

Squark - Antisquarkproduktion im MRSSM mithilfe des SHERPA Ereignisgenerators

Bachelor-Arbeit
zur Erlangung des Hochschulgrades
Bachelor of Science
im Bachelor-Studiengang Physik

vorgelegt von

Marie Barbara Zech
geboren am 16.01.1996 in Zwenkau

Institut für Kern- und Teilchenphysik
Fakultät Physik
Bereich Mathematik und Naturwissenschaften
Technische Universität Dresden
2017

Eingereicht am 18. Oktober 2017

1. Gutachter: Dr. Frank Siegert
2. Gutachter: Prof. Dr. Dominik Stöckinger

Abstract

Not every natural phenomena is explained by the Standard Model of particle physics. An elegant solution is represented by theories of supersymmetric extension of the standard model. Because we have not found any supersymmetric particle yet, the search needs to continue at increasing energy scales. These high energies can only be reached at hadron colliders like the LHC. To get an idea which events to look for, it makes sense to calculate these processes beforehand. It is quite complicated to calculate a hadronic process analytically, therefore numeric simulations are used. One of these simulation tools can be **SHERPA**, a Monte Carlo event generator. In this thesis the partonic cross section for the production of squark antisquark pairs within the MRSSM is analytically calculated and compared to a simulation of this process with **SHERPA**. Additionally, the hadronic cross section for the production of squark antisquark pairs is analyzed with **SHERPA**.

Kurzdarstellung

Nicht jedes Naturphänomen kann mit den Prozessen des Standardmodells beschrieben werden. Erklärungen werden unter anderem in supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells gesucht. Bisher wurde jedoch noch kein experimenteller Nachweis für die Existenz von supersymmetrischen Teilchen erbracht, weshalb bei immer höheren Energien nach ihnen gesucht werden muss. Solche Energien sind wenn überhaupt nur an Hadronenbeschleunigern möglich. Um eine Vorstellung zu bekommen wie Ereignisse, bei denen supersymmetrische Teilchen auftreten, in Detektoren aussehen könnten, ist es sinnvoll sie vorher theoretisch zu berechnen. Da eine hadronische Kollision analytisch sehr kompliziert zu berechnen wäre, greift man auf numerische Simulationen der Kollision zurück. Ein Programm für solche Simulationen auf Basis von Monte Carlo Ereignisgeneration ist **SHERPA**. In der vorliegenden Arbeit werden partonische Wirkungsquerschnitte für die Produktion von Squark-Antisquarkpaaren im MRSSM auf niedrigster Ordnung analytisch berechnet und im Anschluss mit einer Simulation in **SHERPA** verglichen. Danach werden hadronische Wirkungsquerschnitte der Prozesse bestimmt, wie sie in Experimenten des LHC vorliegen könnten.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Das Minimale R-Symmetrische Supersymmetrische Standardmodell (MRSSM)	3
2.2	Wirkungsquerschnitte	6
2.3	Monte Carlo Simulationen	9
3	Analytische Betrachtung der Squark-Antisquarkproduktion	11
3.1	Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts	11
3.2	Analytische Auswertung der partonischen Squark-Antisquarkproduktion	20
4	Squark-Antisquarkproduktion in SHERPA	27
4.1	Der Wirkungsquerschnitt der partonischen Kollision	27
4.2	Hadronische Squark-Antisquarkproduktion mit SHERPA	31
5	Zusammenfassung und Ausblick	35
A	Anhang	37
A.1	Berechnung der Matrixelemente	37
A.2	Koordinatentransformation des differentiellen Wirkungsquerschnitts	45
A.3	Sherpa Run Card	46
A.4	Rivet Analyse	48
	Literaturverzeichnis	51

1 Einleitung

Die Physik ist die Wissenschaft, die versucht die Natur und ihre grundlegenden Phänomene und Prozesse mithilfe mathematischer Theorien zu beschreiben. Das Gebiet der Teilchenphysik beschäftigt sich dabei mit diesen Prozessen auf elementarer Ebene. Die heutigen Erkenntnisse der Teilchenphysik können in einem Modell aller bekannten Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen, dem Standardmodell, zusammengefasst werden. Mit der experimentellen Bestätigung des Higgs-Bosons, ist es eine der am besten verifizierten Theorien und ist so eine der größten Errungenschaften der modernen Physik.

Doch nicht alle beobachteten Naturphänomene können mit den Prozessen des Standardmodells erklärt werden. So findet sich im Standardmodell kein Kandidat für dunkle Materie, noch hat es die Existenz von Neutrinomassen vorgesehen. Mögliche Antworten auf einige der Probleme des Standardmodells bieten Theorien supersymmetrischer Erweiterungen. Die einfachste Erweiterung stellt das minimale supersymmetrische Standardmodell (kurz MSSM) dar. Schon in diesem Modell existieren mögliche Kandidaten für dunkle Materie.

Da man bisher noch keine supersymmetrischen Teilchen nachgewiesen hat, muss die Symmetrie gebrochen sein, d.h. die Massen der supersymmetrischen Teilchen entsprechen nicht denen ihrer Standardmodellpartner. Auch die vom MSSM vorgesagten Wirkungsquerschnitte, unter denen supersymmetrische Teilchen im Modell produziert würden, sind so groß, dass man in heutigen Experimenten diese Teilchen nachgewiesen haben müsste. Deshalb rücken weitere supersymmetrische Theorien in den Fokus der Forschung.

Eine mögliche Erweiterung des MSSM ist das MRSSM, wobei eine erhaltene sogenannte R-Ladung für supersymmetrische Teilchen postuliert wird. So sind nicht mehr alle Prozesse des MSSM möglich und die entsprechenden Wirkungsquerschnitte supersymmetrischer Prozesse sind geringer.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Produktion von Squark-Antisquarkpaaren im MRSSM. Supersymmetrische Prozesse, in denen die starke Wechselwirkung eine Rolle spielt, sind deshalb interessant, da bei ihnen die Möglichkeit besteht, sie an Hadronenbeschleunigern wie dem LHC zu beobachten. Zuerst wird der Wirkungsquerschnitt der Prozesse, bei denen im MRSSM Squark-Antisquarkpaare entstehen, analytisch auf niedrigster Ordnung berechnet. Auch differentielle Verteilungen in verschiedenen Observablen werden betrachtet. Im Anschluss wird

die analytische Rechnung mit einer numerischen Simulation der Prozesse mit **SHERPA** verglichen. **SHERPA** ist ein Monte Carlo Ereignisgenerator, mit dem Prozesse des Standardmodells simuliert werden können. Auch Theorien jenseits des Standardmodells können über sogenannte *ufo*-Modelle einbezogen werden. Zuletzt werden mit **SHERPA** hadronische Wirkungsquerschnitte der betrachteten Prozesse untersucht.

2 Theorie

2.1 Das Minimale R-Symmetrische Supersymmetrische Standardmodell (MRSSM)

2.1.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Bisher hat man vier fundamentale Kräfte in der Natur gefunden: die starke, die schwache, die elektromagnetische und die Gravitationskraft. Zu jeder dieser Kräfte gehört auch eine physikalische Theorie. Das Standardmodell ist eine sehr elegante Zusammenfassung für drei dieser Theorien. Es beinhaltet die Theorie der elektroschwachen Prozesse (darin ist auch die Quantenelektrodynamik enthalten) und die Quantenchromodynamik. Aus dem Standardmodell lassen sich alle fundamentalen Wechselwirkungen dieser Theorien aus einem einzigen allgemeinen Prinzip herleiten, der Forderung nach lokaler Eichinvarianz.

Im Standardmodell gibt es drei Sorten von Elementarteilchen: Leptonen, Quarks und Wechselwirkungsteilchen in Form von Bosonen (ganzzahliger Spin). Zusätzlich existiert das Higgs-Boson. Leptonen und Quarks sind zu den Fermionen zu zählen, da sie einen halbzahligen Spin besitzen. Insgesamt existieren 6 Leptonen und 6 Quarks, die noch einmal in drei Teilchengenerationen unterteilt werden. Man unterscheidet die Teilchen nach elektrischer Ladung sowie der Masse. Zu jedem Fermion existiert außerdem ein Antifermion im Standardmodell, welches eine entgegengesetzte Ladung besitzt. In Masse und Spin stimmen Teilchen und Antiteilchen überein.

Wechselwirkungen zwischen den Materieteilchen entstehen durch den Austausch von den Wechselwirkungsteilchen, auch Eichbosonen genannt. Man kann diese der entsprechenden Wechselwirkung zuordnen: zur QCD gehören Gluonen, zur QED Photonen und zur schwachen Wechselwirkung gehören die W-Bosonen und das Z-Boson. Zusätzlich existiert das Higgs-Boson, das einzige bisher bekannte Boson mit Spin Null. Der Higgs-Mechanismus verleiht den Teilchen dynamisch ihre Masse und das Higgs-Teilchen bleibt übrig. In Abb. 2.1 sind noch einmal alle Elementarteilchen des Standardmodells aufgelistet.

Quarks besitzen zusätzlich noch eine sogenannte Farbladung. Davon existieren drei verschiedene, die sich zusammen zu einer Ladung von Null addieren. Farbgeladene Teilchen können nie einzeln auftreten, sondern müssen immer in farbneutralen Teilchen (Hadronen) gebunden sein. Dieses Phänomen wird als Confinement bezeichnet.

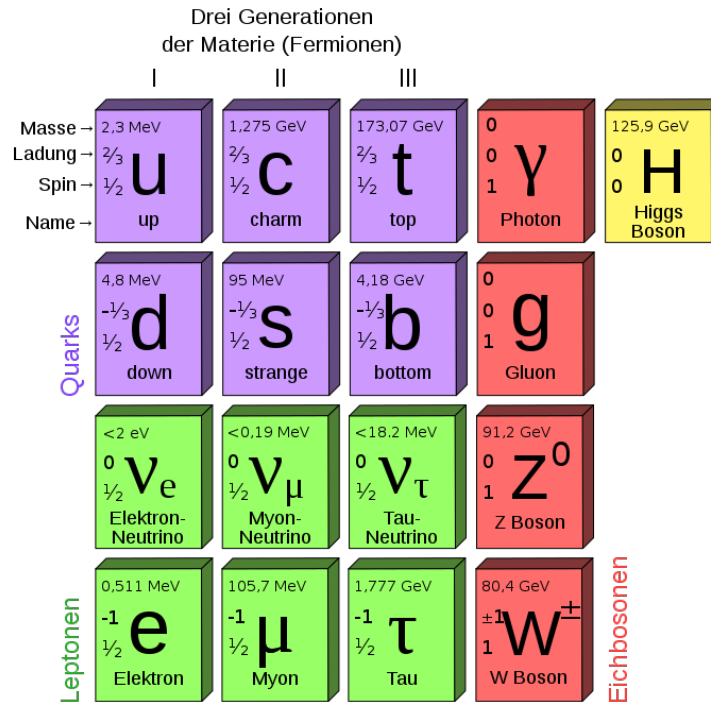


Abbildung 2.1: Teilchen des Standardmodells [21]

2.1.2 Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) und das MRSSM

Nicht alle der beobachteten Phänomene können mithilfe des Standardmodells beschrieben werden, so liefert es beispielsweise keine Antworten auf der Suche nach dunkler Materie und die gravitative Wechselwirkung wird gar nicht beschrieben. Auch die von Null verschiedenen Ruhmassen von Neutrinos werden nicht vom Standardmodell vorhergesagt. Des weiteren besteht im Standardmodell auch keine Möglichkeit auf eine große vereinheitlichte Theorie, die Vereinigung der Eichtheorien des Standardmodells, da die Kopplungskonstanten der QCD, der QED und der schwachen Wechselwirkung sich bei hohen Energieskalen nicht vereinigen.

Eine mathematisch sehr attraktive Ergänzung und der meistuntersuchteste Kandidat für Physik jenseits des Standardmodells stellen die Theorien der Supersymmetrie dar. Diese postulieren zu den Bosonen und Fermionen des Standardmodells Superpartner, die sich zu ihren Standardmodellpartnern um Spin $\frac{1}{2}$ unterscheiden. Das hieße also Bosonen würden in Fermionen umgewandelt und umgekehrt. Fermionische Superpartner nennt man Sfermionen, die Namen bosonischer Superpartner enden statt auf *-on* auf *-ino*. Diese Supersymmetrietransformationen erweitern die Poincaré-Algebra, d.h. die Raumzeitsymmetrie, zur Superalgebra. Die Transformation von Fermionen in Bosonen und umgekehrt lässt sich mittels Supersymmetriegenatoren durchführen, welche man als Kombination von bosonischen beziehungsweise fermionischen Erzeuger und Vernichteroperatoren auffassen kann [9].

Das minimale supersymmetrische Standardmodell (MSSM) ist die einfachste Erweiterung des Standardmodells um supersymmetrische Teilchen. Die Eichsymmetrien bleiben dem Standardmodell gegenüber unverändert, d.h. die Eichwechselwirkungen sind für die neuen Teilchen bereits festgelegt. Weiterhin wird das Higgs-Boson des Standardmodells in fünf verschiedene Higgs-Teilchen aufgeteilt. Teilchen und ihre Superpartner kann man durch ihre R-Parität unterscheiden¹. Diese muss postuliert werden und folgt nicht direkt aus dem Modell [9]:

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (2.1)$$

Die R-Parität ist eine multiplikative Quantenzahl, die für jedes Standardmodell Teilchen +1, und für jeden Superpartner -1 ist. Daraus folgt, dass es mindestens ein leichtestes supersymmetrisches Teilchen geben muss, welches absolut stabil ist. Dieses könnte ein Kandidat für dunkle Materie sein. Außerdem folgt, dass nur Paare von supersymmetrischen Teilchen in Beschleunigern erzeugt werden können [4]. Supersymmetrie ist keine exakte Symmetrie, sondern eine Gebrochene. Andernfalls hätte man supersymmetrische Teilchen schon lange entdeckt, da so ihre Massen denen der Standardmodellteilchen entsprechen würden. Wie die Symmetrie zwischen Fermionen und Bosonen gebrochen ist, weiß man jedoch noch nicht genau. Die Massen der vom MSSM vorausgesagten supersymmetrischen Teilchen sollten im Bereich um 1 TeV/c² liegen [9]. Damit wäre es möglich, sie in Experimenten des LHC zu beobachten. "Leichte" Superpartner wären auf zwei Weisen von Vorteil: je leichter die supersymmetrischen Teilchen sind, desto mathematisch attraktiver ist die jeweilige supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells und desto eher sollten die Teilchen zu detektieren sein.

Das MRSSM

Eine zusätzliche Symmetrie, welche die Supersymmetrie auf nichttriviale Weise erweitert, ist die R-Symmetrie. Sie ist auch die einzige, die zusätzlich im MSSM möglich ist [8]. Die zugrundeliegende Eichgruppe ist die eindimensionale unitäre Gruppe $U(1)_R$. Das MSSM wird um eine neue Erhaltungsgröße erweitert, die R-Ladung. In der minimalen R-symmetrischen Ergänzung des MSSM, dem MRSSM, ist R so gewählt, dass alle Teilchen des Standardmodells keine R-Ladung haben. Supersymmetrische bosonische Dubletts (Links-Händigkeit) haben eine R-Ladung von +1, Singulett (Rechts-Händigkeit) eine von -1 [4]. Da bei den in dieser Arbeit untersuchten Prozessen die elektroschwache Wechselwirkung vernachlässigt werden kann, wird im folgenden nicht mehr zwischen Dubletts und Singulett unterschieden. Es wird allein die Erhaltung der R-Ladung betrachtet, und die damit einhergehende Händigkeit der supersymmetrischen Teilchen. Weil die R-Ladung im MRSSM eine Erhaltungsgröße ist, sind nicht alle Prozesse des MSSM erlaubt.

¹L, B stehen für Leptonen-/Baryonenzahl, s für den Teilchenspin

2.1.3 Squarkproduktion im MRSSM

In diesen sechs Prozessen im MRSSM wechselwirken die Teilchen ausschließlich stark:

1. Squark-Antisquarkproduktion

$$\begin{aligned} q\bar{q} &\rightarrow \tilde{q}\tilde{q}^\dagger \\ GG &\rightarrow \tilde{q}\tilde{q}^\dagger \end{aligned}$$

2. Squark-Squarkproduktion

$$qq \rightarrow \tilde{q}\tilde{q}$$

3. Gluino-Gluinoproduktion

$$\begin{aligned} q\bar{q} &\rightarrow \tilde{g}\tilde{g} \\ GG &\rightarrow \tilde{g}\tilde{g} \end{aligned}$$

4. Squark-Gluinoproduktion

$$qG \rightarrow \tilde{q}\tilde{g}$$

Diese Arbeit konzentriert sich auf den Prozess der Squark - Antisquarkproduktion.

2.2 Wirkungsquerschnitte

Der Wirkungsquerschnitt σ ist in der Teilchenphysik ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen zwei Teilchen ein bestimmter Prozess, z.B. Streuung stattfindet. Man kann den Wirkungsquerschnitt eines Streuprozesses auch als effektive Streufläche bezeichnen. Er ist definiert als der Quotient aus der Zahl der Reaktionen pro Zeiteinheit und Targetteilchen $\dot{N}_R$ und der Zahl der einlaufenden Teilchen pro Zeiteinheit (Teilchenfluss ϕ).

$$\sigma = \frac{\dot{N}_R}{\phi} \tag{2.2}$$

Zwischen den erwarteten Ereignissen N und dem totalen Wirkungsquerschnitt eines Prozesses existiert folgende Beziehung: $N = \sigma \int \mathcal{L}(t)dt$. $\mathcal{L}$ bezeichnet die instantane Luminosität. Sie bestimmt den Teilchenfluss und gibt an wie häufig Kollisionen stattfinden.

2.2.1 $2 \rightarrow 2$ Streuprozesse

In Abb. 2.2 ist ein typischer $2 \rightarrow 2$ Streuprozess schematisch dargestellt. Ein Teilchen mit Impuls p_1 streut mit einem weiteren Teilchen mit Impuls p_2 zu zwei Teilchen, die nun die Impulse p_3 und p_4 tragen.

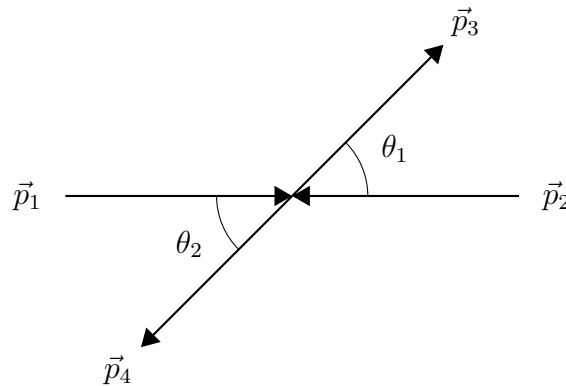


Abbildung 2.2: $2 \rightarrow 2$ Streuprozess

Es ist häufig von Vorteil Prozesse dieser Art im Schwerpunktsystem (CMS) zu betrachten. Im CMS muss aufgrund von Energie- und Impulserhaltung $\theta_1 = \theta_2$. Ist die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ viel größer als die Massen der einlaufenden Teilchen, so können diese meist in der Rechnung vernachlässigt werden. Dann entspricht der Betrag des 3er Impulses der einlaufenden Teilchen jeweils der Hälfte der Schwerpunktsenergie. Sind die Massen der auslaufenden Teilchen gleich, so lässt sich der Betrag des 3er Impulses eines auslaufenden Teilchen schreiben als: $|\vec{p}| = \sqrt{\frac{s}{4} - m^2}$.

2.2.2 Herleitung des Wirkungsquerschnitts eines Streuprozesses

Um einen Streuprozess darzustellen, werden häufig Feynman-Diagramme verwendet. Mit ihnen kann man im Grunde graphisch das zu einem Prozess gehörende Übergangsmatrixelement ausdrücken. Grundlegende Diagramme sind s-, t- und u-Kanal, die mit den Mandelstamvariablen s , t und u assoziiert sind (Gl. (2.3)), welche 4er-Impulsbeziehungen zwischen den Anfangs- und Endzustandsteilchen ausdrücken. Diese Diagramme sind in Abb. 2.3 dargestellt.

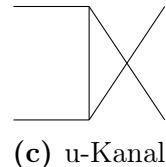
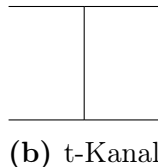
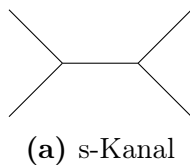


Abbildung 2.3: Mandelstamvariablen

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (2.3a)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \quad (2.3b)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \quad (2.3c)$$

Welche dieser Diagramme im Prozess existieren, hängt von den Anfangs- und Endzustandsteilchen ab. Für jeden Prozess gibt es jedoch störungstheoretisch unendlich viele Feynmandiagramme. Man betrachtet häufig nur Diagramme erster Ordnung für einen Prozess, da Diagramme höherer Ordnung mehr Vertices beinhalten, durch welche sie in der Rechnung stärker unterdrückt werden und so weniger zum Endergebnis beitragen. Um die Feynmandiagramme eines Prozesses aufzustellen, muss man an allen Vertices Energie-, Impuls- und Ladungserhaltung beachten.

Zu jedem Feynmandiagramm lässt sich nun ein Übergangsmatrixelement aufstellen. Jeder Linie und Verknüpfung im Diagramm lässt sich ein Elementbaustein für das Matrixelement zuordnen. Dabei muss jede Fermionenlinie entgegen der Flussrichtung abgearbeitet werden. Innere Linien nennt man Propagatoren. Für jede Teilchenart gibt es hier einen unterschiedlichen Elementbaustein. Bei äußeren Linien werden Fermionen im Matrixelement beispielsweise durch Dirac-Spinoren repräsentiert, Gluonen und Photonen durch Polarisationsvektoren. Das Matrixelement eines Diagramms ist Produkt der Einzelterme.

Um das gesamte Matrixelement eines Prozesses aufzustellen, werden die Matrixelemente der einzelnen Diagramme kohärent addiert. So haben auch Interferenzterme zwischen verschiedenen Diagrammen eines Prozesses Einfluss auf die Rechnung. Das gesamte betragsquadrierte Matrixelement kann dann zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts genutzt werden.

Für einen $2 \rightarrow N$ Streuprozess lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt im allgemeinen schreiben als:

$$d\sigma = \frac{1}{F} d\Phi_N |\mathcal{M}|^2. \quad (2.4)$$

Dabei wird mit $F=4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - (m_1 + m_2)^2}$ der lorentzinvariante Flussfaktor bezeichnet. Im Falle masseloser Anfangsteilchen ist dieser $2s$. $d\Phi_N$ ist das Flächenelement im N -dimensionalen Phasenraum. Im $2 \rightarrow 2$ Prozess lässt sich dieses schreiben als:

$$d\Phi_2 = \frac{dp_3^3}{(2\pi)^3} \frac{dp_4^3}{(2\pi)^3} \frac{1}{4E_3 E_4} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4). \quad (2.5)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für einen $2 \rightarrow 2$ Prozess ist so:

$$d\sigma = \frac{1}{2s} K_{12} d\Phi_2 \sum |\mathcal{M}|^2. \quad (2.6)$$

Durch den Faktor K_{12} wird die Mittelung über alle möglichen eingehenden Farbladungen und Helizitäten berücksichtigt. Zusätzlich summiert man das betragsquadrierte Matrixelement über alle einlaufenden Spin- und Farbeinstellungen. Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, integriert man über den gesamten Phasenraum.

2.3 Monte Carlo Simulationen

Um die theoretischen Vorhersagen des Standardmodells tiefgehend zu prüfen, ist man auf experimentelle Funde angewiesen. Solche zu erhalten ist jedoch häufig erschwert, da in der Theorie zumeist Prozesse betrachtet werden, an denen vorallem Quarks und Gluonen teilnehmen. Im Experiment sind jedoch nur Hadronen, also ihre gebundenen Zustände, beobachtbar. Dies bedeutet, dass die bisher wenig verstandene Phasenänderung von perturbativer zu nicht-perturbativer QCD modelliert werden muss.

Eine häufig genutzte Methode um diese Probleme zu behandeln sind Ereignisgeneratoren. Die Idee hinter der Monte Carlo Simulation ist die Teilchenkollision mithilfe zufällig generierter Ereignisse nachzustellen. Dabei skaliert die Unsicherheit der Integration über den Phasenraum unabhängig von der Dimension des Integrals, was einen großen Vorteil der Monte Carlo Methode darstellt. Eine der Grundideen der Monte Carlo Simulation ist es Events in bestimmte Phasen nach charakteristischen Energieskalen aufzuteilen. Schematisch lässt sich dies wie folgt aufteilen [15]:

- 1) Berücksichtigung der Entstehung von schweren und/oder hochenergetischen Teilchen mithilfe passender Matrixelemente bei einer exakten störungstheoretischen Ordnung um beispielsweise Quanteninterferenzen mit einzubeziehen,
- 2) abgestrahlte leichte/masselose Teilchen, wie Gluonen und Photonen, die “weicher” sind und dazu neigen kollinear mit ihren Emittlern den Parton-Shower durchlaufen,
- 3) der mögliche Zerfall instabiler schwerer Teilchen mithilfe weiterer Matrixelemente, die wieder von Parton-Showern umgeben sind um den Phasenraum mehrerer weicher Emissionen im perturbativen System zu füllen,
- 4) Hadronisierung von Quarks und Gluonen, entstandene Hadronen sind möglicherweise wieder instabil,
- 5) ihr Zerfall in im Grunde stabile Hadronen, welche den Detektor erreichen können.

2.3.1 Der SHERPA Ereignisgenerator

SHERPA, “Simulation of High Energy Reactions of Particles”, ist ein Monte Carlo Ereignisgenerator zur Simulation von Teilchenkollisionen mit hohen Schwerpunktsenergien in Teilchenbeschleunigern, der unter anderem an der TU Dresden entwickelt wurde. Er beinhaltet zwei

“tree-level” Matrixelementgeneratoren zur Berechnung von harten Streuprozessen, **AMEGIC++** und **Comix**, sowie einen Phasenraumgenerator **PHASIC++**. Mit **SHERPA** kann jeder Prozess im Standardmodell simuliert werden. Außer dem Standardmodell können noch weitere Modelle neuer Physik verwendet werden. Die Emission von zusätzlichen QCD Partonen aus den Anfangs- und Endzuständen kann mit einem sogenannten *parton shower*-Modell beschrieben werden. Dieses Modell summiert führende Beiträge aus allen Ordnungen der Störungstheorie. In Abb. 2.4 ist eine Kollision bis zum *parton shower* dargestellt. Der gesamte Code für **SHERPA** wurde in **C++** geschrieben.

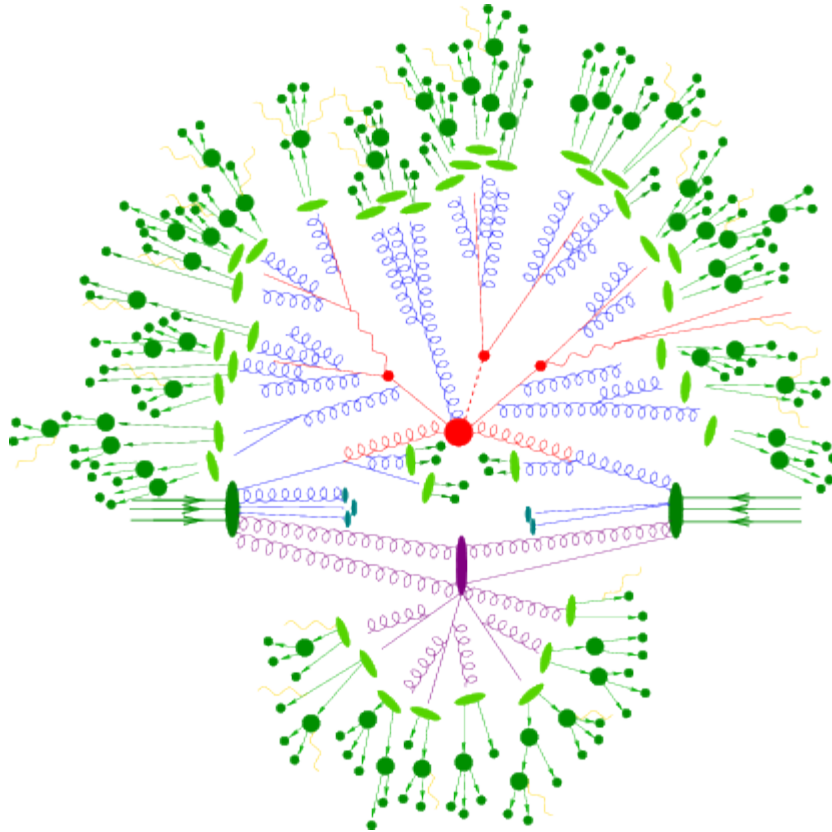


Abbildung 2.4: graphische Darstellung eines $t\bar{t}h$ Events. Auf den harten Streuprozess (roter Kreis) folgt der Zerfall von top-Quark und Higgs-Boson (rote Punkte). Zusätzlich wurde QCD Strahlung erzeugt und eine zweite Reaktion findet statt (violett), bevor die Endzustandspartonen hadronisieren (hellgrün) und diese Hadronen weiter zerfallen (dunkelgrün). Zu jedem Zeitpunkt ist außerdem die Abstrahlung von Photonen möglich (gelb) [10].

3 Analytische Betrachtung der Squark-Antisquarkproduktion

3.1 Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts

Im folgenden wird nur die Produktion von linkshändigen Squark-Antisquarkpaaren betrachtet, da sie für rechtshändige analog erfolgen würde. Der totale Wirkungsquerschnitt wäre für die Betrachtung beider Händigkeiten doppelt so groß, als für die Betrachtung einer. Des weiteren werden im folgen Squark-Antisquarkpaare des gleichen Flavors (z.B. $\tilde{u}\tilde{u}^\dagger$) mit $\tilde{q}\tilde{q}^\dagger$ bezeichnet, da auch nur diese betrachtet werden.

3.1.1 Aufstellen der Feynman-Diagramme und Bestimmen der Matrixelemente

Beim Aufstellen der Feynman Diagramme für die Squark-Antisquarkproduktion muss man die in [4] und [6] vorgestellten MRSSM Feynmanregeln beachten. In der Quantenfeldtheorie ist Ψ ein Operator, der Teilchen vernichtet beziehungsweise Antiteilchen erschafft, genau so wie $\bar{\Psi}^c$. Analog dazu ist $\bar{\Psi}$ der Operator, der Teilchen erschafft und Antiteilchen vernichtet, genau so wie Ψ^c . Davon werden auch die korrekten Bezeichnungen für Feynmanbausteine abgeleitet (Abb. 3.1).

Im folgenden werden die beiden Prozesse, bei denen Squark-Antisquarkpaare im MRSSM produziert werden, getrennt betrachtet. Zuerst wird das Matrixelement für den Prozess $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L\tilde{q}_L^\dagger$ berechnet.

Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark

Für die Entstehung eines Squark-Antisquarkpaares aus einem Quark-Antiquarkpaar gibt es zwei mögliche Produktionskanäle: s und t. In Abb. 3.2 sind die zugehörigen Feynmandiagramme abgebildet. Nur im t-Kanal kommt noch ein weiteres SUSY-Teilchen vor: das Gluino, der fermionische Superpartner des Gluons. Hier zeigt q und $\tilde{q}$ Teilchen im Anfangs-/ Endzustand an, und $\bar{q}$ und $\tilde{q}^\dagger$ Antiteilchen im Anfangs-/ Endzustand.

Für diesen Prozess sind insbesondere die Eigenschaften der Projektionsoperatoren $P_L = \frac{1-\gamma^5}{2}$ und $P_R = \frac{1+\gamma^5}{2}$ wichtig, welche die Anteile linker beziehungsweise rechter Händigkeit aus

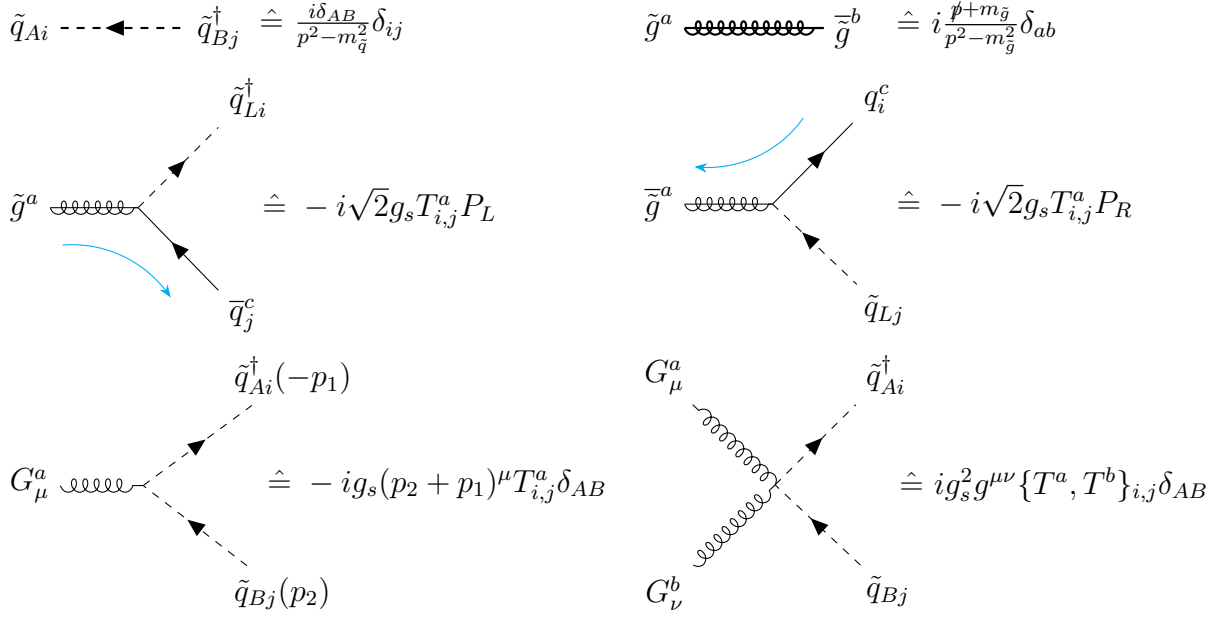


Abbildung 3.1: in dieser Arbeit genutzte MRSSM Feynmanbausteine. Der hellblaue Pfeil gibt die Fermionenflussrichtung an, in dessen entgegengesetzte Richtung man die Matrixelemente aufbaut. Die Pfeilrichtung am Propagator gibt hingegen den Fluss der Fermionenzahl an [7].

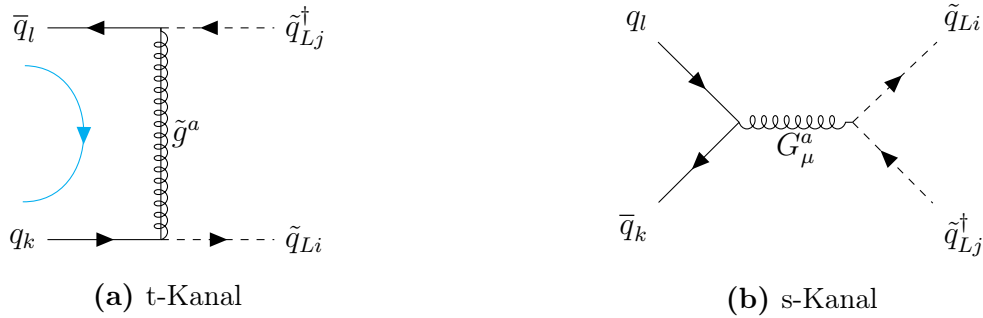


Abbildung 3.2: Feynmandiagramme des Prozesses. Der hellblaue Pfeil gibt die Richtung des Fermionenflusses an.

dem Dirac-Spinor hinaus projizieren. Folgende Relationen der Projektionsoperatoren sowie zwischen Chiralitätsoperator und Dirac-Matrizen γ^{μ} sind nützlich:

$$P_L P_R = 0 \quad \gamma^{\mu} \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^{\mu} \quad \gamma^0 \gamma^0 = 1 \quad \gamma^{\mu} = \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0.$$

Aus den Feynman-Bausteinen für das MRSSM ergeben sich hier zwei Diagramme: ein t-Kanal und ein s-Kanal Diagramm. Hier wird nur beispielhaft die Rechnung des t-Kanal Elements betrachtet. Für andere Kanäle wird lediglich das Ergebnis notiert, die vollständige Rechnung findet sich in Anhang A.1.1.

Rechnung für den t - Kanal

Aus dem Diagramm 3.2a folgt: $q^2 = t = (p_1 - p_3)^2$.

$$\mathcal{M}_t = \bar{v}(p_2)(-i\sqrt{2}g_s T_{i,k}^a P_L) \frac{i(\not{q} + m_{\tilde{g}})}{q^2 - m_{\tilde{g}}^2} \delta_{ab} (-i\sqrt{2}g_s T_{l,j}^b P_R) u(p_1) \quad (3.1)$$

$$-i\mathcal{M}_t = -\frac{2g_s^2}{q^2 - m_{\tilde{g}}^2} T_{i,k}^a T_{l,j}^a \bar{v}(p_2) P_L (\not{q} + m_{\tilde{g}}) P_R u(p_1) \quad (3.2)$$

Durch Umformung des hinteren Teils wird deutlich, dass die Gluinomasse nicht in den Zähler des Matrixelements mit eingeht:

$$\begin{aligned} P_L (\not{q} + m_{\tilde{g}}) P_R &= \frac{1}{4} ((1 - \gamma^5) \gamma^\mu q_\mu (1 + \gamma^5)) \\ &= P_L \gamma^\mu q_\mu. \end{aligned}$$

Damit lässt sich nun einfacher das Betragsquadrat bilden:

$$|\mathcal{M}_t|^2 = \frac{4g_s^4}{(t - m_{\tilde{g}}^2)^2} T_{i,k}^a T_{l,j}^a (T_{i,k}^b T_{l,j}^b)^* \bar{v}(p_2) P_L \gamma^\mu q_\mu u(p_1) (\bar{v}(p_2) P_L \gamma^\nu q_\nu u(p_1))^*. \quad (3.3)$$

Da der hintere Teil nur ein Skalar ist, kann man die komplexe Konjugation durch eine hermitesche ersetzen. Mit $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} (\bar{v}(p_2) P_L \gamma^\nu q_\nu u(p_1))^* &= (v^\dagger(p_2) \gamma^0 P_L \gamma^\nu q_\nu u(p_1))^\dagger = (v^\dagger(p_2) \gamma^0 P_L \gamma^\nu q_\nu \gamma^0 \gamma^0 u(p_1))^\dagger \\ &= \bar{u}(p_1) P_L \gamma^\nu q_\nu v(p_2). \end{aligned}$$

So kann man im nächsten Schritt auf das summierte betragsquadrierte Matrixelement ‘‘Casimirs Trick’’ [2] anwenden.

$$|\mathcal{M}_t|^2 = \frac{4g_s^4}{(t - m_{\tilde{g}}^2)^2} T_{k,i}^b T_{i,k}^a T_{j,l}^b T_{l,j}^a \bar{v}(p_2) P_L \gamma^\mu q_\mu u(p_1) \bar{u}(p_1) P_L \gamma^\nu q_\nu v(p_2) \quad (3.4)$$

Um den Wirkungsquerschnitt berechnen zu können, summiert man über alle möglichen Spineinstellungen ($s = \pm \frac{1}{2}$) sowie Farbladungen ($a = 1 \dots 8$) für jedes einlaufende und auslaufende Teilchen. Damit vereinfacht man die Ausdrücke, welche 4x4 Matrizen enthalten, zu einfachen Spurberechnungen.

$$\begin{aligned} &\sum_{i,j,k,l=1}^3 \sum_{a,b=1}^8 \sum_{s=\pm \frac{1}{2}} |\mathcal{M}_t|^2 \\ &= \frac{4g_s^4}{(t - m_{\tilde{g}}^2)^2} \sum_{Farbe} T_{k,i}^b T_{i,k}^a T_{j,l}^b T_{l,j}^a \sum_{s_2} \bar{v}(p_2) P_L \gamma^\mu q_\mu \sum_{s_1} u(p_1) \bar{u}(p_1) P_L \gamma^\nu q_\nu v(p_2) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Die Gell-Mann-Matrizen T^a , $a=1\dots 8$, eine mögliche Darstellung der $SU(3)$, sind acht hermitesche Generatoren. Es gilt $\text{Tr}(T^a T^b) = \frac{1}{2}\delta_{ab}$. Somit kann man einfach über die Farbladungen summieren:

$$\sum_{\text{Farbe}} T_{k,i}^b T_{i,k}^a T_{j,l}^b T_{l,j}^a = \sum_{a,b=1}^8 \text{Tr}(T^b T^a) \text{Tr}(T^b T^a) = \sum_{a,b=1}^8 \left(\frac{1}{2}\delta_{ab}\right)^2 = 2. \quad (3.6)$$

Um über alle möglichen Spins zu summieren nutzt man den oben genannten “Trick” und die Vollständigkeitsrelation $\sum_{\text{Spins}} u(p)\bar{u}(p) = \not{p} + m$ beziehungsweise $\sum_{\text{Spins}} v(p)\bar{v}(p) = \not{p} - m$.

$$\sum_{s_2} \bar{v}(p_2) P_L \not{q} \sum_{s_1} u(p_1) \bar{u}(p_1) P_L \not{q} v(p_2) = \text{Tr}(P_L \not{q} (\not{p}_1 + m_q) P_L \not{q} (\not{p}_2 + m_q)) \quad (3.7)$$

Nun lässt sich das summierte betragsquadierte Matrixelement recht einfach berechnen. Da die Quarkmassen gegenüber der Impulse der Teilchen sehr klein sind, kann man sie in der Rechnung vernachlässigen. Es ist nützlich folgende Relationen für Produkte von γ -Matrizen zu kennen [2]:

$$g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = 4 = \gamma_\mu \gamma^\mu \quad \gamma_\mu \not{a} \not{b} \gamma^\mu = 4a \cdot b \quad \text{Tr}(\gamma_\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \\ \text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}).$$

Weiterhin ist die Spur einer ungeraden Anzahl von γ -Matrizen gleich Null [2]. Damit:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} |\mathcal{M}_t|^2 = \frac{8g_s^4}{(t - m_g^2)^2} \text{Tr}(P_L \not{q} \not{p}_1 P_L \not{q} \not{p}_2) \quad (3.8)$$

$$= \frac{4g_s^4}{(t - m_g^2)^2} \text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\sigma \gamma^\nu \gamma^\rho) q_\mu p_{1,\sigma} q_\nu p_{2,\rho} \\ = \frac{4g_s^4}{(t - m_g^2)^2} 4((q \cdot p_1)(q \cdot p_2) - q^2(p_1 \cdot p_2) + (q \cdot p_1)(q + p_2)). \quad (3.9)$$

Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu berechnen, ist es nützlich das Matrixelement in Mandelstamvariablen auszudrücken. Diese sind voneinander abhängig. Da die Quarkmasse vernachlässigt werden kann, folgt: $s + t + u = 2m_q^2$, da $p^2 = m^2$.

$$s = 2p_1 p_2 = 2m_q^2 + 2p_3 p_4 \\ t = m_q^2 - 2p_1 p_3 = m_q^2 - 2p_2 p_4 \\ u = m_q^2 - 2p_1 p_4 = m_q^2 - 2p_2 p_3$$

$$\begin{aligned}
\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} |\mathcal{M}_t|^2 &= \frac{4g_s^4}{(t - m_g^2)^2} 4((q \cdot p_1)(q \cdot p_2) - q^2(p_1 \cdot p_2) + (q \cdot p_1)(q + p_2)) \\
&= \frac{8g_s^4}{(t - m_g^2)^2} (tu - m_q^4).
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Weitere Ergebnisse

Das Matrixelement für den s-Kanal lautet:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} |\mathcal{M}_s|^2 = \frac{16g_s^4}{s^2} (tu - m_q^4). \tag{3.11}$$

Aus den Interferenztermen erhält man:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} (\mathcal{M}_s \mathcal{M}_t^* + \mathcal{M}_t \mathcal{M}_s^*) = -\frac{16}{3} \frac{g_s^4}{s(t - m_g^2)} (tu - m_q^4) \tag{3.12}$$

Gesamtes Matrixelement

Wenn man nun die vorherigen Ergebnisse aufsummiert, erhält man das gesamte summierte betragsquadrierte Matrixelement. Dies ist direkt proportional zum differentiellen Wirkungsquerschnitt für den entsprechenden Prozess. Das Summenzeichen steht für die Summation über Farbe und Spin.

$$\sum |\mathcal{M}|^2 (q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = 8g_s^4 \left(\frac{1}{(t - m_g^2)^2} + 2\frac{1}{s^2} - \frac{2}{3} \frac{1}{s(t - m_g^2)} \right) (tu - m_q^4) \tag{3.13}$$

Gluon - Gluon zu Squark - Antisquark

Wenn externe Gluonen am Prozess teilnehmen, muss man für das summierte betragsquadrierte Matrixelement über Polarisationsvektoren der Gluonen summieren. Für ein externes Gluon kann man die Ersetzung machen, die auch für Photonen gilt: $\sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}(\lambda) \epsilon_{\nu}^*(\lambda) \rightarrow -g_{\mu\nu}$, wobei $\lambda = \pm 1$ einem Helizitätszustand entspricht. Die Ersetzung kann man aus dem Tensorprodukt der Einheitsvektoren in 3D herleiten: $\sum_{i=x,y,z} \vec{e}_i \otimes \vec{e}_i = \mathbb{1}_{3 \times 3}$, und kann als Analogon dazu im Minkowski Raum betrachtet werden. Mit dieser Ersetzung summiert man über unphysikalische Freiheitsgrade (im allgemeinen den 0. und 3.), für Photonen und einzelne externe Gluonen heben sich diese Terme jedoch weg.

Für zwei oder mehr externe Gluonen funktioniert dies jedoch nicht, da sich hier die Terme der unphysikalischen Freiheitsgrade nicht wegheben. Wenn man diese Ersetzung trotzdem verwendet, muss man am Ende die unphysikalischen Freiheitsgrade wieder abziehen, indem man Diagramme mit fiktionalen "Geist"-Teilchen (Faddejew-Popow-Geister) mit einbezieht [1]. Man nimmt einen zusätzlichen Anfangszustand mit zwei Geistteilchen an, aus denen auch ein Squark-Antisquarkpaar entsteht.

Gluonen sind identische Teilchen, Geistteilchen jedoch nicht. Aus Symmetriegründen muss das Korrekturlement für Geistteilchen deshalb 2 mal abgezogen werden.

Für den Prozess $GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ gibt es vier verschiedene Feynmandiagramme (auf niedrigster Ordnung). Zusätzlich gibt es noch ein Diagramm mit Geistteilchen (Abb. 3.3e). Für die Berechnung der Matrixelemente werden auch MRSSM-Feynmanbausteine aus [4] und [6] verwendet.

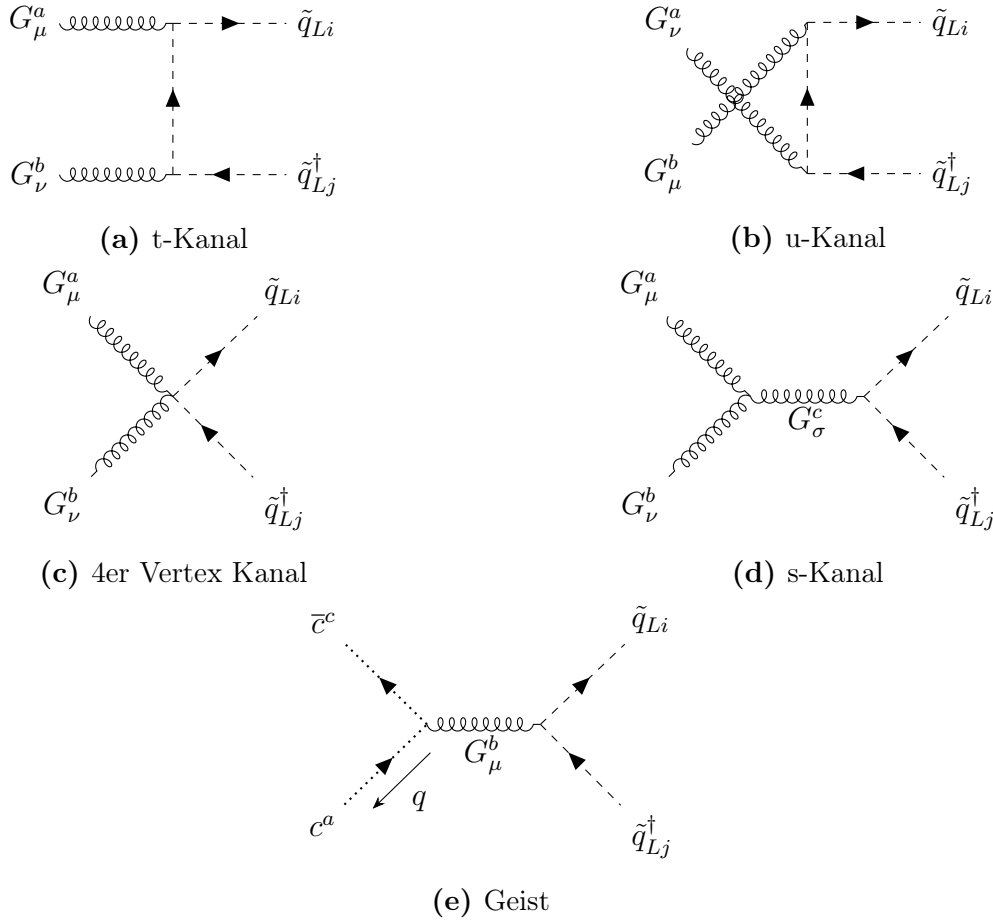


Abbildung 3.3: Feynmandiagramme des Prozesses

Die Berechnung verläuft im wesentlichen wie die der Matrixelemente des Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark Prozesses. Deshalb werden hier nur Ergebnisse notiert und die vollständige Rechnung befindet sich in Anhang A.1.2.

Es ergeben sich die summierten Matrixelemente für t- und u-Kanal:

$$\sum |\mathcal{M}_t|^2 = \frac{64}{3} \frac{g_s^4}{(t - m_{\tilde{q}}^2)^2} (t + m_{\tilde{q}}^2)^2, \quad (3.14)$$

$$\sum |\mathcal{M}_u|^2 = \frac{64}{3} \frac{g_s^4}{(u - m_{\tilde{q}}^2)^2} (u + m_{\tilde{q}}^2)^2. \quad (3.15)$$

Der Interferenzterm für t- und u-Kanal lautet:

$$\sum -i\mathcal{M}_t i\mathcal{M}_u^* + \sum -i\mathcal{M}_u i\mathcal{M}_t^* = -\frac{4}{3} \frac{g_s^4}{(t - m_q^2)(u - m_q^2)} (2m_q^2 + t + u)^2. \quad (3.16)$$

Man erhält diese summierte Matrixelement für den 4er Vertex:

$$\sum |\mathcal{M}_4|^2 = \frac{112}{3} g_s^4. \quad (3.17)$$

Somit erhält man die Interferenzterme aus 4er Vertex und t-/u-Kanal:

$$\sum \mathcal{M}_4 \mathcal{M}_t^* + \sum \mathcal{M}_t \mathcal{M}_4^* = -\frac{14}{3} \frac{g_s^4}{t - m_q^2} (6t + 2u + s) \quad (3.18)$$

$$\sum \mathcal{M}_4 \mathcal{M}_u^* + \sum \mathcal{M}_u \mathcal{M}_4^* = -\frac{14}{3} \frac{g_s^4}{u - m_q^2} (6u + 2t + s). \quad (3.19)$$

Das summierte Matrixelement für den s-Kanal lautet:

$$\sum |\mathcal{M}_s|^2 = 6 \frac{g_s^4}{s^2} (32m_q^4 - 26tu - 3(u^2 + t^2)). \quad (3.20)$$

Es existiert kein Interferenzterm zwischen s-Kanal und 4er Vertex.

Der Interferenzterm zwischen s-Kanal und t-/u-Kanal lautet wie folgt:

$$\sum \mathcal{M}_s \mathcal{M}_t^* + \sum \mathcal{M}_t \mathcal{M}_s^* = -6 \frac{g_s^4}{s(t - m_q^2)} (4t^2 + s^2 + 8m_q^2 u - 12m_q^4), \quad (3.21)$$

$$\sum \mathcal{M}_s \mathcal{M}_u^* + \sum \mathcal{M}_u \mathcal{M}_s^* = -6 \frac{g_s^4}{s(u - m_q^2)} (4u^2 + s^2 + 8m_q^2 t - 12m_q^4). \quad (3.22)$$

Das summierte Matrixelement für das Geist-Diagramm ist:

$$\sum |\mathcal{M}_c|^2 = 3 \frac{g_s^4}{s^2} (u - t)^2. \quad (3.23)$$

Gesamtes Matrixelement

Wie vorher erwähnt, wird aus Symmetriegründen das Korrekturlement für Geistteilchen zweimal abgezogen. Damit ist das Matrixelement des Prozesses also:

$$\begin{aligned} \sum |\mathcal{M}|^2 (GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = 2g_s^4 \left[24 \left(1 - 2 \frac{(t - m_q^2)(u - m_q^2)}{s^2} \right) - \frac{8}{3} \right] \\ \left[1 - 2 \frac{sm_q^2}{(t - m_q^2)(u - m_q^2)} \left(1 - \frac{sm_q^2}{(t - m_q^2)(u - m_q^2)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

3.1.2 Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Der Wirkungsquerschnitt in Mandelstam Variablen

Um den totalen Wirkungsquerschnitt der partonischen Kollision zu bestimmen, muss zuerst eine Koordinatentransformation des differentiellen Wirkungsquerschnitts hin zu Mandelstam Variablen durchgeführt werden.

Mit

$$t = (p_1 - p_3)^2 = -2(|\vec{p}_1|\sqrt{m_3^2 + |\vec{p}_3|^2} - |\vec{p}_1||\vec{p}_3|\cos(\theta)) + m_3^2 \quad (3.25)$$

$$u = (p_1 - p_4)^2 = -2(|\vec{p}_1|\sqrt{m_3^2 + |\vec{p}_3|^2} + |\vec{p}_1||\vec{p}_3|\cos(\theta)) + m_3^2 \quad (3.26)$$

und

$$d|\vec{p}_3|d\cos(\theta) = \frac{E_3 E_4}{4|\vec{p}_1|^2 |\vec{p}_3|^2 (E_3 + E_4)} du dt \quad (3.27)$$

kann man die Integration über das Flächenelement in Mandelstamvariablen umschreiben zu

$$\int d\Phi_2 = \frac{1}{4s} \frac{1}{2\pi} \int du dt \Theta(tu - m_q^4) \delta(s + t + u - 2m_q^2) \Theta(s - 4m_q^2) \quad (3.28)$$

Die Grenzbedingung $tu \geq m_q^4$ folgt aus der Koordinatentransformation der Raumwinkelintegration. Zusätzlich ist die Bedingung $s \geq 4m_q^2$ zu setzen, da sonst nicht die notwendige Schwerpunktsenergie erreicht wird, um ein Squark-Antisquarkpaar zu produzieren. Damit kann nun der differentielle Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Mandelstamvariablen geschrieben werden:

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \frac{1}{16\pi s^2} K_{12} \sum |\mathcal{M}|^2 \Theta(tu - m_q^4) \Theta(s - 4m_q^2) \delta(s + t + u - 2m_q^2) \quad (3.29)$$

Um den totalen Wirkungsquerschnitt zu berechnen, muss die Integration ausgeführt werden. Aufgrund der Delta-Distribution sind die Variablen in der Integration nicht unabhängig und die Integration über u fällt weg. Die Grenzbedingungen sind in der Heaviside-Distribution festgehalten. Der totale Wirkungsquerschnitt lässt sich so schreiben als:

$$\sigma = \frac{1}{16\pi s^2} K_{12} \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt \sum |\mathcal{M}(t)|^2 \Theta(s - 4m_q^2), \quad (3.30)$$

$$t_{min/max} = m_q^2 - \frac{s}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4m_q^2}{s}} \right).$$

Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark

Um Integrieren zu können, muss man auch das summierte betragsquadrierte Matrixelement nur in Abhängigkeit von t verwenden.

$$\sum |\mathcal{M}(t)|^2 (q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = 8g_s^4 (t(2m_{\tilde{q}}^2 - s - t) - m_{\tilde{q}}^4) \left(\frac{1}{(t - m_{\tilde{g}}^2)^2} + 2\frac{1}{s^2} - \frac{2}{3} \frac{1}{s(t - m_{\tilde{g}}^2)} \right) \quad (3.31)$$

Der K_{12} Faktor für Quark-Antiquark Anfangszustände beträgt $\frac{1}{36}$ [4]. Damit beträgt der totale Wirkungsquerschnitt für den Prozess Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$:

$$\sigma(q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = \frac{g_s^4}{216\pi s} \left[\left(\frac{2m_-^2}{s} - 5 + \beta^2 \right) \beta + \left(\frac{2m_-^4}{s^2} + \frac{2m_{\tilde{g}}^2 - 6m_-^2}{s} - 3 \right) L \right], \quad (3.32)$$

wobei: $m_-^2 = m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{q}}^2$, $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_{\tilde{q}}^2}{s}}$,

$$L = \ln \left(\frac{2m_-^2 + s(1 - \beta)}{2m_-^2 + s(1 + \beta)} \right).$$

Gluon-Gluon zu Squark-Antisquark

Das summierte betragsquadrierte Matrixelement in Abhängigkeit von t für den Prozess Gluon-Gluon zu Squark-Antisquark lautet:

$$\sum |\mathcal{M}(t)|^2 (GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = 2g_s^4 \left[\frac{64}{3} - \frac{48(m_{\tilde{q}}^2 - t)(s + t - m_{\tilde{q}}^2)}{s^2} \right] \left[1 + \frac{2m_{\tilde{q}}^2 s (m_{\tilde{q}}^4 - 2m_{\tilde{q}}^2 t + t(s + t))}{(m_{\tilde{q}}^2 - t)^2 (t + s - m_{\tilde{q}}^2)^2} \right]. \quad (3.33)$$

Für zwei Gluonen im Anfangszustand beträgt der K_{12} Faktor $\frac{1}{256}$ [4]. Damit beträgt der totale Wirkungsquerschnitt für den Prozess Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$:

$$\sigma(GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger) = \frac{g_s^4}{32\pi s} \left[\left(\frac{5}{24} + \frac{31m_{\tilde{q}}^2}{12s} \right) \beta + \left(\frac{m_{\tilde{q}}^4}{3s^2} + \frac{4m_{\tilde{q}}^2}{3s} \right) \ln \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \right], \quad (3.34)$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_{\tilde{q}}^2}{s}}.$$

3.2 Analytische Auswertung der partonischen Squark-Antisquarkproduktion

3.2.1 Der totale Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit verschiedener Parameter

Mit den Gleichungen (3.32) und (3.34) kann man nun für verschiedene Schwerpunktsenergien sowie Squark- und Gluinomassen den totalen Wirkungsquerschnitt der partonischen Kollision bestimmen. Gerade bei großen Schwerpunktsenergien handelt es sich hier jedoch lediglich um Referenzwerte, da partonische Kollisionen mit diesen Schwerpunktsenergien wenig realistisch sind. In Proton-Proton Kollisionen, wie sie beispielsweise am LHC stattfinden, haben die Teilchen der partonischen Kollision nur einen Teil der Schwerpunktsenergie der hadronischen Kollision, da nur ein Bruchteil des Impulses der Protonen auf sie übertragen wird.

Die Kopplungskonstante $g_s = \sqrt{\alpha_s 4\pi}$ wird in Abhängigkeit von der zugehörigen Energieskala, hier der Squarkmasse, berechnet. Um die Rechnung mit der späteren Simulation von SHERPA vergleichbar zu machen, wird das von SHERPA verwendete $\alpha_s(m_{\tilde{q}}=1500 \text{ GeV})=0,0943885$ auch hier genutzt. Diesen Wert für α_s erhält man durch den Wert von $\alpha_s=0,135$ bei der Z-Bosonenmasse $m_Z=91.1876 \text{ GeV}$ über ein Laufen der Kopplung mit 6 Flavour auf 1 Schleifenordnung, was von SHERPA ausgeführt wird. Der Eingabewert $\alpha_s=0,135$ wurde aus dem PDF-Set LHAPDF6 MMHT2014lo68cl [17] entnommen. Der Einsatz von PDFs wird in Kap. 4.2 näher erläutert. Die Kopplungskonstante α_s ist damit klein genug, dass der Wirkungsquerschnitt rein perturbativ berechnet werden kann. Die Berechnung von α_s anhand verschiedener Energieskalen ist in Gl. (3.35) dargestellt.

σ in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie

In Abb. 3.4 wird der totale Wirkungsquerschnitt für beide Prozesse in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie verglichen. Für die Squarkmasse werden 1500 GeV angenommen, für die Gluinomasse 1000 GeV.

Tabelle 3.1: totale Wirkungsquerschnitte in fb für verschiedene $\sqrt{s}$

Prozess	$\sigma(13 \text{ TeV})$	σ_{max}
$q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$	52,5 fb	131,4 fb bei 5033 GeV
$GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$	5,1 fb	26,7 fb bei 3438 GeV

Wie man in Abb. 3.4 erkennen kann, folgen die Funktionen beider Prozesse näherungsweise dem gleichen Verlauf. Für eine Schwerpunktsenergie kleiner als zwei Squarkmassen ist der

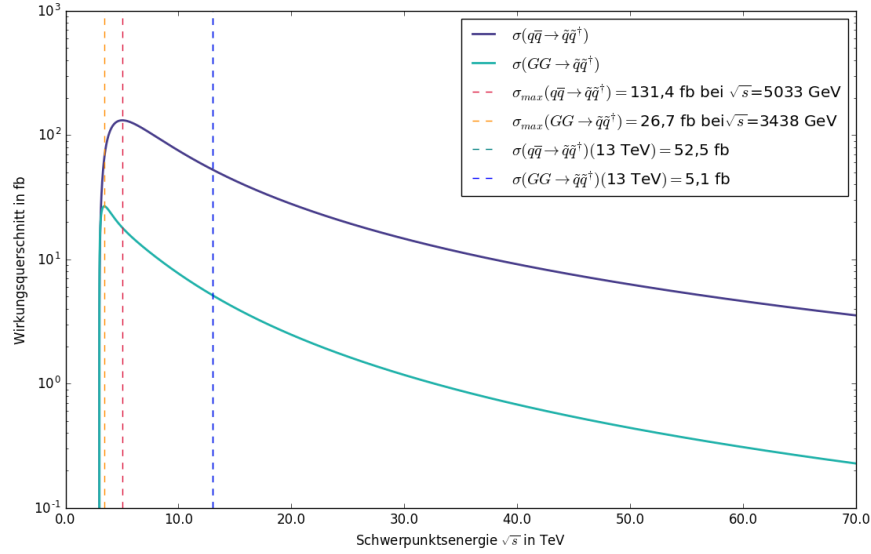


Abbildung 3.4: Vergleich der Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$

Wirkungsquerschnitt für beide Prozesse gleich Null: um ein Squark-Antisquarkpaar zu produzieren, muss mindestens die Energie, die ihren Massen entspricht, aufgebracht werden. Ab einer Schwerpunktsenergie von zwei Squarkmassen steigt der Wirkungsquerschnitt beider Prozesse stark an und das Maximum ist schon bei einer Schwerpunktsenergie von deutlich unter 10 TeV erreicht. Danach fallen beide langsam ab und zeigen für große Schwerpunktsenergien ein asymptotisches Verhalten gegen Null, sie fallen also mindestens mit $\frac{1}{s}$. Dies kann man aus der Struktur beider Gleichungen (3.32) und (3.34) schnell erkennen und sollte auch so sein, da Wirkungsquerschnitte im allgemeinen für hohe Schwerpunktsenergien mit $\frac{1}{s}$ abfallen (Kap. 2.2).

Der Prozess $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L\tilde{q}_L^\dagger$ hat durchgängig den größeren Wirkungsquerschnitt. Auch erreicht der Wirkungsquerschnitt für $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L\tilde{q}_L^\dagger$ bei einer größeren Schwerpunktsenergie sein Maximum als der Wirkungsquerschnitt für $GG \rightarrow \tilde{q}_L\tilde{q}_L^\dagger$.

σ in Abhängigkeit der Massenparameter

Da die Squark- und Gluinomasse nicht fest ist, sondern nur ein Schätzwert, in deren Bereich die tatsächlichen Massen zu erwarten wären (sollte das MRSSM sich als passende Erweiterung des Standardmodells herausstellen), lohnt es sich das Verhalten des totalen Wirkungsquerschnitts bei Änderung der Massen zu betrachten. Wie zu erwarten, wird für beide Prozesse der Wirkungsquerschnitt größer, je kleiner die Massen sind. Je schwerer die produzierten Teilchen sind, desto geringer ist bei gleichbleibender Schwerpunktsenergie ihre Produktion. Deshalb sinkt der Wirkungsquerschnitt entsprechend auf Null, sobald die Massen die entsprechende Schwerpunktsenergie überschreiten. In Übereinstimmung mit den vorherigen Erkenntnissen sind bei geringerer Schwerpunktsenergie größere Wirkungsquerschnitte möglich, allerdings sinken sie

dann auch schneller auf Null.

Da die Kopplungskonstante α_s von der jeweiligen Energieskala des Prozesses abhängig ist, muss sie an die veränderten Massen angepasst werden. Dafür wurde folgende Gleichung verwendet [3]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(m_{\tilde{q}})}{1 + \frac{\alpha_s(m_{\tilde{q}})}{4\pi} \beta_0 \text{Log}(\frac{Q^2}{m_{\tilde{q}}^2})} \quad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3} N_f \quad (3.35)$$

Dabei ist Q^2 die neue Energieskala, $\alpha_s(m_{\tilde{q}})$ das vorher genutzte $\alpha_s=0.0943885$ und N_f die Anzahl der darunter fallenden Quarks, also 6. Diese Formel beschreibt das 1-Schleifenlaufen mit 6 Flavours, das in Kap. 3.2.1 besprochen wurde.

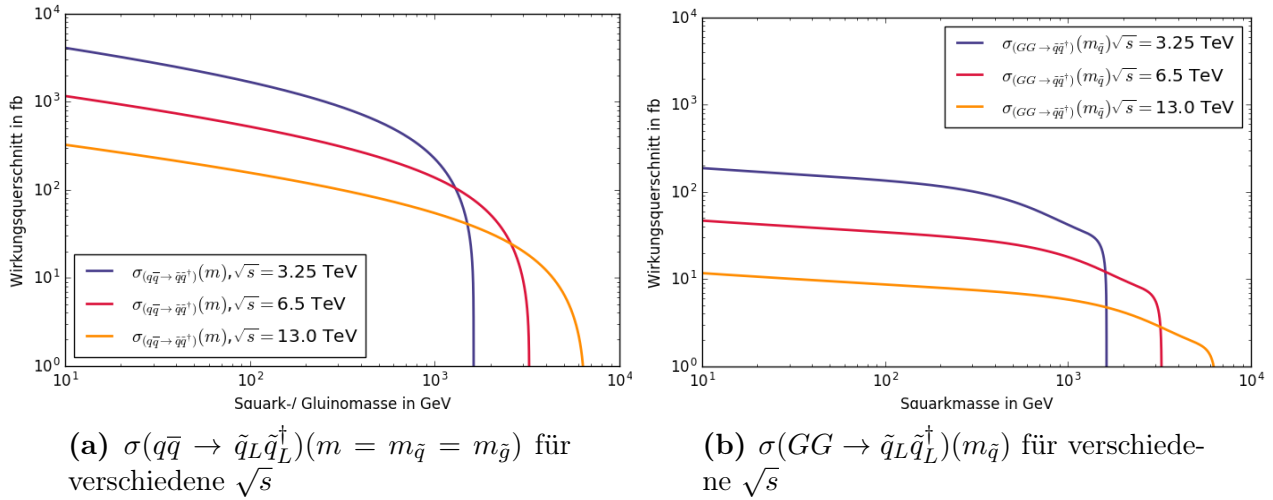


Abbildung 3.5: σ in Abhängigkeit der Massenparameter

Während der Wirkungsquerschnitt des Prozesses $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ von Squark- und Gluinomasse abhängt, so hängt der Wirkungsquerschnitt von $GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ nur von der Squarkmasse ab.

3.2.2 Der differentielle Wirkungsquerschnitt in verschiedenen Observablen

Oft ist es sinnvoll, den differentiellen Wirkungsquerschnitt nicht in den Mandelstamvariablen zu betrachten, sondern in anderen Observablen, die mehr über das potentielle Verhalten der Teilchen in einem Detektor aussagen. Aufgrund des häufig zylindrischen Aufbaus von Detektoren wird in Collider-Experimenten auch ein zylindrisches Koordinatensystem verwendet. Deshalb sind zum Beispiel der Transversalimpuls p_T und die Pseudorapidität η als Observablen geeignet:

p_L bezeichnet den Longitudinalimpuls, θ ist der Polarwinkel (also der Winkel unter dem das

$$\begin{aligned} p_T &= |\vec{p}| \sin(\theta) \\ p_L &= |\vec{p}| \cos(\theta) \end{aligned} \quad \eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p + p_L}{p - p_L} \right) = -\ln \left[\tan \left(\frac{\theta}{2} \right) \right].$$

Teilchen gestreut wird) und p der 3er Impuls des auslaufenden Teilchens. Die Pseudorapidität hängt damit nur noch von Polarwinkel θ ab, und nicht mehr von Masse, Impulsbetrag oder Energie des Teilchens.

Um den differentiellen Wirkungsquerschnitt in p_T und η zu bestimmen, muss eine Koordinatentransformation durchgeführt werden. Die Rechnung dazu befindet sich in Anhang A.2. Der transformierte differentielle Wirkungsquerschnitt lautet dann jeweils:

$$\frac{d\sigma}{dp_T} = \frac{1}{16\pi s^2} K_{12} \sum |\mathcal{M}(t(p_T))|^2 \frac{2p_T}{\sqrt{\frac{-p_T^2 - m_{\tilde{q}}^2}{s} + \frac{1}{4}}} \quad (3.36)$$

$$\frac{d\sigma}{d\eta} = \frac{1}{16\pi s^2} K_{12} \sum |\mathcal{M}(t(\eta))|^2 (-|\vec{p}_1| |\vec{p}_3| (\cos(4 \arctan(e^{-\eta})) - 1)) \quad (3.37)$$

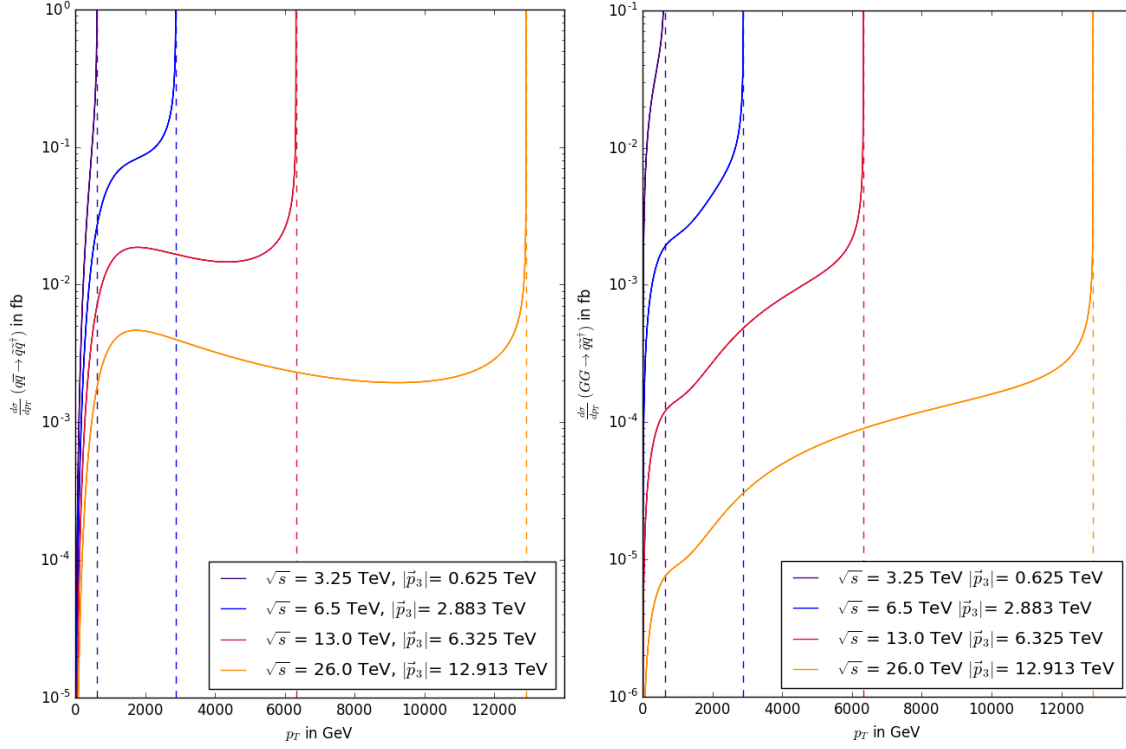
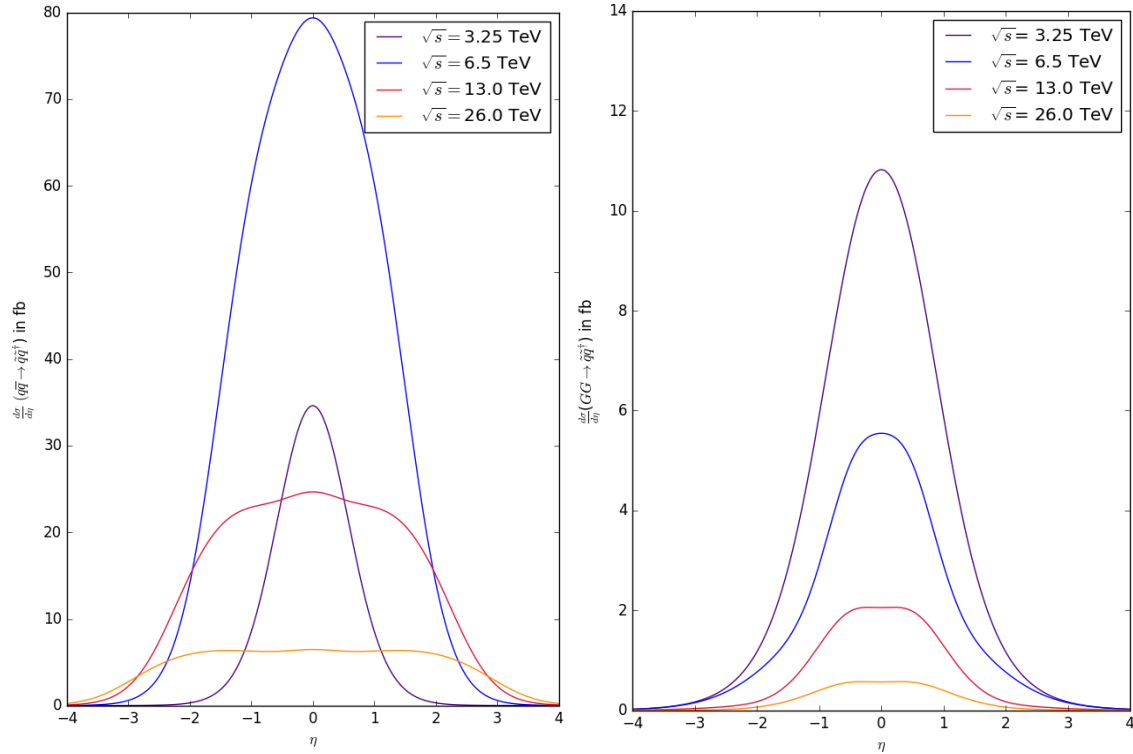
$$\text{mit: } t(p_T) = \frac{2m_{\tilde{q}}^2 - s}{2} - s \sqrt{\frac{-p_T^2 - m_{\tilde{q}}^2}{s} + \frac{1}{4}}$$

$$t(\eta) = -2|\vec{p}_1| \left(\sqrt{m_{\tilde{q}}^2 + |\vec{p}_3|^2} - |\vec{p}_3| \cos(2 \arctan(e^{-\eta})) \right) + m_{\tilde{q}}^2$$

Da man bei Proton-Proton Kollisionen nicht entscheiden kann, welches der (Anti-) Teilchen aus welchem Proton stammt, kann man auch nicht sagen, zu welchem auslaufendem (Anti-) Teilchen welcher auslaufender Impuls gehört. Deshalb muss das Matrixelement für den $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ Prozess noch einmal in t und u getauscht und hinzuaddiert werden, um eine zur Strahlachse symmetrische Verteilung in η zu erhalten. Das ist physikalisch sinnvoll, wenn man für den Prozess keine Richtung auszeichnen kann. Das Matrixelement für diesen Prozess setzt sich also wie folgt zusammen: $|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}(t)|^2 + |\mathcal{M}(u)|^2$. Damit wäre der totale Wirkungsquerschnitt doppelt so groß wie der in Gl. (3.32) bestimmte. Um zu Gl. (3.32) zu gelangen, musste jedoch auch einmal eine Richtung festgelegt werden.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt wurde für verschiedene Schwerpunktsenergien betrachtet. Um später die differentiellen Wirkungsquerschnitte besser mit den Ergebnissen von **SHERPA** vergleichen zu können, werden unnormierte Wirkungsquerschnitte betrachtet.

In Abb. 3.7 ist $\frac{d\sigma}{dp_T}$ über p_T dargestellt. Für beide Prozesse ergeben sich die gleichen $p_{Tmax} = |\vec{p}_3|$ zu den jeweiligen Schwerpunktsenergien. In Übereinstimmung mit Kap. 3.2.1 wird der Wirkungsquerschnitt kleiner für größer werdende $\sqrt{s}$. Für den Prozess $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ bildet sich für große $\sqrt{s}$ ein lokales Maximum heraus, für $GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ jedoch nicht.

Abbildung 3.7: Transversalimpuls für verschiedene $\sqrt{s}$ Abbildung 3.8: Pseudorapidität für verschiedene $\sqrt{s}$

In Abb. 3.8 ist $\frac{d\sigma}{d\eta}$ über η dargestellt. Für beide Prozesse ist eine symmetrische Verteilung erkennbar. Würde man für $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ nicht noch einmal das in t und u getauschte Matrixelement einbeziehen, so wäre die Verteilung über η nicht achsensymmetrisch um Null, sondern

das Maximum wäre in die positive Richtung verschoben, und würde sich mit veränderten Schwerpunktsenergien weiter verschieben. Damit würde deutlich, das man für den Prozess eine Richtung auszeichnet. Für den betrachteten Streuprozess, bei dem man keine Richtung für $\tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ ausweisen kann, wäre dies aber nicht physikalisch. Das Matrixelement für $GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ ist in t und u symmetrisch, deshalb ist es auch die Verteilung für η . Bei $\eta=0$ könnte man nicht mehr zwischen t und u unterscheiden ($\cos(\theta)$ in Gl. (3.25) wird Null) und die Teilchen würden senkrecht zur Strahlachse abgestrahlt werden.

Die Verteilungen beider Prozesse haben für kleine Schwerpunktsenergien ein globales Maximum bei η gleich Null. Für große $\sqrt{s}$ bilden sich für den $GG \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ Prozess zwei lokale zu $\eta = 0$ symmetrische Maxima heraus. Auch dies lässt sich mit der symmetrischen Struktur des Matrixelements in t und u begründen. Bei der Verteilung für $q\bar{q} \rightarrow \tilde{q}_L \tilde{q}_L^\dagger$ bilden sich für große $\sqrt{s}$ drei lokale Maxima, von denen Eines bei $\eta = 0$ liegt und die anderen beiden dazu symmetrisch liegen.

4 Squark-Antisquarkproduktion in SHERPA

SHERPA ist ein Monte Carlo Ereignisgenerator, mit dem man Teilchenkollisionen zu bestimmten Schwerpunktsenergien simulieren kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurden partonische und hadronische Kollisionen betrachtet, bei denen Squark-Antisquarkpaare entstehen könnten. SHERPA geht ähnlich zur hier gemachten analytischen Rechnung vor: es bestimmt die Matrixelemente eines Prozesses in einer vorgegebenen störungstheoretischen Ordnung und damit die Phasenraumintegrale. Weitergehende Prozesse wie die Hadronisierung der Teilchen lassen sich auch mit SHERPA simulieren, sind aber nicht Teil dieser Arbeit.

Um einen Prozess in SHERPA zu simulieren, übergibt man eine sogenannte *Run card*. In dieser werden die Parameter des Prozesses festgelegt, wie z.B. Schwerpunktsenergie, Teilchen der Kollisionen und Anzahl der betrachteten Events. Ein Beispiel dazu befindet sich in Anhang A.3.

Außerdem ist es möglich direkt die Ergebnisse analysieren zu lassen, um beispielsweise differentielle Verteilungen zu betrachten. Dazu wurde in dieser Arbeit das Analysewerkzeug **Rivet** verwendet [18]. Analysen in **Rivet** werden in C++ geschrieben. Ein Beispiel für eine solche Analyse, wie sie in dieser Arbeit verwendet wurde, befindet sich in Anhang A.4.

Für alle Simulationen wurde eine Squarkmasse von 1500 GeV und eine Gluinomasse 1000 GeV angenommen.

4.1 Der Wirkungsquerschnitt der partonischen Kollision

Um einen direkten Vergleich mit der analytischen Rechnung in Kap. 3 zu haben, kann man mit SHERPA die Anfangszustandsteilchen der Prozesse (also (Anti-) Quarks beziehungsweise Gluonen) auch direkt kollidieren lassen. Es folgt ein Vergleich der totalen berechneten Wirkungsquerschnitte, sowie der differentiellen Verteilungen. Auch hier wird nur die Produktion linkshändiger Squark-Antisquarkpaare betrachtet.

4.1.1 Vergleich der analytischen Rechnung mit dem von SHERPA berechneten totalen Wirkungsquerschnitts

Der mit SHERPA berechnete totale Wirkungsquerschnitt basiert auf 10M Events. Der gemachte Fehler der Monte Carlo Simulation liegt so für alle Ergebnisse hier bei 0,02%. Die Ergebnisse sind in Tab. 4.1 gegenübergestellt.

Tabelle 4.1: totale Wirkungsquerschnitte in fb für $\sqrt{s}=13$ TeV

Prozess	$\sigma(\text{analytisch})$ in fb	$\sigma(\text{SHERPA})$ in fb
$u\bar{u} \rightarrow \tilde{u}_L \tilde{u}_L^\dagger$	52,503	$52,508 \pm 0,012$
$GG \rightarrow \tilde{u}_L \tilde{u}_L^\dagger$	5,1505	$5,1493 \pm 0,0015$

Für beide Prozesse stimmen die Rechnungen im Rahmen der Monte Carlo Unsicherheit gut überein.

4.1.2 Der differentielle Wirkungsquerschnitt

Um an die differentiellen Verteilungen zu gelangen, wurden die Ergebnisse der einzelnen Prozesse mit **Rivet** analysiert. Die verwendete Analyse befindet sich im Anhang A.4. Sie baut auf der Analyse **MC_GENERIC** [19] auf. Es wurden unnormierte Verteilungen erstellt um diese besser mit den analytischen Verteilungen vergleichen zu können. Unnormiert bedeutet, dass sich bei der Integration über die Verteilung der totale Wirkungsquerschnitt des Prozesses ergeben muss.

Hier wurde wie in Kap. 3.2.2 für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts des Prozesses $u\bar{u} \rightarrow \tilde{u}_L \tilde{u}_L^\dagger$ für einen Squark Flavour keine Richtung ausgewiesen, d.h. es wird sowohl $u\bar{u}$ als auch $\bar{u}u$ als Anfangszustand betrachtet. Versucht man mit **SHERPA** nur einen dieser Anfangszustände zu betrachten, bekommt man nicht die erwartete unsymmetrische Verteilung in η , sondern eine gemittelte aus beiden Anfangszuständen.

In Abb. 4.1 und Abb. 4.2 werden die mit **Rivet** bestimmten differentiellen Wirkungsquerschnitte mit den Analytischen verglichen. Die Verteilungen wurden für zwei verschiedene Schwerpunktsenergien betrachtet.

Für beide Prozesse stimmen die analytische Rechnung aus Kap. 3.2.2 und die numerische Analyse offenbar gut überein. Für die betrachteten Schwerpunktsenergien werden die entstehenden Teilchen offenbar vorzugsweise senkrecht zu Strahlachse abgestrahlt (η gleich Null). Die Verteilungen verlaufen für größer werdende η achsensymmetrisch. In [5] wurde der Prozess $uu \rightarrow \tilde{u}_R \tilde{u}_L$ betrachtet. Dort ist bei einer Schwerpunktsenergie von 13 TeV die η -Verteilung auch symmetrisch. Jedoch es ist auszumachen, dass in andere Phasenraumregionen bevorzugt abgestrahlt wird, da sich zwei Maxima symmetrisch zu η gleich Null bilden. Bei den hier betrachteten Prozessen ist dies erst für größere Schwerpunktsenergien zu beobachten.

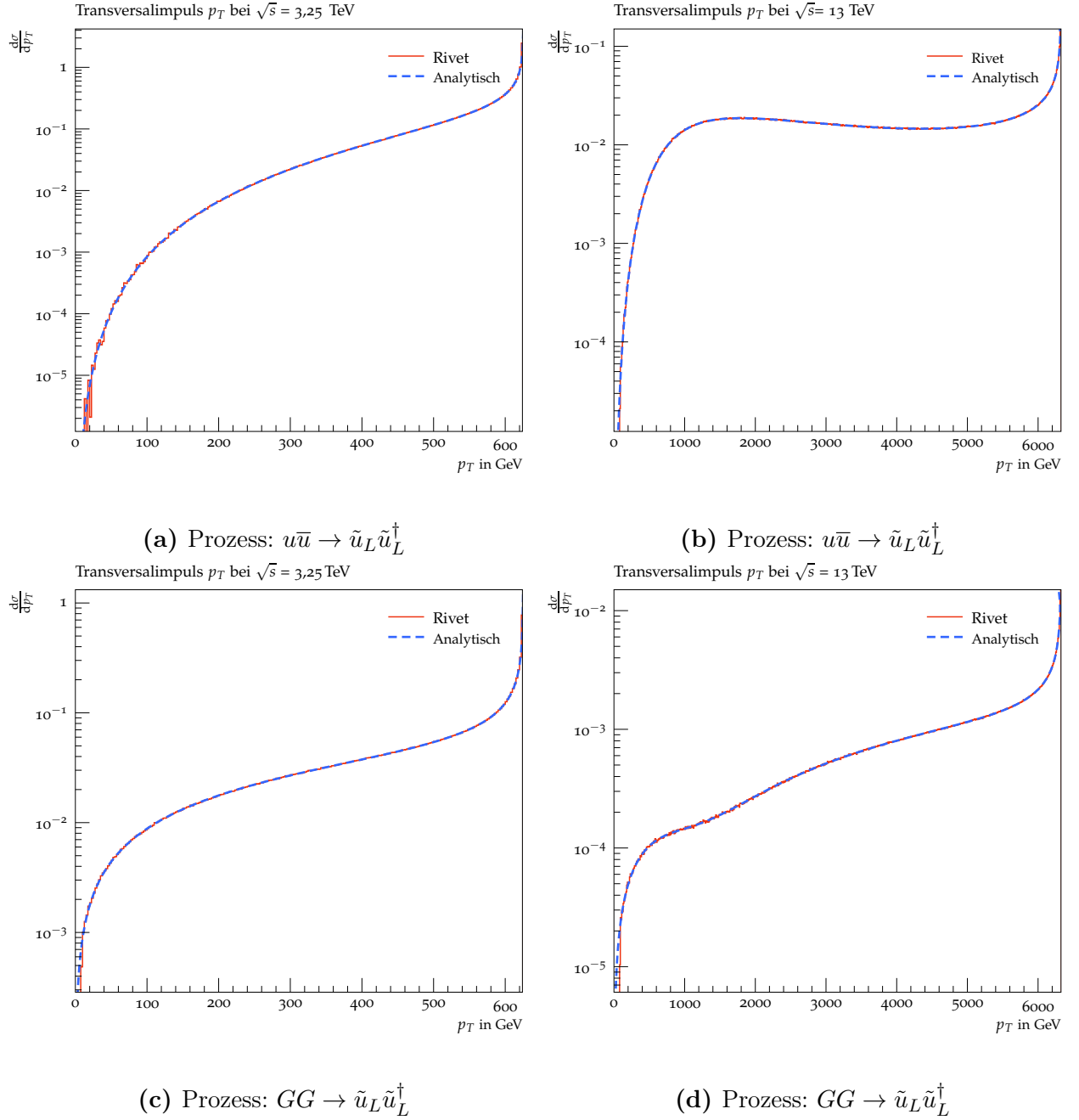


Abbildung 4.1: Vergleich der mithilfe von Rivet analysierten Sherpa-Daten mit den analytisch berechneten differentiellen Wirkungsquerschnitten in fb in Abhängigkeit vom Transversalimpuls für beide Prozesse bei zwei verschiedenen Schwerpunktenenergien.

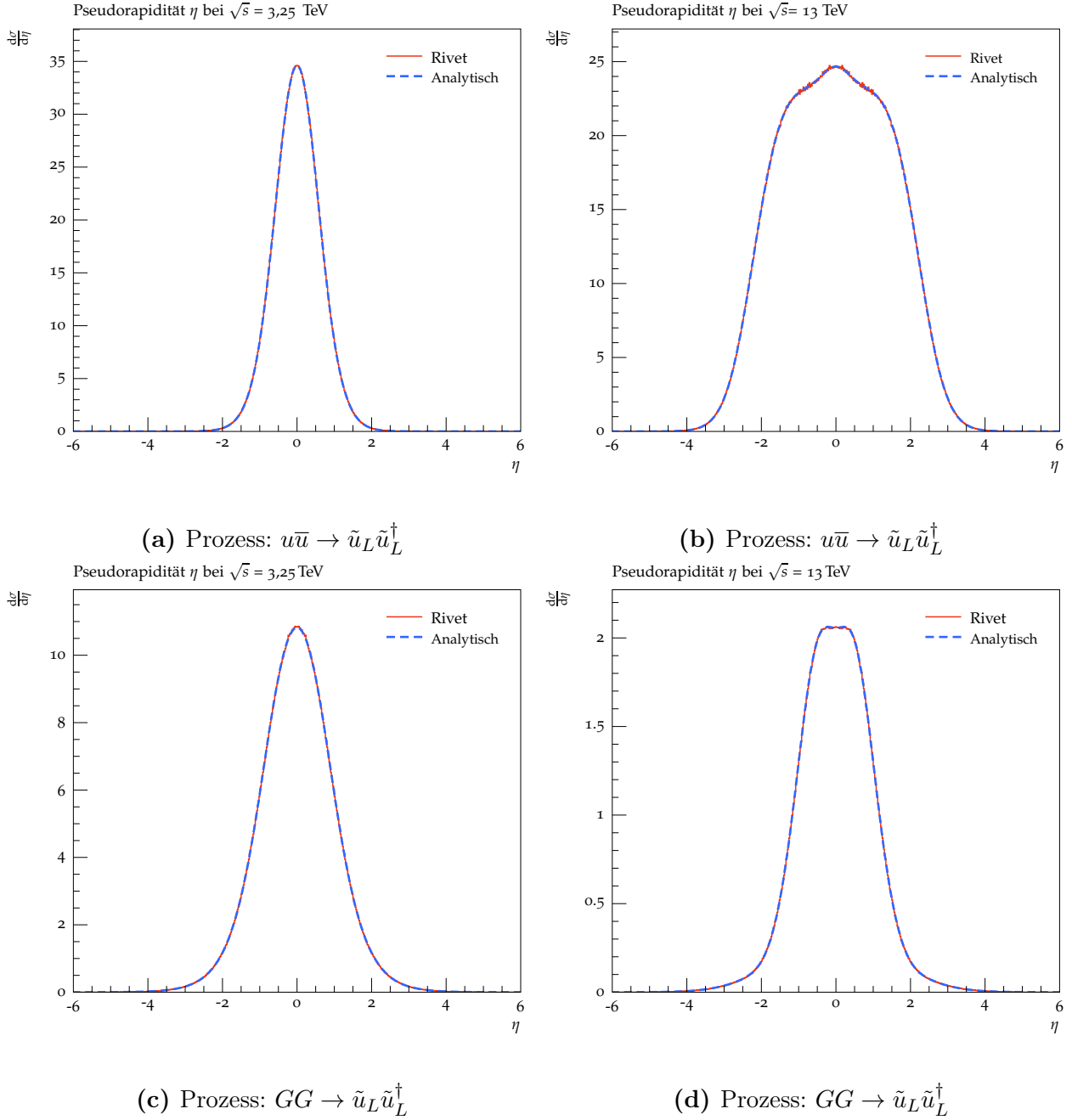


Abbildung 4.2: Vergleich der mithilfe von Rivet analysierten Sherpa-Daten mit den analytisch berechneten differentiellen Wirkungsquerschnitten in fb in Abhängigkeit von der Pseudorapidity für beide Prozesse bei zwei verschiedenen Schwerpunktenenergien.

4.2 Hadronische Squark-Antisquarkproduktion mit SHERPA

In Teilchenbeschleunigern wie z.B. dem LHC, kollidieren keine Partonen direkt, sondern Hadronen (in diesem Fall Protonen). Um einen realistischeren Wirkungsquerschnitt für den Prozess zu erhalten, ist es darum sinnvoll hadronische Kollisionen zu simulieren. An diesen Wirkungsquerschnitten kann man sich im Anschluss orientieren, um reale Reaktionen zu finden.

Es ist wichtig noch einmal darauf zu verweisen, dass die so erhaltenen Ergebnisse Vorhersagen sind und nur durch Experimente bestätigt werden können.

4.2.1 Hadronische Simulation

Um bei Proton-Proton Kollisionen nur bestimmte Prozesse beziehungsweise bestimmte Anfangszustände zu betrachten, muss darauf geachtet werden, dass die betrachteten Anfangsteilchen nur einen Impulsbruchteil des Protons tragen. Die Wahrscheinlichkeit einen solchen Impulsbruchteil zu tragen, wird durch Partondichtefunktionen (kurz PDF) angegeben. Diese gibt die Verteilung desjenigen Anteils des Impulses des Hadrons wieder, den ein Parton trägt. Ein Proton ist kein starres Konstrukt aus zwei Up-Quarks und einem Down-Quark, sondern vielmehr ein dynamisches System in dem Teilchen ständig wechselwirken. So werden zwischen den Quarks konstant Gluonen ausgetauscht, aus denen beispielsweise auch Quarks anderer Flavour entstehen könnten. Gluonen machen einen wesentlichen Bestandteil des Protons aus.

Partondichten sind allgemein gültig. Sie sind vom betrachteten Prozess unabhängig und liefern für ein bestimmtes Hadron immer den selben Wert. Genau genommen gibt die PDF $f_i(x, Q^2)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte an, ein Parton bei einem gewünschten Impulsbruchteil x im Hadron zu finden. Q^2 ist die betrachtete Energieskala. Es gilt die Vollständigkeitsrelation: $\sum_i \int_0^1 dx x f_i(x, Q^2) = 1$ [5].

Der totale Wirkungsquerschnitt der hadronischen Kollision ergibt sich aus der Faltung von partonischem Wirkungsquerschnitt und PDF der kollidierenden Partonen. PDFs müssen experimentell ermittelt werden. In SHERPA gibt es die Möglichkeit verschiedene vorgefertigte PDF-Sets zu verwenden. In dieser Arbeit wurde das PDF-Set MMHT2014lo68cl mit LHAPDF6 eingebunden [17].

Es gibt verschiedene Möglichkeiten hadronische Prozesse zur Entstehung von Squark-Antisquarkpaaren mit SHERPA zu betrachten, da man in der *Run card* sowohl Strahlteilchen als auch Prozessteilchen festlegen kann. Man kann somit hadronische Prozesse betrachten, in denen z.B. Gluonen als Anfangszustände im Prozess stehen, aber Protonen kollidieren. Genauso kann man jedoch sogenannte Teilchen-“container” als Anfangszustände verwenden, in denen beispielsweise alle im Proton möglicherweise vorkommenden Partonen enthalten sind.

Im Folgenden werden auch die Unterschiede, die sich bei verschiedenen Anfangszuständen

ergeben, betrachtet. Es wurden sowohl der totale hadronische Wirkungsquerschnitt als auch differentielle Verteilungen bestimmt.

4.2.2 Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt

In der *Run card* des Prozesses wurden jeweils Protonen als “BEAM”-Teilchen festgelegt. Als Anfangszustände wurden einmal zwei Gluonen, ein Up-Quark und Antiup-Quark (also mit festgelegter Prozessrichtung), zwei Container, die jeweils Up- und Antiup-Quarkzustände enthalten, und zwei Container, die alle im Proton möglicherweise vorkommenden Partonen enthalten, festgelegt. Im folgenden wird der letztgenannte Container kurz mit p (als Abkürzung für alle Partonen, die im Proton vorhanden sind) bezeichnet. Es wurden die totalen Wirkungsquerschnitte für zwei Schwerpunktsenergien berechnet: jetzt am LHC mögliche 13 TeV und für 100 TeV. Für jeden Prozess wurden 10M Events simuliert.

Tabelle 4.2: totale hadronische Wirkungsquerschnitte in fb für verschiedene $\sqrt{s}$

Teilchen im Anfangszustand	$\sigma(13 \text{ TeV})$ in fb	$\sigma(100 \text{ TeV})$ in fb
$u\bar{u}$	$0,15103 \pm 0,00004$	$83,668 \pm 0,022$
GG	$0,09379 \pm 0,000028$	$398,21 \pm 0,12$
$u\bar{u}$ und $\bar{u}u$	$0,3019 \pm 0,00009$	$167,32 \pm 0,05$
pp	$0,4159 \pm 0,00013$	$584,30 \pm 0,18$

Die hadronischen Wirkungsquerschnitte sind für die Schwerpunktsenergie von 13 TeV viel kleiner als die partonischen in Kap. 3.2.1. Der Einfluss der PDFs wird damit besonders deutlich. Auch interessant ist der Shift der Anteile der Prozesse am gesamten hadronischen Wirkungsquerschnitt (also pp im Anfangszustand). Während bei 13 TeV der Beitrag aus der Gluon-Gluon Reaktion geringer war, als der der Quarkprozesse, so macht er bei 100 TeV deutlich den größten Anteil aus.

4.2.3 Differentielle hadronische Wirkungsquerschnitte

Um die hadronischen und partonischen Prozesse miteinander zu vergleichen, werden die differentiellen Verteilungen der Anfangszustände $u\bar{u}$ und $\bar{u}u$ und GG bei 13 TeV betrachtet. Die Verteilungen sind in Abb. 4.3 zu sehen. Es wird deutlich, dass die hadronischen Wirkungsquerschnitte bei gleichen Schwerpunktsenergien kleiner als die partonischen sind, da hier die PDFs auf die Impulsverteilung Einfluss nehmen.

Der Transversalimpuls, für den der differentielle Wirkungsquerschnitt maximal wird, liegt bei beiden unter 1500 GeV, für den Anfangszustand GG liegt er sogar unter 1000 GeV. Für große p_T wird die Verteilung unterdrückt, da im Gegensatz zur partonischen Kollision nun viele

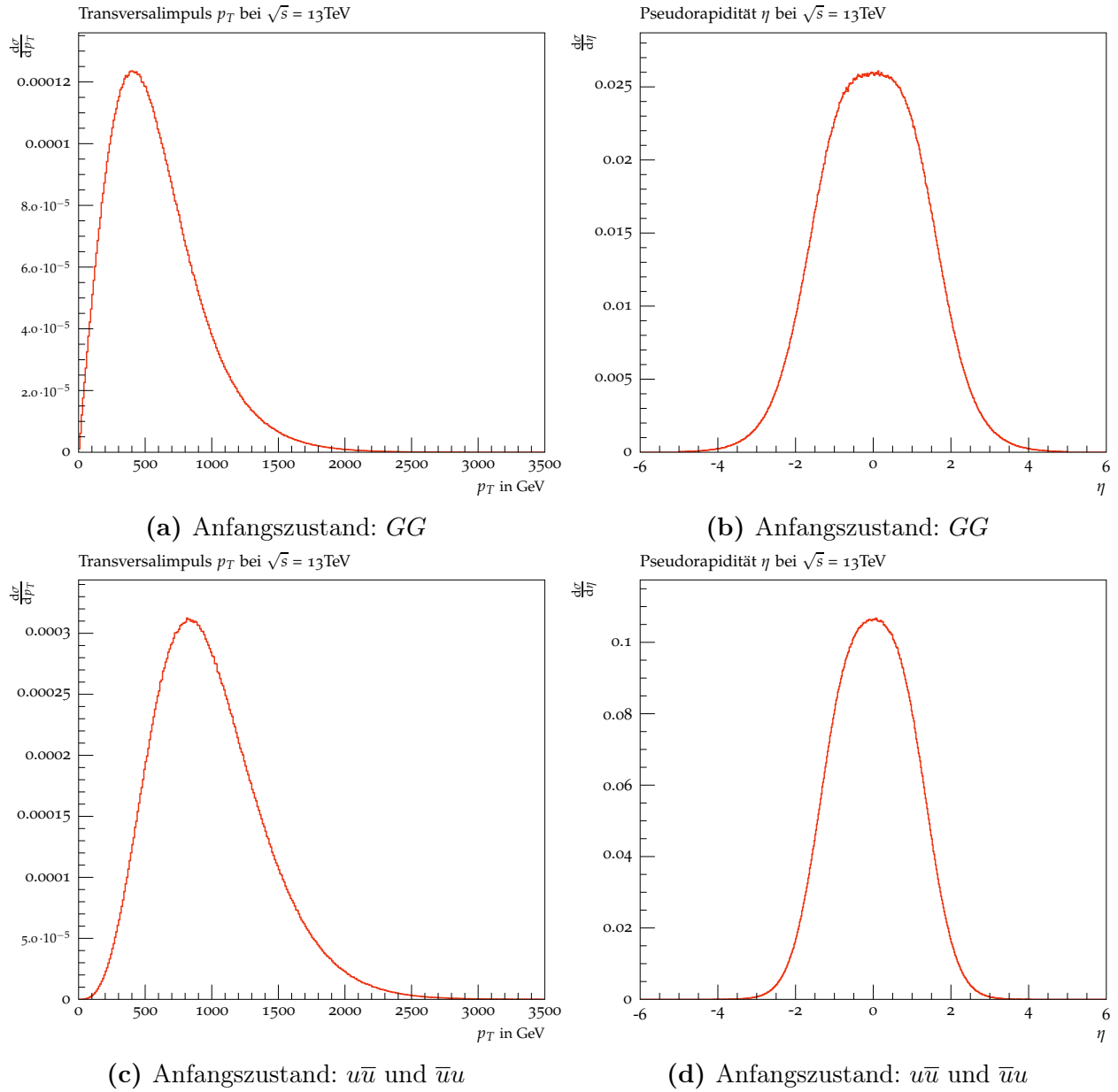


Abbildung 4.3: differentielle Verteilungen in Transversalimpuls und Pseudorapidität für die Anfangszustände $u\bar{u}$ und $\bar{u}u$ und GG bei 13 TeV in fb

Partonen mit deutlich geringerem Impuls als $\frac{\sqrt{s}}{2}$ vorliegen. Aufgrund der PDFs wird es bei geringen Schwerpunkstnergien (im Verhältnis zu Masse der produzierten Teilchen) immer unwahrscheinlicher hochenergetische Partonen zu finden.

Die Verteilung über der Pseudorapidität ist für beide symmetrisch um η gleich Null, mit einem Maximum bei η gleich Null. Nimmt man nur den Anfangszustand $u\bar{u}$, so verschiebt sich das Maximum in die positive Richtung, da man so festgelegt hätte, aus welchem Proton welches Anfangsteilchen bei unterscheidbaren Anfangszuständen stammt.

In Abb. 4.4 sind die differentiellen Verteilungen für den hadronischen Prozess zweier Parton-

container nach Squark-Antisquark bei zwei verschiedenen Schwerpunktsenergien abgebildet. Es wurde eine ähnliche Rivet-Analyse verwendet, wie in Kap. 4.1.2. Nur die Impulse und Energien wurden angepasst.

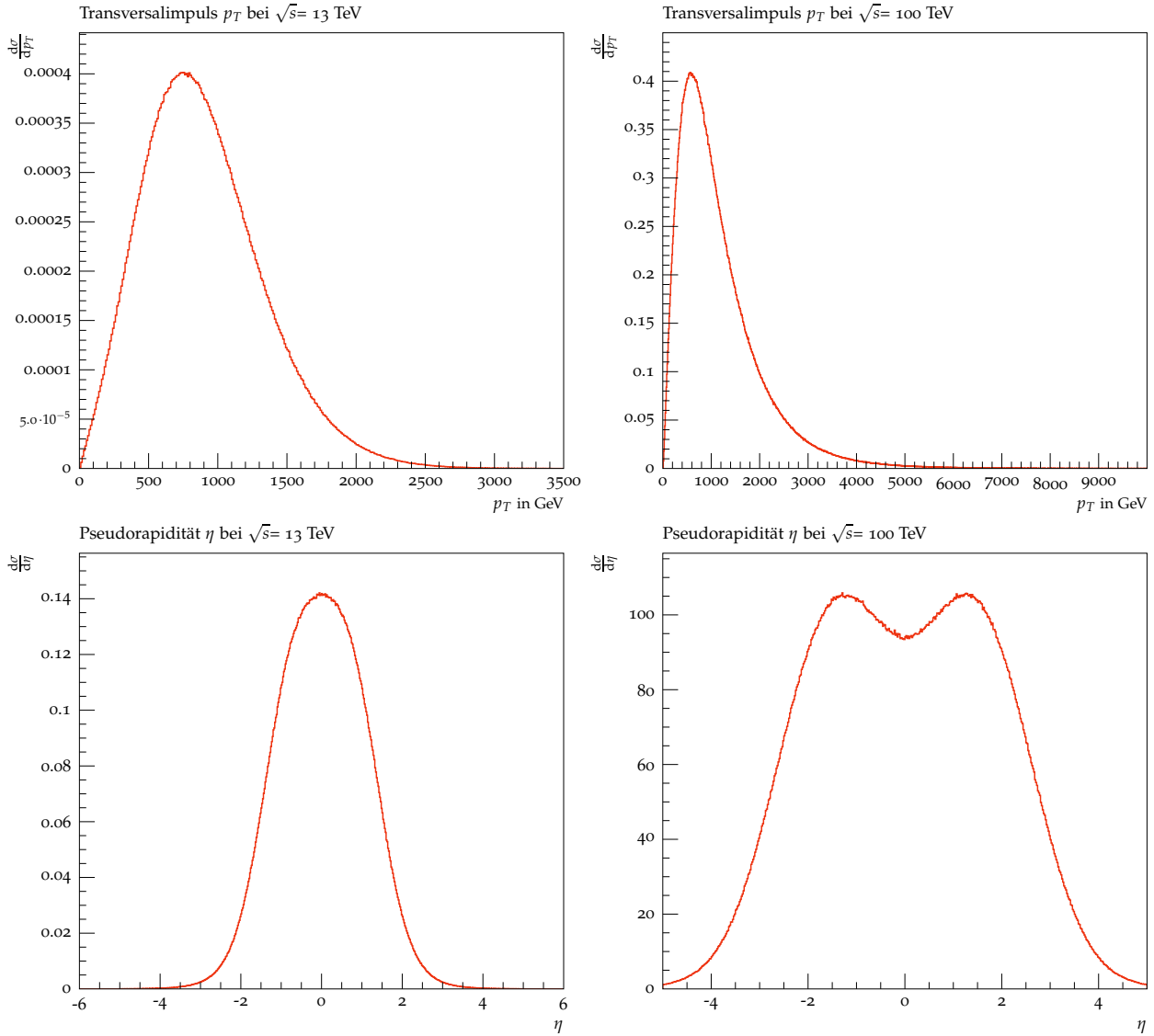


Abbildung 4.4: hadronischer differentieller Wirkungsquerschnitt in fb in Transversalimpuls und Pseudorapidität. Betrachtet wurde der Prozess von zwei Partoncontainern zu Squark-Antisquark bei einer Schwerpunktsenergie von 13 TeV und 100 TeV.

In Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus Kap. 4.2.2 ist bei einer höheren Schwerpunktsenergie auch der Wirkungsquerschnitt größer. Bei 100 TeV bilden sich in der Verteilung über die Pseudorapidität zwei zu η gleich Null achsensymmetrische Maxima heraus, während bei 13 TeV nur ein Maxima bei η gleich Null existiert. Aufgrund der PDFs gilt hier nicht mehr der für Wirkungsquerschnitte allgemeine $\frac{1}{s}$ -Abfall für große $\sqrt{s}$.

Die Position des Maximums für die Verteilung des Transversalimpulses ändert sich nicht sonderlich und liegt für beide Schwerpunktsenergien unter 1500 GeV.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Nicht alle Naturphänomene lassen sich mit den Prozessen des Standardmodells erklären. Die Theorie der Supersymmetrie bietet die Möglichkeit das Standardmodell auf elegante Weise zu erweitern und so Lösungen für einige seiner Probleme zu liefern. Das minimale supersymmetrische Standardmodell ist die einfachste Erweiterung des Standardmodells um supersymmetrische Teilchen. Bei den heutzutage möglichen Schwerpunktsenergien hätte man in Experimenten des LHC jedoch schon Hinweise auf MSSM-Teilchen finden müssen. Da dies nicht der Fall ist, rücken andere supersymmetrische Theorien in den Fokus, wie beispielsweise das MRSSM. Dabei wird das MSSM um eine R-Ladung der supersymmetrischen Teilchen erweitert und es sind nicht mehr alle Prozesse des MSSM möglich. Dementsprechend wären Wirkungsquerschnitte bei denen supersymmetrische Teilchen entstehen, geringer.

In dieser Arbeit lag der Fokus auf der Produktion von Squark-Antisquarkpaaren im MRSSM. Der Wirkungsquerschnitt dieser Prozesse wurde analytisch auf niedrigster Ordnung bestimmt und der differentielle Wirkungsquerschnitt wurde in Transversalimpuls und Pseudorapidiät untersucht. Im Anschluss wurde die analytische Rechnung mit Ergebnissen einer numerischen Simulation der Prozesse mittels dem Monte Carlo Ereignisgenerator **SHERPA** verglichen. Analytische Rechnung und numerische Simulation stimmen gut überein.

Um eine realistischere Betrachtung der Prozesse vorzunehmen wurden noch hadronische Wirkungsquerschnitte mit **SHERPA** betrachtet. Der Einfluss von PDFs wurde dabei besonders deutlich. Um den untersuchten Prozess des MRSSM in Experimenten des LHC beobachten zu können, falls sie wie angenommen existieren, benötigt es einer höheren Schwerpunktsenergie, als zurzeit möglich ist. Im nächsten Schritt können Parton Shower, die sich aus den betrachteten Prozessen ergeben, simuliert werden. Damit hätte man einen Einblick, nach welchen Arten von Ereignissen in Detektoren man Ausschau halten sollte, um mögliche supersymmetrische Prozesse nachzuweisen.

Das MRSSM kann nur bestätigt werden, indem in Experimenten Hinweise auf supersymmetrische Teilchen bei den vom MRSSM vorausgesagten Bedingungen gefunden werden. Analytische Rechnungen und numerische Simulationen können nur Anhaltspunkte liefern, welche Beobachtungen in Detektoren auf supersymmetrische Teilchen hinweisen und damit die Theorie bestätigen. Bei geplanten höheren Schwerpunktsenergien des LHC um 100 TeV sollten sich Hinweise auf supersymmetrische Teilchen finden lassen, angenommen das MRSSM stellt sich als korrekte Erweiterung des Standardmodells heraus.

A Anhang

A.1 Berechnung der Matrixelemente

A.1.1 Quark-Antiquark zu Squark-Antisquark

s - Kanal

Im s-Kanal kommt kein Gluino-, sondern ein Gluonpropagator vor.

$$\mathcal{M}_s = \bar{v}(p_2)(-ig_s T_{k,l}^a \gamma^\mu) u(p_1) \left(-i \frac{g^{\mu\nu}}{s} \delta_{ab}\right) (-ig_s (-p_4 + p_3)^\nu T_{i,j}^b) \quad (\text{A.1})$$

$$-i\mathcal{M}_s = \frac{g_s^2}{s} T_{k,l}^a T_{i,j}^a \bar{v}(p_2) \gamma^\mu (p_3 - p_4)_\mu u(p_1) \quad (\text{A.2})$$

$$|\mathcal{M}_s|^2 = \frac{g_s^4}{s^2} T_{k,l}^a T_{k,l}^{b*} T_{i,j}^a T_{i,j}^{b*} \bar{v}(p_2) \gamma^\mu (p_3 - p_4)_\mu u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu (p_3 - p_4)_\nu v(p_2) \quad (\text{A.3})$$

Die Summierung über die Farbe erfolgt analog zum t-Kanal: $\sum_{\text{Farbe}} T_{k,l}^a T_{k,l}^{b*} T_{i,j}^a T_{i,j}^{b*} = 2$. Auch die Summation über alle Spins erfolgt wieder mit Casimir's Trick und der Vollständigkeitsrelation:

$$\sum_{s_2} \bar{v}(p_2) \gamma^\mu (p_3 - p_4)_\mu \sum_{s_1} u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu (p_3 - p_4)_\nu v(p_2) \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} &= \text{Tr}((\not{p}_3 - \not{p}_4) \not{p}_1 (\not{p}_3 - \not{p}_4) \not{p}_2) \\ &= 4((p_3 - p_4) \cdot p_1 (p_3 - p_4) \cdot p_2 - (p_3 - p_4)^2 p_1 \cdot p_2 + (p_3 - p_4) \cdot p_2 (p_3 - p_4) \cdot p_1). \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Nun kann man das summierte betragsquadrierte Matrixelement wieder in Mandelstamvariablen ausdrücken:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} |\mathcal{M}_s|^2 = \frac{16g_s^4}{s^2} (tu - m_{\tilde{q}}^4). \quad (\text{A.6})$$

Interferenzterm t - und s - Kanal

Da das gesamte Matrixelement für einen Prozess sich aus der betragsquadrierten Summe der einzelnen Matrixelemente zusammensetzt, müssen auch die Interferenzterme zwischen den ver-

schiedenen Kanälen betrachtet werden:

$$\mathcal{M}_s \mathcal{M}_t^* = -\frac{2g_s^4}{s(t-m_{\tilde{q}}^2)} T_{l,k}^a T_{i,j}^a (T_{i,k}^b T_{l,j}^b)^* \bar{v}(p_2) \gamma^\mu (p_3 - p_4)_\mu u(p_1) \bar{u}(p_1) P_L \gamma^\nu (p_1 - p_3)_\nu v(p_2). \quad (\text{A.7})$$

Auch hier wird über alle möglichen eingehenden Farben und Spins summiert. Um die Summation über die Farbe zu vereinfachen, ist folgende Relation nützlich [1]: $\sum_{a=1}^8 T_{i,j}^a T_{l,k}^a = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{lk})$.

$$\sum_{\text{Farbe}} T_{l,k}^a T_{i,j}^a (T_{i,k}^b T_{l,j}^b)^* = -\frac{2}{3} \quad (\text{A.8})$$

Für die Summation über alle einlaufenden Spins können die Ergebnisse aus der t- und s-Kanal Rechnung genutzt werden. Man erhält:

$$\begin{aligned} & \sum_{s_2} \bar{v}(p_2) (\not{p}_3 - \not{p}_4) u(p_1) \bar{u}(p_1) P_L (\not{p}_1 - \not{p}_3) v(p_2) \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr}((\not{p}_3 - \not{p}_4) \not{p}_1 (\not{p}_1 - \not{p}_3) \not{p}_2) \\ &= 2((p_3 - p_4) \cdot p_1 (p_1 - p_3) \cdot p_2 - (p_3 - p_4) \cdot (p_1 - p_3) p_1 \cdot p_2 + (p_3 - p_4) \cdot p_2 (p_1 - p_3) \cdot p_1) \\ &= -2(tu - m_{\tilde{q}}^4). \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Das dazu komplex konjugierte Matricelement berechnet sich analog. Aus den Interferenztermen erhält man also:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{\text{Spin}} (\mathcal{M}_s \mathcal{M}_t^* + \mathcal{M}_t \mathcal{M}_s^*) = -\frac{16}{3} \frac{g_s^4}{s(t-m_{\tilde{q}}^2)} (tu - m_{\tilde{q}}^4) \quad (\text{A.10})$$

A.1.2 Gluon-Gluon zu Squark-Antisquark

t- und u- Kanal

Die Berechnung der Matrixelemente für t- und u-Kanal ist sehr ähnlich, weshalb hier nur die t-Kanal Berechnung genauer betrachtet wird. Man erhält das u-Kanal Ergebnis, indem man im Matricelement t und u vertauscht.

$$\mathcal{M}_t = \epsilon_\mu(p_1) (-ig_s (q + p_3)^\mu T_{i,l}^a) \left(\frac{i}{t - m_{\tilde{q}}^2} \delta_{lk} \right) (-ig_s (q - p_4)^\nu T_{k,j}^b) \epsilon_\nu(p_2) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_t|^2 &= \frac{g_s^4}{(t - m_{\tilde{q}}^2)^2} T_{i,l}^a T_{l,j}^b (T_{i,k}^a T_{k,j}^b)^* \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu \\ &\quad \cdot (\epsilon_\sigma(p_1) \epsilon_\rho(p_2) (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho)^* \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Um die Summation über die Farbe zu vereinfachen, kann man folgende Relation verwenden:
 $\sum_a (T^a T^a)_{i,j} = \frac{4}{3} \delta_{ij}$:

$$\sum_{Farbe} T_{i,l}^a T_{l,j}^b (T_{i,k}^a T_{k,j}^b)^* = \sum_{Farbe} \text{Tr}(T^a T^b T^b T^a) = \sum_{i,j=1}^3 \left(\frac{4}{3} \delta_{ij} \right)^2 = \frac{16}{3}.$$

Für die Spin- und Polarisationssummutation wird nun die oben beschriebene Ersetzung $\sum_\lambda \epsilon_\mu(\lambda) \epsilon_\nu^*(\lambda) \rightarrow -g_{\mu\nu}$ verwendet:

$$\begin{aligned} & \sum_{Spin, Polarisation} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu (\epsilon_\sigma(p_1) \epsilon_\rho(p_2) (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho)^* \\ &= (-g_{\mu\sigma})(-g_{\nu\rho}) (2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho \\ &= (2p_3 - p_1)^2 (p_2 - 2p_4)^2 \\ &= 4(t + m_q^2)^2. \end{aligned}$$

Hiermit ergeben sich die summierten Matrixelemente für t- und u-Kanal:

$$\sum |\mathcal{M}_t|^2 = \frac{64}{3} \frac{g_s^4}{(t - m_q^2)^2} (t + m_q^2)^2, \quad (\text{A.13})$$

$$\sum |\mathcal{M}_u|^2 = \frac{64}{3} \frac{g_s^4}{(u - m_q^2)^2} (u + m_q^2)^2. \quad (\text{A.14})$$

t- und u-Kanal Interferenzterm

Der Interferenzterm lautet:

$$\begin{aligned} -i\mathcal{M}_t i\mathcal{M}_u^* &= \frac{g_s^4}{(t - m_q^2)(u - m_q^2)} T_{i,l}^a T_{l,j}^b (T_{i,k}^b T_{k,j}^a)^* \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu \\ &\quad \cdot (\epsilon_\sigma(p_2) \epsilon_\rho(p_1) (2p_3 - p_2)^\sigma (p_1 - 2p_4)^\rho)^*. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Hier taucht eine andere Kombination von Gell-Mann Matritzen als Spur auf, dafür kann man die folgende Relation verwenden: $\text{Tr}(T^a T^b T^a T^c) = -\frac{1}{12} \delta_{bc}$ [1]. Die Farbsummation vereinfacht sich so zu:

$$\sum_{Farbe} T_{i,l}^a T_{l,j}^b (T_{i,k}^b T_{k,j}^a)^* = \sum_{Farbe} \text{Tr}(T^a T^b T^a T^b) = \sum_{b=1}^8 -\frac{1}{12} \delta_{bb} = -\frac{2}{3}.$$

Die Spin- und Polarisationssummierung erfolgt nach dem gleichen Schema wie für den t-/u-Kanal.

$$\begin{aligned}
& \sum_{Spin, Polarisierung} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu \epsilon_\sigma^*(p_2) \epsilon_\rho^*(p_1) (2p_3 - p_2)^\sigma (p_1 - 2p_4)^\rho \\
&= (-g_{\mu\rho})(-g_{\nu\sigma})(2p_3 - p_1)^\mu (p_2 - 2p_4)^\nu (2p_3 - p_2)^\sigma (p_1 - 2p_4)^\rho \\
&= (2m_q^2 + t + u)^2.
\end{aligned}$$

Man erhält den Interferenzterm:

$$\sum -i\mathcal{M}_t i\mathcal{M}_u^* + \sum -i\mathcal{M}_u i\mathcal{M}_t^* = -\frac{4}{3} \frac{g_s^4}{(t - m_q^2)(u - m_q^2)} (2m_q^2 + t + u)^2. \quad (\text{A.16})$$

4er Vertex Diagramm

Dieses Diagramm besteht im Grunde nur aus einem MRSSM-Feynmanbaustein. Aus diesem Grund ist die Berechnung des Matrixelements auch nicht besonders kompliziert:

$$\mathcal{M}_4 = \epsilon_\mu(p_1) i g_s^2 g^{\mu\nu} \{T^a, T^b\}_{i,j} \epsilon_\nu(p_2) \quad (\text{A.17})$$

$$-i\mathcal{M}_4 = g_s^2 \{T^a, T^b\}_{i,j} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) \quad (\text{A.18})$$

$$|\mathcal{M}_4|^2 = g_s^4 \{T^a, T^b\}_{i,j} \{T^a, T^b\}_{i,j}^* \epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (\epsilon_\nu(p_1) \epsilon^\nu(p_2))^*. \quad (\text{A.19})$$

Um über die Farbe summieren zu können benötigt man folgende Relation, die hier noch einmal kurz gezeigt wird:

$$\begin{aligned}
\{T^a, T^b\}_{i,j}^* &= ((T^a T^b)_{i,j} + (T^b T^a)_{i,j})^* = ((T^a T^b)_{i,j}^* + (T^b T^a)_{i,j}^*) = (T_{k,j}^{b*} T_{i,k}^{a*} + T_{l,j}^{a*} T_{i,l}^{b*}) \\
&= (T^b T^a)_{j,i} + (T^a T^b)_{j,i} = \{T^a, T^b\}_{j,i}.
\end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

So vereinfacht sich die Farbsummation auf einen Term, der sich aus den Ergebnissen aus der t-/u-Kanal-Rechnung zusammensetzt:

$$\begin{aligned}
\sum_{Farbe} \{T^a, T^b\}_{i,j} \{T^a, T^b\}_{i,j}^* &= \sum_{Farbe} \{T^a, T^b\}_{i,j} \{T^a, T^b\}_{j,i} \\
&= 2 \sum_{Farbe} (\text{Tr}(T^a T^b T^a T^b) + \text{Tr}(T^a T^b T^b T^a)) \\
&= \frac{28}{3}.
\end{aligned}$$

Die Spin- und Polarisationssummierung gestaltet sich hier recht einfach:

$$\sum_{Spin, Polarisierung} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (\epsilon_\nu(p_1) \epsilon^\nu(p_2))^* = (-g_{\mu\nu})(-g^{\mu\nu}) = 4. \quad (\text{A.21})$$

Man erhält so das summierte betragsquadrierte Matrixelement:

$$\sum |\mathcal{M}_4|^2 = \frac{112}{3} g_s^4. \quad (\text{A.22})$$

Interferenzterm 4er Vertex und t-/u-Kanal

Die Berechnung der Interferenzterme des 4er Vertex-Kanals und des t-Kanals ist durch das einfache 4er Vertex Element auch nicht besonders kompliziert. Auch hier reicht es im berechneten Matrixelement t und u zu tauschen um zum Interferenzterm zwischen 4er Vertex und u-Kanal zu kommen.

$$\begin{aligned} & -i\mathcal{M}_4 i\mathcal{M}_t^* \\ & = -\frac{g_s^4}{t - m_{\tilde{q}}^2} \{T^a, T^b\}_{i,j} (T^b T^a)_{j,i} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) \epsilon_\sigma^*(p_1) \epsilon_\rho^*(p_2) (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Die Farbsummierung lässt sich aus der Berechnung für den 4er Vertex herleiten:

$$\sum_{\text{Farbe}} \{T^a, T^b\}_{i,j} (T^b T^a)_{j,i} = \sum_{\text{Farbe}} \text{Tr}(T^a T^b T^b T^a + T^b T^a T^b T^a) = \frac{14}{3}.$$

Die Spin- und Polarisationsummierung ist aufgrund der Struktur des 4er Vertextelements unkompliziert:

$$\begin{aligned} & \sum_{\text{Spin, Polarisierung}} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) \epsilon_\sigma^*(p_1) \epsilon_\rho^*(p_2) (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho \\ & = (-g_{\mu\sigma})(-g_\rho^\mu)(2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho \\ & = 3t + u + \frac{1}{2}s. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Somit erhält man die Interferenzterme:

$$\sum \mathcal{M}_4 \mathcal{M}_t^* + \sum \mathcal{M}_t \mathcal{M}_4^* = -\frac{14}{3} \frac{g_s^4}{t - m_{\tilde{q}}^2} (6t + 2u + s) \quad (\text{A.25})$$

$$\sum \mathcal{M}_4 \mathcal{M}_u^* + \sum \mathcal{M}_u \mathcal{M}_4^* = -\frac{14}{3} \frac{g_s^4}{u - m_{\tilde{q}}^2} (6u + 2t + s). \quad (\text{A.26})$$

s-Kanal

In diesem Diagramm ist ein drei-Gluonen-Vertex enthalten, wodurch die Berechnung der Spin- und Polarisationssummierung ein wenig komplizierter wird.

$$\mathcal{M}_s = \epsilon_\mu(p_1)(-g_s f_{abc} [g_{\mu\nu}(p_1 - p_2)^\sigma + g_{\nu\sigma}(p_2 + q)^\mu + g_{\sigma\mu}(-q - p_1)^\nu]) \cdot \left(-i \frac{g_{\sigma\rho}}{q^2} \delta^{cd} \right) (-ig_s (p_3 - p_4)^\rho T_{i,j}^d) \epsilon_\nu(p_2) \quad (\text{A.27})$$

$$-i\mathcal{M}_s = -i \frac{g_s^2}{s} f_{abc} T_{i,j}^c (\epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_2 + p_1)^\mu (p_3 - p_4)^\nu - \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_1 + p_2)^\nu (p_3 - p_4)^\mu) \quad (\text{A.28})$$

Die Formel für das betragsquadrierte Matrixelement ist somit:

$$|\mathcal{M}_s|^2 = \frac{g_s^4}{s^2} f_{abc} f_{abd} T_{i,j}^c T_{j,i}^d \cdot (\epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_2 + p_1)^\mu (p_3 - p_4)^\nu - \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_1 + p_2)^\nu (p_3 - p_4)^\mu) \cdot (\epsilon_\alpha(p_1) \epsilon^\alpha(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \epsilon_\alpha(p_1) \epsilon_\beta(p_2) (2p_2 + p_1)^\alpha (p_3 - p_4)^\beta - \epsilon_\alpha(p_1) \epsilon_\beta(p_2) (2p_1 + p_2)^\beta (p_3 - p_4)^\alpha)^* \quad (\text{A.29})$$

Die komplett antisymmetrischen Strukturkonstanten der SU(3) sind wie folgt mithilfe der Generatoren T^a der SU(3) definiert: $[T^a, T^b] = if_{abc} T^c$. Für diese Strukturkonstanten gilt: $f_{acd} f_{bcd} = 3\delta_{ab}$ [1].

$$\sum_{Farbe} f_{abc} f_{abd} \text{Tr}(T^c T^d) = \sum_{c,d=1}^8 3\delta_{cd} \text{Tr}(T^c T^d) = \sum_{c=1}^8 3 \text{Tr}(T^c T^c) = 12 \quad (\text{A.30})$$

Die Spinsummation liefert:

$$\begin{aligned} & \sum_{Spin, Polarisation} (\epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_2 + p_1)^\mu (p_3 - p_4)^\nu - \\ & \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_1 + p_2)^\nu (p_3 - p_4)^\mu) \cdot (\epsilon_\alpha(p_1) \epsilon^\alpha(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \\ & \epsilon_\alpha(p_1) \epsilon_\beta(p_2) (2p_2 + p_1)^\alpha (p_3 - p_4)^\beta - \epsilon_\alpha(p_1) \epsilon_\beta(p_2) (2p_1 + p_2)^\beta (p_3 - p_4)^\alpha)^* \\ & = 4((p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4))^2 + (8p_1 p_2)(p_3^2 - 2p_3 p_4 + p_4^2) + \\ & 2((p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4)(p_2 - p_1) \cdot (p_3 - p_4) - (2p_2 + p_1)(p_3 - p_4)(2p_1 + p_2)(p_3 - p_4)) \\ & = 16m_q^4 - 13tu - \frac{3}{2}(u^2 + t^2). \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Hiermit erhält man das summierte Matrixelement:

$$\sum |\mathcal{M}_s|^2 = 6 \frac{g_s^4}{s^2} (32m_q^4 - 26tu - 3(u^2 + t^2)). \quad (\text{A.32})$$

Interferenzterm des s-Kanals und des 4er Vertex

Der Interferenzterm lautet wie folgt:

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_s i\mathcal{M}_4^* &= -i \frac{g_s^4}{s} f_{abc} T_{i,j}^c \{T^a, T^b\}_{j,i} (\epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \\
 &\quad \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_2 + p_1)^\mu (p_3 - p_4)^\nu - \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_1 + p_2)^\nu (p_3 - p_4)^\mu) \\
 &\quad \epsilon_\sigma^*(p_1) \epsilon^{\sigma*}(p_2).
 \end{aligned} \tag{A.33}$$

Um die Farbsummation zu berechnen, kann man die Antisymmetrie von f_{abc} ausnutzen, und die Strukturkonstante d_{abc} : $\{T^a, T^b\} = \frac{1}{3}\delta_{ab} + d_{abc}T^c$. Außerdem wird die Zyklicität der Spur verwendet. Nützliche Relationen sind [1]: $\text{Tr}(T^a T^b T^c) = \frac{1}{4}(d_{abc} + i f_{abc})$, $d_{abc} f_{dbc} = 0$, diese liefern:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{Farbe}} \sum_{i,j=1}^3 -i f_{abc} T_{i,j}^c \{T^a, T^b\}_{j,i} &= -i \sum_{\text{Farbe}} f_{abc} (\text{Tr}(T^c T^a T^b) + \text{Tr}(T^c T^b T^a)) \\
 &= -\frac{i}{4} \sum_{\text{Farbe}} f_{abc} (d_{abc} + i f_{abc} + d_{bac} + i f_{bac}) \\
 &= -\frac{i}{4} \sum_{\text{Farbe}} (i f_{abc} f_{abc} - i f_{abc} f_{abc}) \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\sum \mathcal{M}_s \mathcal{M}_4^* + \sum \mathcal{M}_4 \mathcal{M}_s^* = 0. \tag{A.34}$$

Interferenzterm s-Kanal und t-/u- Kanal

Dieser Interferenzterm lautet wie folgt:

$$\begin{aligned}
 -i\mathcal{M}_s i\mathcal{M}_t^* &= \frac{g_s^4}{s(t - m_{\tilde{q}}^2)} i f_{abc} T_{i,j}^c (T_{i,l}^a T_{l,j}^b)^* (\epsilon_\mu(p_1) \epsilon^\mu(p_2) (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \\
 &\quad \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_2 + p_1)^\mu (p_3 - p_4)^\nu - \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (2p_1 + p_2)^\nu (p_3 - p_4)^\mu) \cdot \\
 &\quad (\epsilon_\sigma(p_1) \epsilon_\rho(p_2) (2p_3 - p_1)^\sigma (p_2 - 2p_4)^\rho)^*.
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

Die Farbsummation liefert:

$$\sum_{\text{Farbe}} \sum_{i,j=1}^3 i f_{abc} T_{i,j}^c (T^b T^a)_{j,i} = \sum_{\text{Farbe}} i f_{abc} \text{Tr}(T^c T^b T^a) = \sum_{a=1}^8 \frac{4}{3} = 6.$$

Die Spinsummation setzt sich wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned}
& \sum_{Spin, Polarisation} (\epsilon_\mu(p_1)\epsilon^\mu(p_2)(p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4) + \epsilon_\mu(p_1)\epsilon_\nu(p_2)(2p_2 + p_1)^\mu(p_3 - p_4)^\nu - \\
& \epsilon_\mu(p_1)\epsilon_\nu(p_2)(2p_1 + p_2)^\nu(p_3 - p_4)^\mu) \cdot (\epsilon_\sigma(p_1)\epsilon_\rho(p_2)(2p_3 - p_1)^\sigma(p_2 - 2p_4)^\rho)^* \\
& = (p_1 - p_2) \cdot (p_3 - p_4)(2p_3 - p_1) \cdot (p_2 - 2p_4) + (2p_2 + p_1)(2p_3 - p_1)(p_3 - p_4)(p_2 - 2p_4) \\
& \quad - (2p_1 + p_2)(p_2 - 2p_4)(p_3 - p_4)(2p_3 - p_1) \\
& = \frac{1}{2}(12m_q^4 - 4t^2 - s^2 - 8m_q^2 u).
\end{aligned}$$

Man erhält:

$$\sum \mathcal{M}_s \mathcal{M}_t^* + \sum \mathcal{M}_t \mathcal{M}_s^* = -6 \frac{g_s^4}{s(t - m_q^2)} (4t^2 + s^2 + 8m_q^2 u - 12m_q^4) \quad (\text{A.36})$$

$$\sum \mathcal{M}_s \mathcal{M}_u^* + \sum \mathcal{M}_u \mathcal{M}_s^* = -6 \frac{g_s^4}{s(u - m_q^2)} (4u^2 + s^2 + 8m_q^2 t - 12m_q^4). \quad (\text{A.37})$$

Geist

In unserem Fall ist $q = -p_2$. Das Matricelement für das ‘‘Geist’’ Diagramm im s-Kanal lautet damit:

$$\mathcal{M}_c = -g_s f_{abc} q^\mu \left(-i \frac{g_s^{\mu\nu}}{s} \delta_{bd} \right) (-ig_s (-p_4 + p_3)^\nu T_{i,j}^d) \quad (\text{A.38})$$

$$-i\mathcal{M}_c = -i \frac{g_s^2}{s} f_{abc} T_{i,j}^b q^\mu (p_3 - p_4)_\mu \quad (\text{A.39})$$

$$|\mathcal{M}_c|^2 = \frac{g_s^4}{s^2} f_{abc} f_{adc} T_{i,j}^b T_{j,i}^d (-p_2 \cdot (p_3 - p_4))^2. \quad (\text{A.40})$$

Aus der Farbsummation folgt:

$$\sum_{Farbe} \sum_{i,j=1}^3 f_{abc} f_{adc} T_{i,j}^b T_{j,i}^d = \sum_{Farbe} f_{abc} f_{adc} \text{Tr}(T^b T^d) = \sum_{Farbe} f_{abc} f_{adc} \frac{1}{2} \delta_{bd} = 12.$$

Die Spinsummation lautet:

$$\sum_{Spin} (-p_2 \cdot (p_3 - p_4))^2 = (p_2 p_4 - p_2 p_3)^2 = \frac{1}{4}(u - t)^2.$$

Das summierte Matricelement ist also:

$$\sum |\mathcal{M}_c|^2 = 3 \frac{g_s^4}{s^2} (u - t)^2. \quad (\text{A.41})$$

A.2 Koordinatentransformation des differentiellen Wirkungsquerschnitts

Der differentielle Wirkungsquerschnitt in Mandelstamvariablen lautet (Gl. (3.29)):

$$\frac{d\sigma}{dt du} = \frac{1}{16\pi s^2} K_{12} \sum |\mathcal{M}|^2 \Theta(tu - m_q^4) \Theta(s - 4m_q^2) \delta(s + t + u - 2m_q^2).$$

Um eine Koordinatentransformation zu p_T und η durchzuführen, wird zuerst die Deltadistribution ausgeführt und die Funktionaldeterminante muss berechnet werden. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist dann nur von t abhängig. Der nach einer Variable x transformierte differentielle Wirkungsquerschnitt lautet:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \frac{d\sigma}{dt} \left| \frac{dt}{dx} \right|.$$

Der Transversalimpuls in Abhängigkeit von t lautet [7]:

$$p_T^2(t) = \frac{(t - m_q^2)(m_q^2 - s - t)}{s} - m_q^2.$$

Außerdem folgt aus $\eta = -\ln(\tan(\frac{\theta}{2}))$ folgt $\theta = 2 \arctan(e^{-\eta})$. Damit kann man t jeweils schreiben als:

$$t(p_T) = \frac{2m_q^2 - s}{2} - s \sqrt{\frac{-p_T^2 - m_q^2}{s} + \frac{1}{4}}$$

$$t(\eta) = -2|\vec{p}_1| \left(\sqrt{m_q^2 + |\vec{p}_3|^2} - |\vec{p}_3| \cos(2 \arctan(e^{-\eta})) \right) + m_q^2.$$

Die Funktionaldeterminanten für p_T und η lautet also:

$$\left| \frac{dt}{dp_T} \right| = \frac{2p_T}{\sqrt{\frac{-p_T^2 - m_q^2}{s} + \frac{1}{4}}},$$

$$\left| \frac{dt}{d\eta} \right| = -|\vec{p}_1| |\vec{p}_3| (\cos(4 \arctan(e^{-\eta})) - 1).$$

A.3 Sherpa Run Card

Dies ist eine *Run card* für eine hadronische GG Kollision bei der Squark-Antisquarkpaare produziert werden. Unter der BEAM-Sektion würde man bei einer partonischen Kollision die PDG-Nummern [16] der Partonen angeben, die kollidieren sollen. Hier sind jedoch Protonen(2212) eingetragen.

Der Eingabewert der Kopplungskonstante $\alpha_s=0,135$ stammt aus dem PDF-Set LHAPDF6 MMHT2014lo68cl [17]. Damit erhält man wie in Kap. 3.2.1 beschrieben ein $\alpha_s(m_{\bar{q}}=1500 \text{ GeV}) = 0,0943885$.

```

1 (run){
   # general settings
3  EVENTS 10M;

5  # me generator setup
   ME_SIGNAL_GENERATOR Comix;
7  SCALES VAR{1500*1500};

9  # model setup
   MODEL MRSSMQCD_NLO;

11
   # uncomment to disable underlying event simulation:
13  MI_HANDLER None;

15
   # uncomment to disable QED corrections
   ME_QED=Off;

17
   # uncomment to disable intrinsic transverse momentum
19  BEAM_REMNANTS=0

21
   # uncomment to disable hadronization:
   FRAGMENTATION Off;

23
   # uncomment to disable shower:
25  SHOWER_GENERATOR None;

27
   # LHC beam setup:
   BEAM_1 2212; BEAM_ENERGY_1 6500;
29  BEAM_2 2212; BEAM_ENERGY_2 6500;

31
   # Parton Distribution Function
   PDF_LIBRARY LHAPDFSherpa;
33  PDF_SET MMHT2014lo68cl;
   USE_PDF_ALPHAS 1;
35  # PDF_LIBRARY = None

```

```

ORDER_ALPHAS=0
37
# Output
39   EVENT_OUTPUT=HepMC_Short[hadrons_GG_13];

41 }(run)

43 (processes){
   Process 21 21 -> 1000002 -1000002;
45   Order (*,*,*);
   # Syntax: "Order (QCD,QED,NP);"
47   End process;
}(processes)

49
(selector){
51   # phase space cuts for matrix elements
}(selector)

53
#(analysis){
55 # BEGIN_RIVET {
#   USE_HEPMC_SHORT 1
57 #   -a SQUARK_ANALYSIS
#} END_RIVET
59 #}(analysis)

61 (ufo){
  block yukawa
63     6         172         # ymt
     15        1.777       # ymtau
65
  block msoft
67     1         1000        # MD3

69  block mass
     23         91.1876     # MZ
71     15         1.777     # MTA
     6          172        # MT
73     25         125        # MH
     3000021    1000        # mOs
75     3000022    1000        # mOp
     1000002    1500        # msul
77     1000004    1000        # mscl
     1000006    1000        # mstl
79     2000002    1500        # msur
     2000004    1000        # mscr
81     2000006    1000        # mstr

```

```

1000001 1000      # msdl
83 1000003 1000      # mssl
1000005 1000      # msbl
85 2000001 1000      # msdr
2000003 1000      # mssr
87 2000005 1000      # msbr

89 block sminputs
    1      127.9      # aEWMl
91    2      1.16637e-05 # Gf
    3      0.135      # aS
93
block loop
95    1      91.188      # MUR

97 decay    23      2.4952      # WZ
decay    24      2.085      # WW
99 decay    6      1.50833649 # WT
decay    25      0.00407      # WH
101 decay   3000021 10      # wOs
decay   3000022 10      # wOp
103 decay   1000021 10      # wdglu
105 }(ufo)

```

A.4 Rivet Analyse

```

// -*- C++ -*-
2 #include "Rivet/Analysis.hh"
#include "Rivet/Tools/Logging.hh"
4 #include "Rivet/Projections/FinalState.hh"
#include "Rivet/Projections/ChargedFinalState.hh"
6
namespace Rivet {
8

10 /// Generic analysis looking at various distributions of final state
particles
class SQUARK_SOW : public Analysis {
12 public:
/// Constructor
14 SQUARK_SOW()
: Analysis("SQUARK_SOW")
16 { }

```

```

18 public:
19
20     /// @name Analysis methods
21     //@{
22
23     /// Book histograms and initialise projections before the run
24     void init() {
25
26         // Projections
27         const FinalState cnfs(-5.0, 5.0, 500*MeV);
28         addProjection(cnfs, "FS");
29         addProjection(ChargedFinalState(-5.0, 5.0, 500*MeV), "CFS");
30
31         // Histograms
32         // @todo Choose E/pT ranged based on input energies... can't do anything
33         about kin. cuts, though
34         _histPt = bookHisto1D("5", 650, 0, 6500);
35
36         _histEta = bookHisto1D("6", 600, -6, 6);
37         _tmphistEtaPlus.reset(new Histo1D(300, 0, 6));
38         _tmphistEtaMinus.reset(new Histo1D(300, 0, 6));
39
40         _histEtaPMRatio = bookScatter2D("EtaPMRatio");
41
42     }
43
44
45     /// Perform the per-event analysis
46     void analyze(const Event& event) {
47         const double weight = event.weight();
48
49         const FinalState& cfs = applyProjection<FinalState>(event, "CFS");
50         MSG_DEBUG("Total charged multiplicity = " << cfs.size());
51         foreach (const Particle& p, cfs.particles()) {
52             const double eta = p.momentum().eta();
53             _histEta->fill(eta, weight);
54             if (eta > 0) {
55                 _tmphistEtaPlus->fill(fabs(eta), weight);
56             } else {
57                 _tmphistEtaMinus->fill(fabs(eta), weight);
58             }
59             _histPt->fill(p.momentum().pT()/GeV, weight);
60
61         }
62     }

```

```

64     }
66
67     /// Finalize
68     void finalize() {
69         //normalize(_histEta);
70         scale(_histEta, crossSection()/femtobarn/sumOfWeights()/2.0);
71         //normalize(_histPt);
72         scale(_histPt, crossSection()/femtobarn/sumOfWeights()/2.0);
73         divide(_tmphistEtaPlus, _tmphistEtaMinus, _histEtaPMRatio);
74     }
76
77     //@}
78
79     private:
80
81     /// Temporary histos used to calculate eta+/eta- ratio plot
82     HistogramDPtr _tmphistEtaPlus, _tmphistEtaMinus;
83
84     /// @name Histograms
85     //@{
86     HistogramDPtr _histEta;
87     HistogramDPtr _histPt;
88     //@}
89     Scatter2DPtr _histEtaPMRatio;
90
91 };
92
93
94
95 // The hook for the plugin system
96 DECLARE_RIVET_PLUGIN(SQUARK_SOW);
97
98 }

```


Literaturverzeichnis

- [1] R. D. Field *Applications of Perturbative QCD* Frontiers in Physics; 77, Redwood City [u.a.]: Addison-Wesley, 1989
- [2] D. Griffiths *Einführung in die Elementarteilchenphysik* Berlin: Akademie-Verl., 1996
- [3] M. Böhm, A. Denner, H. Joos *Gauge Theories of the strong and electroweak interaction* 3. Auflage, Stuttgart ; Leipzig ; Wiesbaden : Teubner, 2001
- [4] S. Liebscher *Squark Production in the R-Symmetric, Supersymmetric Standardmodel* Masterarbeit, TU Dresden, 2016
- [5] J. Weber *Studien zur Squarkproduktion im Minimalen R-Symmetrischen Supersymmetrischen Standardmodell mithilfe des SHERPA Ereignisgenerators* Bachelorarbeit, TU Dresden, 2017
- [6] P. Diessner, W. Kotlarski, S. Liebschner, D. Stöckinger *Squark production in R-symmetric SUSY with Dirac gluinos: NLO corrections*, DESY-17-100, 2017, arXiv:[1707.04557] [hep-ph]
- [7] W. Beenakker, R. Höpker, M. Spira, P. M. Zerwas *Squark and Gluino Production at Hadron Colliders*. Nucl.Phys. vol. B492:51-103, 1997, arXiv:hep-ph/9610490
- [8] G. D. Kribs, E. Poppitz, N. Weiner *Flavor in supersymmetry with an extended R-symmetry* Phys. Rev., vol. D78, p. 055010, 2008
- [9] M. Reitz, *Einführung in die Supersymmetrie Vorlesungsscript*, DESY Hamburg, 2010
- [10] T. Gleisberg, S. Hoeche, F. Krauss, M. Schoenherr, S. Schumann, F. Siegert, J. Winter *Event generation with SHERPA 1.1* JHEP 0902:007, 2009, arXiv:[0811.4622][hep-ph]
- [11] S. Höche, S. Kuttimalai, S. Schumann and F. Siegert, *Beyond Standard Model calculations with SHERPA*, Eur. Phys. J. C **75** (2015) no.3, 135 doi:10.1140/epjc/s10052-015-3338-4 [arXiv:1412.6478 [hep-ph]].
- [12] C. Degrande, C. Duhr, B. Fuks, D. Grellscheid, O. Mattelaer and T. Reiter, *UFO - The Universal FeynRules Output*, Comput. Phys. Commun. **183** (2012) 1201 doi:10.1016/j.cpc.2012.01.022 [arXiv:1108.2040 [hep-ph]].

- [13] T. Gleisberg and S. Hoeche, *Comix, a new matrix element generator*, JHEP **0812** (2008) 039 doi:10.1088/1126-6708/2008/12/039 [arXiv:0808.3674 [hep-ph]].
- [14] M. Schonherr and F. Krauss, *Soft Photon Radiation in Particle Decays in SHERPA*, JHEP **0812** (2008) 018 doi:10.1088/1126-6708/2008/12/018 [arXiv:0810.5071 [hep-ph]].
- [15] *Monte Carlo Event generators* <https://sherpa.hepforge.org/trac/wiki/MonteCarloGenerators>, letzter Zugr. am 11.10.2017
- [16] Particle Data Group *33.Monte Carlo particle numbering scheme*, 2002, <http://pdg.lbl.gov/2002/montecarlorpp.pdf>
- [17] A. Buckley, J. Ferrando, S. Lloyd, K. Nordström, B. Page, M. Rüfenacht, M. Schönherr and G. Watt, *LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era*, Eur. Phys. J. C **75** (2015) 132 doi:10.1140/epjc/s10052-015-3318-8 [arXiv:1412.7420 [hep-ph]].
- [18] A. Buckley, J. Butterworth, D. Grellscheid, H. Hoeth, L. Lonnblad, J. Monk, H. Schulz, F. Siegert *Rivet user manual* MCnet/10/03, 2013, arXiv:[1003.0694v8] [hep-ph]
- [19] *MC_GENERIC.cc* https://rivet.hepforge.org/code/dev/MC__GENERIC_8cc_source.html, Zugr. am 13.10.2017
- [20] J. Ellis, *TikZ-Feynman: Feynman diagrams with TikZ*, Comput. Phys. Commun. **210** (2017) 103 doi:10.1016/j.cpc.2016.08.019 [arXiv:1601.05437 [hep-ph]].
- [21] *Standard Model of Elementary Particles-de* By MissMJ [CC BY 3.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>) or Public domain], via Wikimedia Commons https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg#/media/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles-de.svg

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit im Rahmen der Betreuung am Institut für Kern- und Teilchenphysik ohne unzulässige Hilfe Dritter verfasst und alle Quellen als solche gekennzeichnet habe.

Marie Zech

Dresden, Oktober 2017