. La figure 5.16 nous montre que les événements ont tendance à se situer sur l'avant de A et surtout de B. On voit sur la figure 5.18 que C3 n'est pas en majorité due à des fortuits, même si la coïncidence est de temps en temps stoppée prématurément. L'interprétation de cette contribution est facilitée par les spectres des données prises sans cible. En effet, pour ces prises de données,

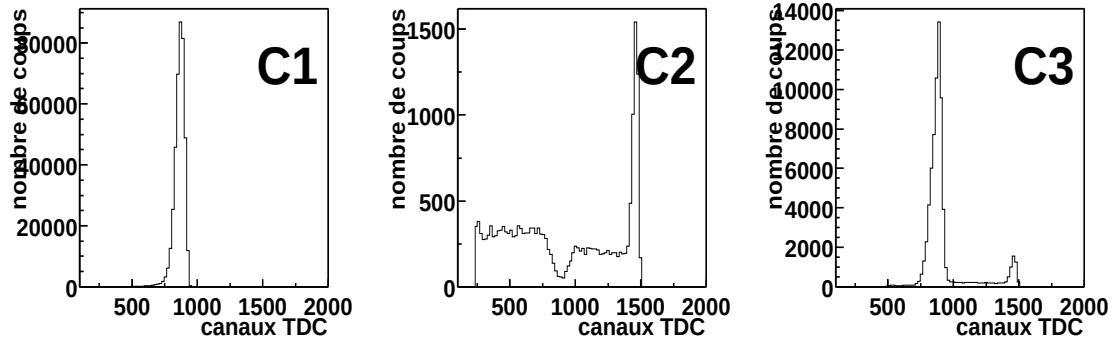


FIG. 5.18 – Spectre en  $TDC_0$  de la voie 0 du scintillateur A pour les trois contributions identifiées sur la figure 5.15.

le graphe  $\Delta E_A$  en fonction de  $\beta$  est dominé par la contribution 3, comme cela apparaît sur la figure 5.19. Les événements en cible vide sont majoritairement dus à des muons du halo proche ayant un petit angle d'incidence (pour avoir échappé aux véto). Les muons entrent dans le scintillateur A avec un très petit angle, et ont un long parcours dans ce scintillateur. Ils peuvent ainsi déposer une quantité importante d'énergie. La coïncidence avec le scintillateur B est produite par une particule issue de la diffusion du muon dans le scintillateur A. Pour bien séparer la contribution 3 de la contribution 1, puisque ces

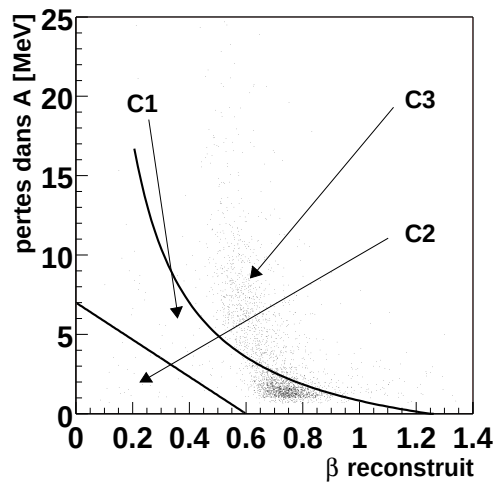


FIG. 5.19 – Pertes d'énergie dans le scintillateur A en fonction de la vitesse reconstruite de la particule pour une prise de données en cible vide.

contributions ont des formes en  $\beta^{-1}$ , il vaut mieux utiliser le graphe  $\Delta E_A$  en fonction de  $\beta^{-1}$  où les contributions ont des formes droite. La figure 5.20 rend compte de la situation.

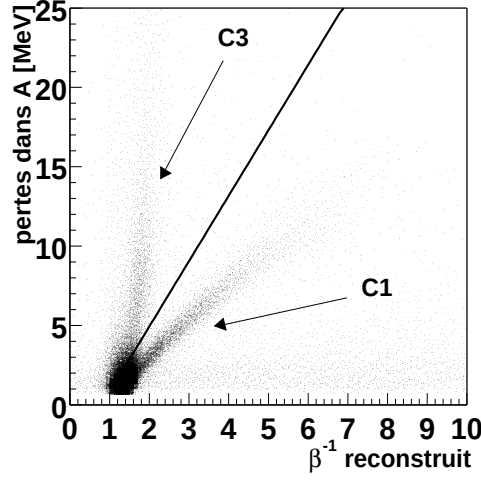


FIG. 5.20 – Pertes d’énergie dans le scintillateur A en fonction de l’inverse de la vitesse reconstruite de la particule. Ce graphe permet de mieux séparer les contributions 1 et 3.

#### 5.4.2 Deuxième coupure

Nous avons exploité le graphe  $\Delta E_A$  en fonction de  $\beta$  pour “nettoyer” nos données. Cependant, il reste encore la contribution des électrons provenant de la cible, et celle des événements qui ont échappé à la coupure précédente (comme cela se voit sur la figure 5.19). Pour remédier à cela, nous allons utiliser le graphe  $\Delta E_A$  en fonction  $\Delta E_B$ . La figure 5.21 présente ce graphe pour une prise de donnée avec et sans la cible. Les événements en cible vide qui restent dans la contribution C1 simulent les pertes d’énergie des électrons. En appliquant la coupure représentée sur la figure 5.21, nous éliminerons en même temps le reste des événements en cible vide, et les “vrais” électrons. La coupure représentée sur les données rejette aussi certains protons et pions dans les prises de données avec cible. Cependant, ces derniers correspondent à des grands  $\beta$  qui ne nous intéressent pas dans le cadre du DVCS. On peut donc les rejeter.

#### 5.4.3 Résultats

La figure 5.22 présente le graphe  $\Delta E_B$  en fonction de  $\beta$  pour la contribution C1 avec la deuxième coupure. Nous voyons apparaître des protons et des pions, mais aussi des deutons. Ils proviennent de la diffusion des muons sur les noyaux de carbone de la cible.

Il est possible de reconstruire directement la masse d’une particule lorsqu’elle est arrêtée dans le scintillateur B. Si le scintillateur C n’a pas de signal, alors on dit que la particule est arrêtée dans B. Cette particule a déposé toute son énergie cinétique dans le scintillateur B, et on a

$$T = (\gamma - 1)Mc^2 \rightarrow \Delta E_B.$$

Dans l’expression précédente, la flèche est là pour rappeler que le lien entre l’énergie effec-



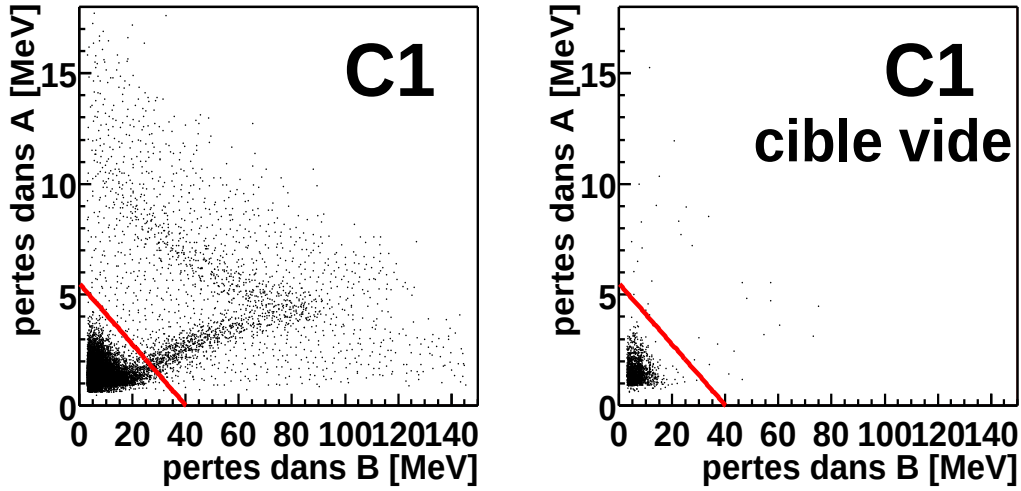


FIG. 5.21 – Pertes d’énergie dans le scintillateur A en fonction des pertes dans le scintillateur B pour la contribution C1 pour des prises de données en cible pleine et cible vide.

tivement déposée dans un scintillateur par une particule et l’énergie récoltée par le système de mesure n’est pas exactement un rapport de proportionnalité. Comme nous l’avons vu dans la section précédente, le quenching réduit de façon non linéaire la proportion d’énergie transmise sous forme de lumière pour les particules fortement ionisantes par rapport aux électrons. Lorsqu’une particule est à la limite de l’arrêt, il est possible qu’une partie de l’énergie qui aurait pu être récoltée s’échappe du scintillateur. Si une particule traverse B sans s’arrêter, mais qu’elle ne dépose pas assez d’énergie pour passer le seuil du scintillateur C (quelques MeV), alors sa masse sera mal reconstruite. La figure 5.23 présente le graphe de  $\beta$  en fonction de la masse reconstruite sans correction sur l’énergie mesurée. Les trois particules identifiées précédemment apparaissent. La masse du pion est bien placée. On observe le “quenching” pour les protons et les deutons, qui diminuent leurs masses reconstruites, en particulier pour les petits  $\beta$ . Nous n’essaierons pas de corriger ce spectre car pour le moment nous voulons uniquement identifier les particules. Ceci est déjà clairement possible sur cette figure 5.23.

Finalement, pour confirmer que les particules que nous avons identifiées après les diverses coupures et sélections proviennent bien de la cible, la contribution d’une prise de données en cible vide est comparée à la contribution en cible pleine. La figure 5.24 présente la distribution en masse de ces deux contributions pour les particules stoppées dans B. Le rapport des deux contributions est voisin de 2%. Le tableau 5.2 donne les nombres des différentes particules qui se sont arrêtées dans le scintillateur B pour des prises de données en cible vide, en cible pleine. Le type de la particule est sélectionné par les coupures dessinées sur la figure 5.23.

Pour estimer également le nombre de protons que nous avons détectés, y compris les protons qui ne se sont pas arrêtés dans le scintillateur B, nous pouvons utiliser la figure 5.22.

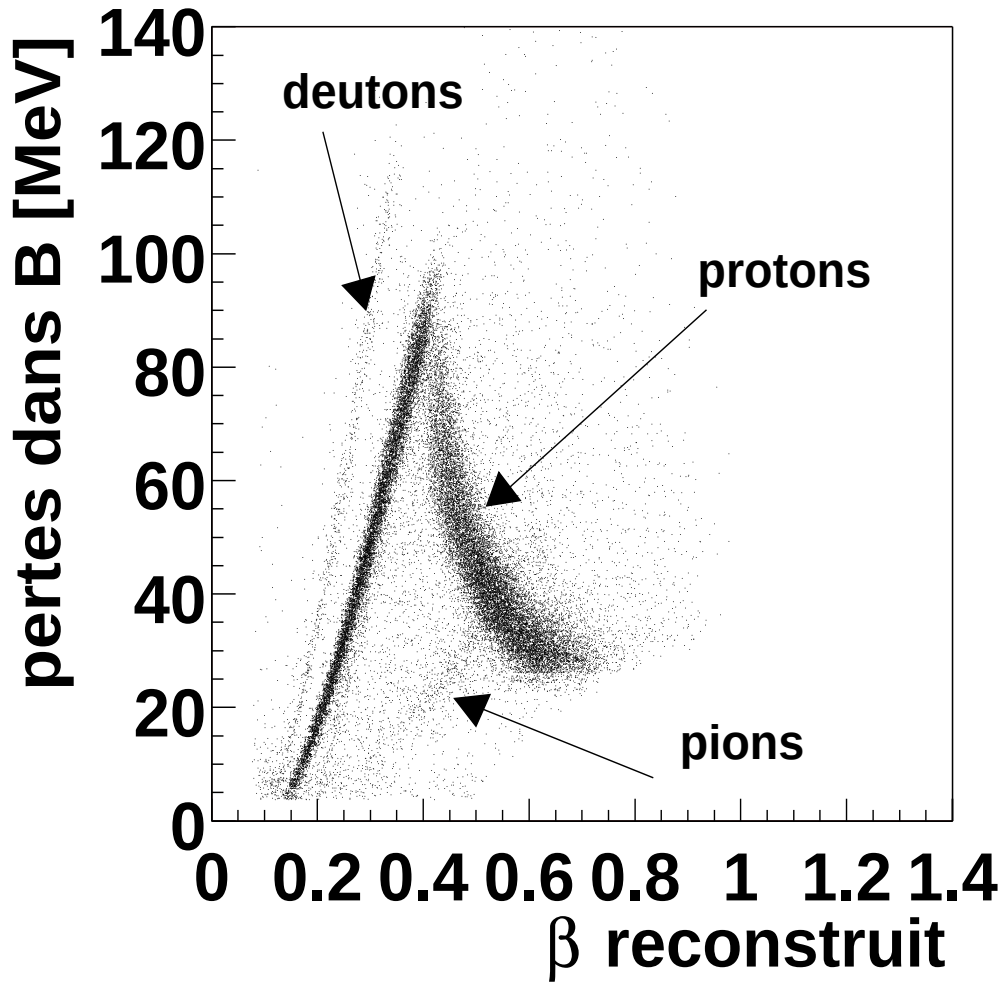


FIG. 5.22 – Pertes d’énergie dans le scintillateur B en fonction de la vitesse reconstruite de la particule lorsque les coupures des paragraphes 5.4.1 et 5.4.2 sont appliquées.

| pour $2 \cdot 10^8$ muons | cible vide      | cible pleine    |
|---------------------------|-----------------|-----------------|
| pions                     | $0.05 \pm 0.01$ | $1.31 \pm 0.02$ |
| protons                   | $0.15 \pm 0.02$ | $9.7 \pm 0.2$   |
| deutons                   | $0.03 \pm 0.01$ | $0.65 \pm 0.01$ |

TAB. 5.2 – Nature et nombre des particules arrêtées dans le scintillateur B. Les erreurs indiquées sont uniquement de nature statistique.

Nous voyons que pour des vitesses inférieures à  $\beta < 0.62$  environ, la pollution des pions dans la contribution des protons provient des pions qui se sont arrêtés dans le scintillateur B. Il est aisé de les éliminer en sélectionnant la coupure “proton” de la figure 5.23 pour

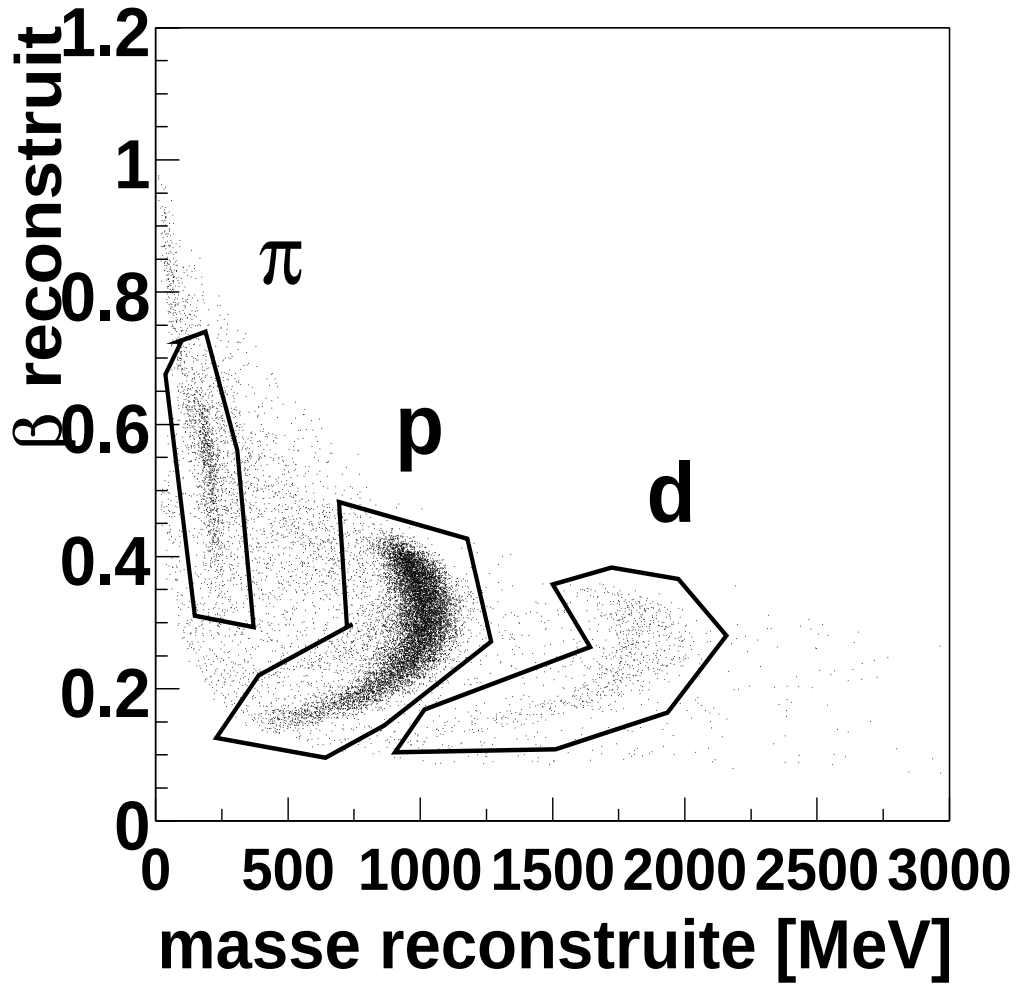


FIG. 5.23 – Masse en fonction de la vitesse reconstruite pour les particules qui se sont arrêtées dans le scintillateur B.

les particules arrêtées dans B. La figure 5.25 présente le graphe  $\Delta E_B$  en fonction de  $\beta$  pour les protons ainsi sélectionnés dans lequel nous avons superposé une courbe issue de la simulation du dispositif. Nous observons l'effet du quenching pour les petites vitesses.

Le nombre de protons attendus est donné par la production quasi réelle à très petits  $Q^2$ . Une simulation[108], qui repose sur les sections efficaces de photo-production et un flux de photons virtuels créés au passage des muons dans la cible, donne les mêmes ordres de grandeur. Les prédictions de cette simulation ne sont valables qu'à une précision de 20% (donnée par l'écart entre différentes méthodes de calcul appliqué).

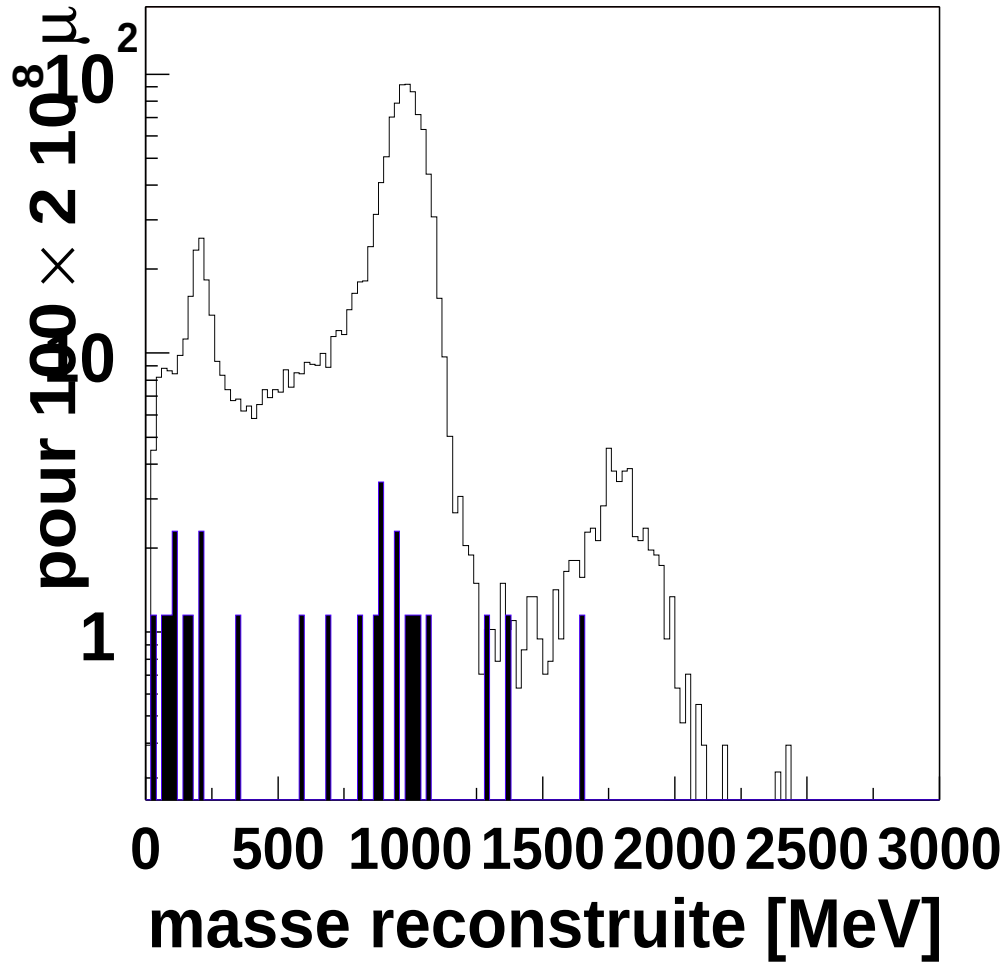


FIG. 5.24 – Spectre en Masse pour les particules qui se sont arrêtées dans le scintillateur B pour des prises de données en cible pleine et cible vide.

| $N_p$      | arrêtés dans B<br>$350 <  \vec{p}  < 470 \text{ MeV}/c$ | identifiés avec A et B<br>$350 <  \vec{p}  < 750 \text{ MeV}/c (\beta < 0.62)$ |
|------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| expérience | $9.7 \pm 0.2$ (stat.)                                   | $19.4 \pm 0.4$ (stat.)                                                         |
| simulation | $12 \pm 2$ (syst.)                                      | $25 \pm 5$ (syst.)                                                             |

Une étude plus précise des erreurs systématiques sur l'efficacité de détection des protons doit être effectuée. Une perte par réaction nucléaire d'environ 10% est attendue. Une analyse encore plus fine devrait être poursuivie en étudiant le nombre de coïncidences avec le muon diffusé à l'avant, pour lequel  $Q^2$  et  $\nu$  sont très précisément déterminés par le dispositif actuel de COMPASS.

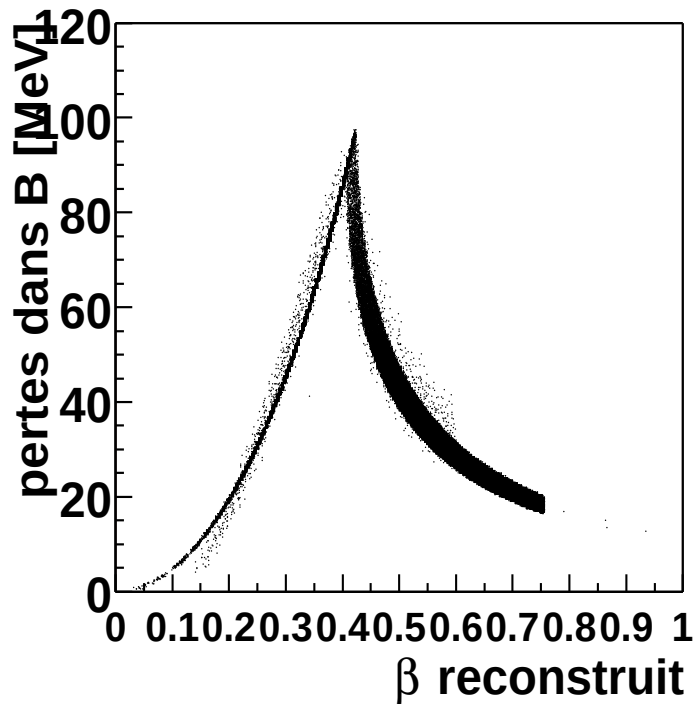


FIG. 5.25 – Sélection des protons pour  $\beta < 0.62$ . Les points diffus sont les résultats expérimentaux. Les points denses sont obtenus par une simulation.

## 5.5 Conclusion

La méthode de détection des protons de basse impulsion à grand angle dans l'environnement du faisceau de muons est tout-à-fait opérationnelle. Des tests antérieurs (été 2000) avaient déjà donné des résultats positifs avec une cible de  $\text{CH}_2$  six fois plus grande et en présence du champ de fuite de l'aimant SM1.

Les résolutions en temps et en position sont des enjeux cruciaux de la méthode. Elles sont le fruit d'une attention toute particulière sur la détermination précise de la calibration du dispositif. Cette année, nous avons utilisé le halo du faisceau de muons et trois doigts pour sélectionner les positions de référence. La longueur des scintillateurs dans le projet final du détecteur est de 4 m et non de 70 cm. Il faut donc penser pour l'avenir à un dispositif systématique et très précis qui offre simultanément un grand nombre de positions de référence.

Une première estimation de l'efficacité du détecteur donne un taux d'environ 80%. Cette estimation doit être précisée et complétée par les informations sur les muons diffusés détectés en coïncidence.

# Conclusion

Ce travail constitue la première étape dans la définition d’une expérience de diffusion Compton virtuelle en régime profondément inélastique (DVCS) auprès de COMPASS au CERN. Le dispositif expérimental adapté au DVCS comprend un spectromètre à muons de petits angles, un calorimètre électromagnétique pour mesurer les photons vers l’avant et un détecteur de recul hermétique. Ce dispositif s’appuie largement sur les détecteurs déjà existants, mais le détecteur de recul doit être construit.

La très haute énergie des faisceaux de muons disponibles au CERN permet d’envisager deux types d’expériences :

1. avec un faisceau de  $\mu^+$  de 190 GeV, nous pouvons mesurer la section efficace du processus DVCS qui domine nettement le processus Bethe-Heitler ;
2. avec des faisceaux de  $\mu^+$  et  $\mu^-$  de 100 GeV, nous pouvons mesurer des asymétries de charge faisceau (BCA), qui tirent profit de l’interférence DVCS-BH, pour déterminer une partie de l’amplitude DVCS.

La mise au point d’un calcul rapide de la section efficace DVCS permet de déterminer les taux de comptage dans le dispositif expérimental. Les taux attendus sont assez confortables, environ 270 000 événements pour une période de 6 mois, deux faisceaux de 100 GeV de  $\mu^+$  et  $\mu^-$  et une efficacité de 100%. Les taux de comptage attendus pour le faisceau de  $\mu^+$  de 190 GeV sont du même ordre. Le calcul théorique utilisé pour ces estimations repose sur des modèles de GPD fortement contraints, l’ordre de grandeur du résultat est donc fiable. Les observables accessibles à COMPASS sont la section efficace et l’asymétrie de charge faisceau. Les barres d’erreur attendues devraient permettre de contraindre les modèles de GPD. Le domaine cinématique accessible à COMPASS est large en  $Q^2$  et  $x_B$ . Si une procédure de déconvolution est adoptée, les mesures du DVCS à COMPASS seront très certainement une pièce importante et complémentaire de l’ensemble des campagnes de mesure à Jlab, HERMES et HERA.

La difficulté expérimentale du DVCS est liée à la petite section efficace du processus, mais surtout à son caractère exclusif. Les réactions parasites du DVCS, comme la production de  $\pi^0$  en régime profondément inélastique ou la production d’un pion de basse impulsion associée au DVCS peuvent perturber les mesures du DVCS. La production de  $\pi^0$  en régime profondément inélastique, qui met également en jeu les GPD, sera mesurée grâce au calorimètre électromagnétique. Nous avons montré que la contamination apportée par la production d’un pion de basse impulsion associée au DVCS est de l’ordre du pour

cent à COMPASS. C'est une correction tolérable. Le code de calcul développé pourrait être ajouté à un programme de simulation et exploité pour estimer les corrections qui doivent être apportées aux mesures lorsque l'exclusivité est assurée par la technique de masse manquante, comme c'est le cas pour les expériences à Jlab.

Contrôler l'exclusivité du processus DVCS à une énergie de faisceau de quelques 100 GeV est quasiment impossible par la technique de masse manquante. Il faut donc que le détecteur de recul hermétique assure l'exclusivité de la mesure de façon systématique, en rejetant aussi bien les réactions parasites du DVCS que les multiples réactions de diffusion profondément inélastique (DIS). Il faut aussi que le bruit électromagnétique lié au faisceau de muons ne sature pas les détecteurs. Une étude poussée de la méthode de réjection et de la segmentation des détecteurs est encore en cours à ce jour. Les tests d'un prototype de détecteur basé sur la mesure d'un temps de vol ont abouti à des résultats très positifs : c'est un principe opérationnel à COMPASS pour identifier des protons et des pions de basses impulsions. Les résultats obtenus sur les résolutions en temps de vol et en position sont tout-à-fait encourageants : ils sont en accord avec celles envisagées. Il est clair que la qualité des résolutions repose sur des calibrations du dispositif très précises et méticuleuses.

Ce travail pose les premières pierres d'un programme expérimental d'étude des GPD auprès de COMPASS au CERN. Il ne révèle qu'une partie des possibilités qu'offre le dispositif COMPASS. Des études analogues doivent être entreprises pour préciser les conditions optimales de mesures des processus de production de mésons en régime profondément inélastique. Le dispositif COMPASS dispose également d'un RICH très performant et présente l'intérêt de permettre des mesures simultanées des différents processus : le DVCS et les productions de mésons.

# Annexe A

## Décomposition de l'amplitude d'électroproduction de pion et multipôles $E_{0+}$ et $L_{0+}$ .

En suivant Amaldi, Fubini et Furlan[109], nous pouvons décomposer l'amplitude  $T_{\pi N \gamma}^\alpha$  définie par l'équation (4.113) selon sa structure de Lorentz :

$$T_{\pi N \gamma}^\alpha = \sum_{i=1}^8 \bar{u}(p') O_i u(p) T_i^\alpha,$$

où les huit covariants  $O_i$  sont choisis comme

$$\begin{aligned} O_1 &= \gamma^5 \gamma \cdot \varepsilon, & O_5 &= \frac{1}{2} \gamma^5 [\gamma \cdot \varepsilon, \gamma \cdot k_\gamma], \\ O_2 &= \gamma^5 P \cdot \varepsilon, & O_6 &= \gamma^5 \gamma \cdot k_\gamma P \cdot \varepsilon, \\ O_3 &= \gamma^5 k_\pi \cdot \varepsilon, & O_7 &= \gamma^5 \gamma \cdot k_\gamma k_\pi \cdot \varepsilon, \\ O_4 &= \gamma^5 k_\gamma \cdot \varepsilon, & O_8 &= \gamma^5 \gamma \cdot k_\gamma k_\gamma \cdot \varepsilon. \end{aligned}$$

avec  $P = (p + p')/2$ . Les huit amplitudes invariantes  $T_i^\alpha$  ne dépendent que des scalaires de Lorentz du problème, à savoir  $u = (p' - k_\gamma)^2$ ,  $s = (p + k_\gamma)^2$  et  $t = (k_\pi - k_\gamma)^2$  (ou de façon équivalente  $k_\gamma^2$ ). La contribution du terme de commutateur s'obtient immédiatement à partir de l'équation (4.108) :

$$\begin{aligned} T_{C1}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(t)}{2i f_\pi}, \\ T_{C3}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(t)}{2i f_\pi} \frac{4M}{t - m_\pi^2}, \\ T_{C4}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(t)}{2i f_\pi} \frac{2M}{t - m_\pi^2}. \end{aligned}$$

Les autres amplitudes invariantes étant nulles. Les contributions du terme de Born s'obtiennent facilement à partir des équations (4.111) et (4.112) et s'écrivent

$$\begin{aligned} T_{B2}^{(0,+)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 4M F_1^{(S,V)} \Pi^+, \\ T_{B3}^{(0,+)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2M F_1^{(S,V)} \Pi^-, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
T_{B5}^{(0,+)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} \left[ \frac{F_2^{(S,V)}}{M} + 2M \left( F_1^{(S,V)} + F_2^{(S,V)} \right) \Pi^+ \right], \\
T_{B6}^{(0,+)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2F_2^{(S,V)} \Pi^+, \\
T_{B7}^{(0,+)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} F_2^{(S,V)} \Pi^-,
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
T_{B1}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2 \left( F_1^{(V)} + F_2^{(V)} \right), \\
T_{B2}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 4M F_1^{(V)} \Pi^-, \\
T_{B3}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2M F_1^{(V)} \Pi^+, \\
T_{B5}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2M \left( F_1^{(V)} + F_2^{(V)} \right) \Pi^-, \\
T_{B6}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} 2F_2^{(V)} \Pi^-, \\
T_{B7}^{(-)} &= -\frac{|e| g_A(0)}{4i f_\pi} F_2^{(V)} \Pi^+,
\end{aligned}$$

où les facteurs de forme sont évalués en  $t$  et où on a défini

$$\Pi^\pm = \frac{1}{s - M^2} \pm \frac{1}{u - M^2}.$$

Nous allons maintenant utiliser ce formalisme pour dériver les expressions des multipôles  $E_{0+}$  et  $L_{0+}$  au seuil, définis dans l'équation (4.120)<sup>7</sup> :

$$\frac{1}{2M} T_{\pi N \gamma}^{CM}(k_\pi = 0) = 4\pi i \frac{M + m_\pi}{M} \chi_N^\dagger \left( E_{0+}(k_\gamma^2) \left( \vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon} - \vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon} \right) + L_{0+}(k_\gamma^2) \vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon} \right) \chi_N.$$

Cette équation est écrite dans le centre de masse  $\vec{p}' + \vec{k}_\pi = \vec{p} + \vec{k}_\gamma = \vec{0}$ , au seuil  $\vec{k}_\pi = \vec{0}$ , à partir de considérations générales sur la structure de l'amplitude en prenant  $\varepsilon^\mu = (0, \vec{\varepsilon})$ . Il s'agit donc maintenant d'évaluer les quantités  $\bar{u}(p') O_i u(p)$  et les amplitudes invariantes  $T_i^\alpha$  dans le centre de masse et au seuil, puis de comparer les expressions obtenues avec (4.120) pour avoir  $E_{0+}$  et  $L_{0+}$ . Au seuil, nous avons

$$k_\gamma^0 = m_\pi + \frac{t}{2M} \text{ et } p^0 = M - \frac{t}{2M},$$

---

<sup>7</sup>Le facteur  $1/2M$  provient de notre normalisation des états  $\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 2p_0 \delta(\vec{p}' - \vec{p})$  alors que les multipôles ont été définis avec la normalisation  $\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 (p_0/M) \delta(\vec{p}' - \vec{p})$ .

et les spineurs de Dirac s'écrivent

$$\bar{u}(p) = \sqrt{2M} \left[ 0, \chi_N^\dagger \right] \quad \text{et} \quad u(p) = \sqrt{2M} \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}} \chi_N \\ \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \chi_N \end{pmatrix}.$$

Au seuil, seules les quatre quantités  $\bar{u}(p') \{O_1, O_5, O_2, O_6\} u(p)$  sont pertinentes :  $O_3$  et  $O_7$  sont nuls, et  $O_4 = -2O_2$  ainsi que  $O_8 = -2O_6$ . Le tableau 5.3 donne les différentes contributions de ces quantités au multipôle  $E_{0+}$ , correspondant à l'opérateur  $\vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon} - \vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon}$ , et au multipôle  $L_{0+}$ , correspondant à l'opérateur  $\vec{\sigma} \cdot \hat{k}_\gamma \hat{k}_\gamma \cdot \vec{\varepsilon}$ .

| opérateur | $E_{0+}$                             | $L_{0+}$                                                         |
|-----------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $O_1$     | $2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$       | $2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$                                   |
| $O_2$     | 0                                    | $-\frac{-t}{4M} 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$                    |
| $O_3$     | 0                                    | 0                                                                |
| $O_4$     | 0                                    | $\frac{-t}{2M} 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$                     |
| $O_5$     | $m_\pi 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$ | $\left(m_\pi + \frac{t}{2M}\right) 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$ |
| $O_6$     | 0                                    | $(m_\pi + 2M) \frac{-t}{4M} 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$        |
| $O_7$     | 0                                    | 0                                                                |
| $O_8$     | 0                                    | $-(m_\pi + 2M) \frac{-t}{2M} 2M \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}$       |

TAB. 5.3 – Contributions des  $\bar{u}(p') O_i u(p)$  aux multipôles au seuil.

Nous pouvons maintenant écrire les multipôles

$$\begin{aligned}
E_{0+}^{(0,+)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{M}{M + m_\pi} \left[ m_\pi \frac{F_2^{(S,V)}}{M} + 2M m_\pi \left( F_1^{(S,V)} + F_2^{(S,V)} \right) \Pi^+ \right] \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}, \\
E_{0+}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{M}{M + m_\pi} \left[ 2 \frac{g_A(t)}{g_A(0)} \right. \\
&\quad \left. - 2 \left( F_1^{(V)} + F_2^{(V)} \right) + 2M m_\pi \left( F_1^{(V)} + F_2^{(V)} \right) \Pi^- \right] \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}},
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
L_{0+}^{(0,+)} &= E_{0+}^{(0,+)} \\
&+ \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{M}{M + m_\pi} \frac{-t}{2M^2} F_2^{(S,V)} \left( \Pi^+ m_\pi M - 1 \right) \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}, \\
L_{0+}^{(-)} &= E_{0+}^{(-)} \\
&+ \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{M}{M + m_\pi} \frac{-t}{2M^2} \left( F_2^{(S,V)} \Pi^- m_\pi M + \frac{g_A(t)}{g_A(0)} \frac{4M^2}{t - m_\pi^2} \right) \sqrt{1 - \frac{t}{4M^2}}.
\end{aligned}$$

Dans les expressions précédentes, on est tenté de vouloir simplifier  $\Pi^\pm$  grâce à un développement limité sur  $\mu = m_\pi/M$ , sachant que les propagateurs s'écrivent

$$\begin{aligned} s - M^2 &= 4M^2 \frac{\mu}{2} \left(1 + \frac{\mu}{2}\right), \\ u - M^2 &= -4M^2 \frac{\mu}{2} \left(1 - \frac{t}{2M^2} - \frac{\mu}{2}\right). \end{aligned}$$

Malheureusement, en électro-production au seuil, le transfert s'écrit

$$t = \frac{k_\gamma^2 - m_\pi^2}{1 + \mu},$$

et n'est en général pas négligeable devant 1, ce qui limite l'intérêt des développements limités. Cependant, en photo-production, on a  $t \sim -m_\pi^2$ , et on peut écrire pour  $E_{0+}$ , qui est le seul multipôle qui contribue

$$\begin{aligned} E_{0+}^{(0,+)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{1}{1 + \mu} \left[ -\mu + \frac{\mu^2}{2} (1 + \kappa^{(S,V)}) + O(\mu^3) \right], \\ E_{0+}^{(-)} &= \frac{|e| g_A(0)}{4\pi 4f_\pi} \frac{1}{1 + \mu} \left[ 2 + O(\mu^3) \right], \end{aligned}$$

où  $\kappa^{(S,V)} = (-0.12, 3.7)$ . A titre d'exemple, nous évaluons les valeurs de ce multipôle pour deux processus d'électro-production de pion sur le proton :

$$\begin{aligned} \gamma^* p \rightarrow \pi^0 p \quad \text{soit} \quad E_{0+} &= E_{0+}^{(+)} + E_{0+}^{(0)} = -2.36 \cdot 10^{-3} m_\pi^{-1}, \\ \gamma^* p \rightarrow \pi^+ n \quad \text{soit} \quad E_{0+} &= \sqrt{2} (E_{0+}^{(0)} + E_{0+}^{(-)}) = +26.4 \cdot 10^{-3} m_\pi^{-1}, \end{aligned}$$

qui sont à comparer aux valeurs expérimentales données sur la figure 4.9.

# Bibliographie

- [1] R. P. Feynman, Phys. Rev. Lett. **23**, 1415 (1969).
- [2] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, Phys. Rev. **185**, 1975 (1969).
- [3] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **179**, 1547 (1969).
- [4] F. Halzen and A. D. Martin, *Quarks and Leptons* (John Wiley and sons).
- [5] K. G. Wilson, Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).
- [6] C. Itzykson and J. B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill).
- [7] J. C. Collins and A. Freund, Phys. Rev. D **59**, 074009 (1999).
- [8] X. Ji and J. Osborne, Phys. Rev. D **57**, 1337 (1998).
- [9] A. V. Radyushkin, Phys. Lett. B **380**, 417 (1996).
- [10] A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **56**, 5524 (1997).
- [11] A. V. Belitsky, A. Freund, and D. Müller, Nucl. Phys. B **574**, 347 (2000).
- [12] A. V. Radyushkin and C. Weiss, Phys. Rev. **D64**, 097504 (2001), [hep-ph/0106059](#).
- [13] N. Kivel, M. V. Polyakov, A. Schäfer, and O. V. Teryaev, Phys. Lett. B **497**, 73 (2001).
- [14] N. Kivel, M. V. Polyakov, and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D **63**, 114014 (2001).
- [15] P. Guichon and M. Vanderhaeghen, Prog. Part. Nucl. Phys. **41**, 125 (1998).
- [16] M. Penttinen, M. Polyakov, A. G. Shuvaev, and M. Strikman, Phys. Lett. B **491**, 96 (2000).
- [17] X. Ji, Phys. Rev. D **55**, 7114 (1997).
- [18] X. Ji, Phys. Rev. Lett. **78**, 610 (1997).
- [19] X. Ji, J. Phys. G **24**, 1181 (1998).
- [20] J. P. Ralston and B. Pire (2001), [hep-ph/0110075](#).
- [21] M. Burkardt, Phys. Rev. **D62**, 071503 (2000), [hep-ph/0005108](#).
- [22] K. Goeke, M. V. Polyakov, and M. Vanderhaeghen, Prog. Part. Nucl. Phys. **47**, 401 (2001), [hep-ph/0106012](#).
- [23] A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **59**, 014030 (1999).
- [24] A. V. Radyushkin, Phys. Lett. B **449**, 81 (1999).

- [25] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. Stirling, and R. Thorne, Eur. Phys. J. C **14**, 133 (2000).
- [26] <http://durpdg.dur.ac.uk/hepdata/pdf.html>.
- [27] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. Stirling, and R. Thorne, Eur. Phys. J. C **4**, 463 (1998).
- [28] M. Polyakov and C. Weiss, Phys. Rev. D **60**, 114017 (1999).
- [29] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Lett. **B87**, 359 (1979).
- [30] E. Leader, A. V. Sidorov, and D. B. Stamenov, Phys. Rev. D **58**, 114028 (1998).
- [31] M. Penttinen, M. Polyakov, and K. Goeke, Phys. Rev. D **62**, 014024 (2000).
- [32] M. Diehl, T. Gousset, B. Pire, and J. P. Ralston, Phys. Lett. B **411**, 193 (1997).
- [33] E. R. Berger, M. Diehl, and B. Pire (2001), [hep-ph/0110062](#).
- [34] E. R. Berger, M. Diehl, and B. Pire, Phys. Lett. **B523**, 265 (2001), [hep-ph/0110080](#).
- [35] M. Artuso *et al.* (CLEO), Phys. Rev. **D50**, 5484 (1994).
- [36] A. V. Belitsky, D. Müller, and A. Kirchner (2001), [hep-ph/0112108](#).
- [37] J. C. Collins, L. L. Frankfurt, and M. Strikman, Phys. Rev. D **56**, 2982 (1997).
- [38] M. Diehl, T. Feldmann, R. Jakob, and P. Kroll, Eur. Phys. J **8**, 409 (1999).
- [39] N. d'Hose, Workshop on physics with polarized protons at HERA (1997).
- [40] L. L. Frankfurt, A. Freund, and M. Strikman, Phys. Rev. **D58**, 114001 (1998), [hep-ph/9710356](#).
- [41] A. Donnachie and H. G. Dosch, Phys. Lett. **B502**, 74 (2001), [hep-ph/0010227](#).
- [42] A. Freund and M. McDermott (2001), [hep-ph/0111472](#).
- [43] P. R. B. Saull (ZEUS Collaboration) (1999), [hep-ex/0003030](#).
- [44] C. Adloff *et al.* (H1 Collaboration), Phys. Lett. **B517**, 47 (2001), [hep-ex/0107005](#).
- [45] L. Frankfurt, W. Koepf, and M. Strikman, Phys. Rev. **D54**, 3194 (1996), [hep-ph/9509311](#).
- [46] M. Vanderhaeghen, P. A. M. Guichon, and M. Guidal, Phys. Rev. **D60**, 094017 (1999), [hep-ph/9905372](#).
- [47] M. Arneodo *et al.* (New Muon Collaboration), Nucl. Phys. **B429**, 503 (1994).
- [48] M. R. Adams *et al.* (E665 Collaboration), Z. Phys. **C74**, 237 (1997).
- [49] M. Derrick *et al.* (ZEUS Collaboration), Phys. Lett. **B356**, 601 (1995), [hep-ex/9507001](#).
- [50] J. Breitweg *et al.* (ZEUS Collaboration), Eur. Phys. J. **C6**, 603 (1999), [hep-ex/9808020](#).
- [51] P. Y. Bertin, C. Hyde-Wright, F. Sabatie, *et al.*, CEBAF proposal **00-110** (2000).
- [52] S. Stepanyan *et al.* (CLAS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 182002 (2001), [hep-ex/0107043](#).

- [53] S. Stepanyan, L. Elouadrhiri, V. Burkert, M. Garçon, *et al.*, CEBAF proposal **01-113** (2001).
- [54] M. Guidal, M. Garçon, E. Smith, *et al.*, CEBAF proposal **99-105** (1999).
- [55] A. Airapetian *et al.* (HERMES Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 182001 (2001), [hep-ex/0106068](#).
- [56] R. Kaiser *et al.*, Addendum de la proposition HERMES **97-032**.
- [57] V. A. Korotkov and W. D. Nowak, Desy Internal Report **01-109** (2001).
- [58] A. Airapetian *et al.* (HERMES Collaboration), Eur. Phys. J. **C17**, 389 (2000), [hep-ex/0004023](#).
- [59] A. Sandacz, COMPASS Note **2000-1** (2000).
- [60] J. Pochodzalla *et al.* (1999), [hep-ph/9909534](#).
- [61] <http://www.dapnia.cea.fr/Sphn/Elfe> .
- [62] [http://www.jlab.org/div-dept/physics division/skewed/.html](http://www.jlab.org/div-dept/physics%20division/skewed/.html) .
- [63] L. Gatignon, Communication privée (2001).
- [64] <http://proj-cngs.web.cern.ch/proj-cngs/cngs.htm> .
- [65] A. Magnon *et al.*, COMPASS Internal note **31/08** (1997).
- [66] A. Magnon *et al.*, COMPASS Internal note **08/02** (1998).
- [67] N. D'Hose, Communication privée (2000).
- [68] Particle Data Book .
- [69] Y. Giomataris, P. Rebougeard, J. P. Robert, and G. Charpak, Nucl. Instrum. Meth. **A376**, 29 (1996).
- [70] B. Ketzer *et al.*, IEEE Trans. Nucl. Sci. **48**, 1065 (2001).
- [71] H. Pereira, *développement des chambres à dérive pour les hauts flux dans l'expérience COMPASS*, Ph.D. thesis.
- [72] COMPASS proposal CERN/SPSLC **96-14**.
- [73] A. A. Lednev, Preprint IHEP **93-153** (1993).
- [74] D. Alde *et al.*, NIM A **342**, 389 (1994).
- [75] E. Burtin and J. Marroncle, communication privée .
- [76] A. Braghieri *et al.* (DAPHNE), Nucl. Instrum. Meth. **A343**, 623 (1994).
- [77] G. Audit *et al.* (DAPHNE), Nucl. Instrum. Meth. **A301**, 473 (1991).
- [78] E. Burtin, communication privée .
- [79] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **17**, 616 (1966).
- [80] Y. Tomozawa, Nuovo Cim. **A46**, 707 (1966).
- [81] S. L. Adler, Phys. Rev. **152**, 1460 (1966).
- [82] G. Furlan, N. Paver, and C. Verzegnassi, Nuovo Cim. **A20**, 295 (1974).

- [83] P. A. M. Guichon, in *Symétries et physique nucléaire* (1986).
- [84] P. A. M. Guichon, en preparation .
- [85] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Rept. **87**, 77 (1982).
- [86] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125**, 1067 (1962).
- [87] M. Gell-Mann and M. Levy, Nuovo Cim. **16**, 705 (1960).
- [88] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. S. Shvarts, and Y. S. Tyupkin, Phys. Lett. **B59**, 85 (1975).
- [89] S. Gottlieb, W. Liu, D. Toussaint, R. L. Renken, and R. L. Sugar, Phys. Rev. **D35**, 3972 (1987).
- [90] J. Goldstone, Nuovo Cim. **19**, 154 (1961).
- [91] M. Gell-Mann, R. J. Oakes, and B. Renner, Phys. Rev. **175**, 2195 (1968).
- [92] A. W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. **13**, 1 (1984).
- [93] R. Koch and E. Pietarinen, Nucl. Phys. **A336**, 331 (1980).
- [94] M. L. Goldberger and S. B. Treiman, Phys. Rev. **111**, 354 (1958).
- [95] G. Bardin *et al.*, Nucl. Phys. **A352**, 365 (1981).
- [96] G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, and Y. Nambu, Phys. Rev. **106**, 1345 (1957).
- [97] M. I. Adamovitch, Proc. P N Lebedev Phys. Inst. **71**, 119 (1976).
- [98] J. C. Bergstrom, R. Igarashi, and J. M. Vogt, Phys. Rev. **C55**, 2016 (1997).
- [99] M. O. Distler *et al.*, Phys. Rev. Lett. **80**, 2294 (1998).
- [100] A. S. Esaulov, A. M. Pilipenko, and Y. I. Titov, Nucl. Phys. **B136**, 511 (1978).
- [101] M. Fuchs *et al.*, Phys. Lett. **B368**, 20 (1996).
- [102] E. Korkmaz *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 3609 (1999).
- [103] T. P. Welch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2761 (1992).
- [104] H. Merkel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 012301 (2002), [nuc1-ex/0108020](#).
- [105] V. Bernard, N. Kaiser, and U.-G. Meissner, Nucl. Phys. **A607**, 379 (1996), [hep-ph/9601267](#).
- [106] <http://root.cern.ch/> .
- [107] R. A. Cecil, B. D. Anderson, and R. Madey, Nucl. Instrum. Meth. **161**, 439 (1979).
- [108] N. D'Hose and J. Marroncle, Communication privée (2001).
- [109] E. Amaldi, S. Fubini, and G. Furlan, *Pion Electroproduction* (Springer-Verlag, 1979).