

UNIVERSITÉ SAAD DAHLAB DE BLIDA

Faculté des Sciences

Département de Physique

THÈSE DE DOCTORAT D'ÉTAT

Spécialité : Physique (Physique Théorique)

LE HIGGS ET LE QUARK TOP
DANS LE FORMALISME DES RELATIONS DE
DISPERSION ET LE MODÈLE STANDARD

par

Noureddine BOUAYED

soutenue le 8 novembre 2008 devant le jury composé de :

N. Tabti	Maitre de conférences	USDB, Blida	Président
P. Aurenche	Directeur de Recherche	LAPTH, Annecy-le-Vieux	Examineur
F. Iddir	Professeur	Université d'Oran	Examinatrice
B. Si Lakhal	Maitre de conférences	USDB, Blida	Examinatrice
N. Mebarki	Professeur	UMC, Constantine	Co-rapporteur
F. Boudjema	Directeur de Recherche	LAPTH, Annecy-le-Vieux	Rapporteur

Blida, novembre 2008

RÉSUMÉ

Le Higgs est la seule particule du modèle standard qui résiste encore à la découverte. Ainsi le mécanisme de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible qui fait intervenir le champ scalaire de Higgs pour générer les masses des bosons et des fermions, reste un mystère de la physique des particules.

Dans cette thèse, on explore de manière approfondie ce secteur scalaire du modèle standard où réside le Higgs ainsi que les autres Goldstones. Et pour réaliser cette tâche, les meilleures sondes sont d'une part les bosons vecteurs massifs avantagés par leurs couplages au Higgs et par le fait que leurs modes longitudinaux représentent les Goldstones ; et d'autre part le quark top avantagé par sa masse qui est de l'ordre de grandeur de l'échelle de la brisure de la symétrie électrofaible, lui conférant ainsi une fort couplage de yukawa, d'où sa très grande sensibilité au secteur de la brisure de symétrie.

La masse du Higgs étant inconnue, on balaie alors tout le spectre. Ainsi, dans un premier volet, on s'intéresse au cas du Higgs léger et moyennement lourd. Et comme pour pouvoir décélérer, de manière univoque, un signal de nouvelle physique de celui que donnerait le modèle standard, il faut pousser au moins à l'ordre de la précision expérimentale, la précision des calculs effectués via le modèle standard. On commence alors par pousser les calculs des sections efficaces électrofaibles et QCD des processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ et $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ jusqu'à l'ordre de la boucle. Ceci nécessite au préalable, la renormalisation des secteurs électrofaibles scalaires et spinoriels ainsi qu'une bonne maîtrise des techniques de calcul sous-jacentes. Puis pour faire la part des contributions purement électrofaibles propres aux processus d'intérêts, on établit une formule analytique permettant de quantifier la contribution photonique universelle. Ensuite, pour voir comment peut se révéler un signal de nouvelle physique, on traite l'influence sur les sections efficaces différentielles angulaires, d'opérateurs effectifs paramétrant le secteur de la brisure de la symétrie. Pour enfin inclure les faisceaux de bosons vecteurs massifs dans une approche fonction de structure pour une phénoménologie au plus puissant collisionneur hadronique d'aujourd'hui : le LHC (Large Hadron Collider) et au collisionneur leptonique du futur proche : l'ILC (International Linear Collider).

Dans le deuxième volet de cette thèse, on traite du cas du Higgs lourd violant le principe d'unitarité perturbative. On suit alors la procédure initiée par Contogouris, et on construit un modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$. A hautes énergies, la résolution numérique de l'équation intégrale qui découle de notre construction, nous permet de mettre en évidence, à travers les résonances de l'amplitude dispersive, les manifestations d'un comportement en force forte de l'interaction électrofaible. Une analyse attentive des résultats qu'on obtient, nous permet d'une part d'estimer la valeur de la masse d'un Higgs lourd et d'autre part d'extraire une nouvelle limite pour la validité du calcul perturbatif dans la théorie électrofaible.

ABSTRACT

The mechanism of spontaneous symmetry breaking responsible for the generation of masses for both the bosons and the fermions of the Standard Model remains a mystery, especially that the Higgs has still not been discovered.

In this thesis I concentrate on the study of the scalar sector of the Standard Model where the Higgs with the other Goldstone Bosons reside. This sector can best be probed through the massive vector bosons and the top quark. The former, for their privileged coupling to the Higgs and because their longitudinal mode represents the Goldstone Bosons, and the top, because of its very strong Yukawa coupling, are very sensitive to the mechanism of symmetry breaking.

I first focus on a situation where the Higgs is light and study the processes $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ and $ZZ \rightarrow t\bar{t}$. In order to unambiguously reveal a sign of New Physics, the Standard Model needs to be predicted precisely. In a first step I therefore study the electroweak and QCD one-loop corrections for these processes. This requires a renormalisation of the electroweak gauge and top sectors and mastering some one-loop techniques. I then concentrate on extracting the purely electroweak contributions to the above processes after setting up an analytical formula for the universal photonic contribution. The New Physics affecting the top and W system is parameterised with the help of effective operators describing symmetry breaking. The effect of these operators is carefully compared to the effect of the one-loop radiative corrections before setting a limit on the parameters of these New Physics operators. To give more realistic results the WW and ZZ cross sections are turned into e^+e^- and pp cross sections by using a structure function approach. This allows an application to the phenomenology at future colliders (LHC : Large Hadron Collider and ILC : International Linear Collider).

A second aspect of the work presented here concerns the situation where the Higgs is heavy. For a heavy Higgs the electroweak interaction enters a strong interaction regime where perturbative unitarity may be violated, so we have to resort to non-perturbative methods. By following the pioneering work of Contogouris, I construct a dispersive model for the

process $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$ where W_L is the longitudinal W . The numerical resolution of the integral equation that is induced by this model enables a study of the strong effects of the electroweak interaction at high energies. I also extract a new limit for the validity of the perturbative calculation in the electroweak theory and a value for the Higgs mass in case the Higgs is very heavy.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à adresser toute ma gratitude à mon directeur de thèse, Fawzi BOUDJEMA pour nos discussions particulièrement enrichissantes, pour sa disponibilité et pour son fort soutien tout au long de la préparation de cette thèse. J'ai beaucoup apprécié de travailler avec lui.

Je remercie aussi Nouredine MEBARKI pour ses précieux conseils et pour la liberté d'action qu'il m'aït permis.

Ma gratitude est aussi destinée à Patrick AURENCHE, directeur du LAPTH pour m'avoir chaleureusement accueilli dans son laboratoire, pour les discussions que j'aies eu avec lui et pour ses encouragements.

Je tiens aussi à remercier le Ministère Algérien de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique pour son support financier lors de mon séjour au LAPTH.

Je souhaite aussi remercier Jean-Phillipe GUILLET pour son précieux soutien en programmation, Moha AHBAR pour son soutien logistique en informatique, Giovanni FEVE-RATI pour les discussions enrichissantes que j'aies eu avec lui et Geneviève BELANGER pour les réponses directes et concises qu'elle ait toujours su formuler lors de nos discussions.

Je suis redevable à Alexandre PUKHOV pour m'avoir instruit dans les arcanes de Com-pHep et de la méthode Vegas, à Andre SEMENOV pour m'avoir introduit à SloopS, à Zouina BELGHOSI pour nos discussions sur Jaxodraw et à Ritesh SINGH pour nos discussions sur les coupures cinématiques, et pour m'avoir aidé à adapter Latex aux exigences de mon université. Je n'oublierai pas le temps partagé avec Marco ROSSI.

Merci aux doctorants Adel BOUCHARB pour avoir partagé mon bureau et pour de nombreux échanges de vues ; à Nans BARO, Ninh Duc LE, Gregori SANGUINETTI, Christophe BERNICOT, Timour DELAHAYE et Giovanni SATTA pour tout le temps partagé ensemble.

Merci aux administratives : Dominique TURC, Veronique JONNERY, Virginie MAL-AVAL et Catherine COLAVITO pour leur assistance bienveillante.

Merci à tous les membres du LAPTH pour l'ambiance accueillante qu'ils savent répandre autour d'eux.

Merci à Nouredine TABTI pour avoir accepté de présider mon jury de thèse, et à Farida IDDIR et Bahia SILAKHAL d'en faire partie.

Merci à toutes celles et tout ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'aboutissement de ce travail de thèse.

Merci à mes parents pour tout.

Merci à ma belle famille pour son précieux soutien inconditionnel durant mon séjour au LAPTH pour la préparation de cette thèse.

Ma gratitude est en fin destinée à celles et ceux pour lesquels mes fréquentes et longues absences durant les deux dernières années de préparation de cette thèse n'étaient pas facile à faire passer, et pour lesquels mes remerciements ne suffiraient pas, ma femme Moufida et mes enfants Aymene-Mohammed, Abdelwaheb et Anfel. Je leur dédicace ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	2
REMERCIEMENTS	7
TABLE DES MATIÈRES	9
LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX	12
INTRODUCTION	17
1 MODÈLE STANDARD ET RELATIONS DE DISPERSION	27
1.1 Construction du Lagrangien classique du $\mathcal{MS}$	27
1.1.1 Prescription de l'invariance de jauge	28
1.1.2 Lagrangien des champs de jauge	29
1.1.3 Lagrangien Fermionique	30
1.1.4 Lagrangien scalaire et brisure spontanée de la symétrie électrofaible .	30
1.1.5 Lagrangien de Yukawa et masses des fermions	35
1.2 Quantification du Lagrangien du $\mathcal{MS}$	36
1.2.1 Quantification de la contribution de couleur	36
1.2.2 Quantification de la contribution électrofaible	38
1.2.3 Paramètres fondamentaux, paramètres physiques et importance du calcul à l'ordre de la boucle	40
1.3 Renormalisation du modèle standard sur la couche de masse	41
1.3.1 Définition des constantes de renormalisation	44
1.3.2 Conditions de renormalisation	45
1.4 Calcul des amplitudes à l'ordre de la boucle et section efficace de processus	48
1.5 Divergences infrarouges et énergies de coupure	50
1.6 Constante de structure fine et schéma G_μ	51

1.7	Constante de couplage fort et échelle de renormalisation	55
1.8	Unitarité et Analyté	56
2	DIFFUSION DE BOSONS VECTEURS : CALCUL PRÉCIS	59
2.1	Contributions à l'arbre et dominance des modes longitudinaux	60
2.1.1	Notations et contribution de Born	60
2.1.2	Distributions angulaires de Born	64
2.2	Calcul des corrections Electrofaible et QCD	65
2.2.1	Procédure de calcul de la section efficace complète :	67
2.2.2	Vérifications sur le calcul :	68
2.3	Détermination de la contribution photonique universelle	70
2.3.1	Processus $W^-W^+ \rightarrow HH$ et $ZZ \rightarrow HH$ et structure non-Abelienne de l'interaction électrofaible	74
2.4	Extraction de la contribution purement électrofaible pour les processus $VV \rightarrow$ $t\bar{t}$	77
2.5	Corrections Electrofaible et QCD : résultats et discussions	80
2.5.1	Paramètres d'entrée	80
2.5.2	Section efficace totale à une boucle	81
2.5.3	Distributions angulaires à une boucle	82
3	INTERACTION ANOMALE $W^-W^+t\bar{t}$ ET RECHERCHE D'UNE NOUVELLE PHYSIQUE	85
3.1	Lagrangien effectif	85
3.2	Section efficace totale et anomaux	86
3.3	Distribution angulaire : résultats et discussion	89
4	APPLICATIONS À L'ILC ET AU LHC	92
4.1	L'approximation des bosons vecteurs effectifs	92
4.2	Application aux collisionneurs e^+e^-	93
4.2.1	Discussion des résultats	96

4.3	Application aux collisionneurs pp	99
4.3.1	Procédure du calcul numérique	102
4.3.2	Résultats et discussion	103
5	MODÈLE DISPERSIF POUR L'AMPLITUDE DU PROCESSUS $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$	106
5.1	Construction de modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$	108
5.1.1	Le théorème d'équivalence	108
5.1.2	Construction du modèle dispersif et méthode N/D	109
5.2	Cas de l'onde S et schéma du calcul numérique	113
5.3	Résultats et discussion	117
	CONCLUSION	123
	RECOMMANDATIONS	126
	APPENDICES	127
A	AMPLITUDES D'HELICITÉ À L'ARBRE POUR $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$	127
B	DIAGRAMMES DE FEYNMAN À L'ARBRE POUR LE PROCESSUS $e^+ e^- \rightarrow t\bar{t} \nu_e \bar{\nu}_e$	131
C	LISTE DES ABRÉVIATIONS	132
	RÉFÉRENCES	133

LISTE DES ILLUSTRATIONS, GRAPHIQUES ET TABLEAUX

Figure 1	Résumé des mesures de précision expérimentales comparées aux résultats théoriques du $\mathcal{MS}$ incluant les corrections radiatives ; ces figures sont prises respectivement des sites suivants : http://lepewwg.web.cern.ch/ et http://lepqcd.web.cern.ch/	21
Figure 2	Différentes manières de calculer la section efficace pour le processus $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ comparées aux mesures expérimentales, montrent que dans le $\mathcal{MS}$, les différents couplages sont bien réglés, assurant ainsi la renormalisabilité et l'accord avec les résultats expérimentaux. (figures prises des notes de cours sur la renormalisation de F.Boudjema [1]) .	22
Figure 3	a) Le $\mathcal{MS}$ n'assure pas l'unification des constantes de couplage électrofaible et forte par contre b) le $\mathcal{MSSM}$ permet cette unification.	23
Figure 1.1	États du vide du Higgs	31
Figure 1.2	Contributions des photons virtuels et réels mous	51
Figure 1.3	Désintégration du muon dans le cadre : a) de la Théorie de Fermi, b) du Modèle Standard	53
Figure 1.4	Quelques contributions à l'ordre de la boucle pour le propagateur de W	54
Figure 2.1	Diagrammes de Feynman à l'arbre pour les processus d'intérêts : a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$	61
Figure 2.2	Taux relatifs des sections efficaces de Born pour différentes polarisations des bosons vecteurs incidents, relativement au cas où les deux bosons incidents sont longitudinaux. Pour le cas de la fusion WW , les hélicités $\lambda_i\lambda_j$ correspondent à $W^-(\lambda_i)W^+(\lambda_j)$	62

Figure 2.3	Section efficace totale de Born pour les processus $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ et $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ pour $M_{Higgs} = 120, 200, 300 \text{ GeV}$ et $p_T^{t,\bar{t}} > 10 \text{ GeV}$	63
Figure 2.4	Distributions angulaires non polarisées pour la section efficace des processus a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ avec $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$, b) $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$ $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$ et c) $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$. $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$. θ est l'angle entre W^- et t . La coupure $p_T^{t,\bar{t}} > 10 \text{ GeV}$ correspond à de petits angles θ_{cut} qu'on ne peut présenter sur la figure.	65
Figure 2.5	Sélection de diagrammes de Feynman pour les processus a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$	66
Figure 2.6	Sélection de diagrammes de Feynman pour les processus radiatifs : a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}g$ et b) $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}\gamma$	68
Figure 2.7	Diagrammes de Feynman utilisés pour la détermination de la contribution photonique universelle à travers le processus $e^+ e^- \rightarrow ZH$. .	71
Figure 2.8	Correction relative K_{WW}^{SM} dans le cadre du $\mathcal{MS}$, de la section efficace non-polarisée de $W_U^- W_U^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$, (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$, (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1000 \text{ GeV}$. Les distributions angulaires de Born dans le cadre du $\mathcal{MS}$ sont présentées en Fig. 2.4. . .	83
Figure 2.9	Section efficace totale de Born, et à l'ordre de la boucle pour les contributions complètes électrofaibles (EW), QCD, purement électrofaibles (PEW) avec extraction de la contribution photonique universelle (QED) et aussi dans le cadre du schéma G_μ (pew). a) $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$; $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$. c) et d) donnent les taux de variations relatifs des corrections à l'ordre de la boucle	84
Figure 3.1	Section efficace anormale totale non-polarisée pour le processus $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$ en fonction des coefficients anormaux a_1 et a_2 , pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et $p_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}$	88
Figure 3.2	Distributions angulaires anormales pour $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ for (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$, and (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$	91

Figure 3.3	Taux anomaux K_{WW}^a du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$ and (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$	92
Figure 4.1	Luminosité des bosons vecteurs massifs dans un collisionneurs e^+e^- , en fonction du carré de la fraction d'énergie transférée pour (a) $Z_L Z_L$ et (b) $W_L W_L$	95
Figure 4.2	Section efficace totale intégrée de Born pour (a) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ via $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et (b) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu\bar{\nu}$ via $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$	96
Figure 4.3	Facteurs K_{VV} représentant les corrections à une boucle aux processus : (a,c) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ via $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et (b,d) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu\bar{\nu}$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$. (a,b) sont pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et (c,d) pour $M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$	97
Figure 4.4	K_{WW} avec les coefficients anomaux $a_1 = a_2 = 0.03$ pour $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$ comparé aux facteurs K_{WW} à l'ordre de la boucle.	98
Figure 4.5	Diagrammes de fusion et diagrammes de bremsstrahlung pour le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$	98
Figure 4.6	Section efficace totale de Born et corrigées EW, QCD, EW+QCD et PEW pour la création de paires de quarks top via les processus a) $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ lors de la collision de deux protons. $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}, P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}, m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$	105
Figure 4.7	Facteurs K représentant les corrections à une boucle pour les processus $pp \rightarrow Xt\bar{t}$ via a) $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$. $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}, P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}, m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$	106
Figure 5.1	Quelques diagrammes de Feynman pour le processus $\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-$	110
Figure 5.2	Contour d'intégration pour l'amplitude dispersive	112

Figure 5.3	Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs fixes du rapport ν/M_H^2) : a) de l'énergie $\sqrt{s}$ dans le centre de masse du système $W_L^+ W_L^-$; b) du numérateur N_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive.	119
Figure 5.4	Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs fixées du rapport ν/M_H^2) des parties (a) imaginaire et (b) réelle, du dénominateur D_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive. . .	119
Figure 5.5	Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs données du rapport ν/M_H^2) : a) du module $ F_0 $ de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive, b) l'amplitude S_0 de l'onde partielle S perturbative.	120
Figure 5.6	Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour $\sqrt{s} \simeq M_H$) du a) module $ F_0 $ et de b) la phase δ_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive.	123
Figure 5.7	Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour $\sqrt{s} \simeq M_H$) des rapports : a) $\frac{B_0}{ F_0 }$ et b) $\frac{S_0}{ F_0 }$, respectivement du terme de Born (B_0) et de l'amplitude perturbative (S_0) relativement à l'amplitude dispersive (F_0).	123
Tableau 1	Intensités relatives et effets des quatres interactions fondamentales .	17
Tableau 2	Les trois familles de particules élémentaires	20
Tableau 2.1	Section efficace de Born et correction δ à une boucle incluant le bremsstrahlung, pour $\sqrt{s} = 600 \text{ GeV}$, $M_{Higgs} = 100 \text{ GeV}$, $k_c = 0.01\sqrt{s}$ et $10^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$. Ce tableau montre que les gluons réels mous ne sont pas implantés dans FormCalc (SMQCD.mod).	70
Tableau 2.2	Comparaison numérique et validité des formules δ_{r+v} et $\delta_{r+v}^{(m^2 \ll s)}$. .	74
Tableau 2.3	Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^- W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = 175 \text{ GeV}$ et $m_b = 4.5 \text{ GeV}$	77

Tableau 2.4	Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 175 \text{ GeV}$	77
Tableau 2.5	Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 5 \text{ GeV}$	77
Tableau 2.6	Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 90 \text{ GeV}$	77
Tableau 2.7	Section efficace totale de Born σ_0 et corrections relatives pour les contributions électrofaibles (δ^{EW}), “purement” électrofaibles (δ^{PEW}), dans le cadre du schéma G_μ (δ^{pew}) et QCD (δ^{QCD})	83
Tableau 5.1	Valeurs respectives de M_H et de $\sqrt{s}$ pour lesquelles on observe la violation de l’unitarité de l’amplitude perturbative et pour lesquelles on a des résonances de l’amplitude dispersive	121

INTRODUCTION

Comprendre les lois qui régissent l'univers, a toujours été l'un des objectifs essentiels de l'être humain. Et ceci dans le but, d'une part, d'apaiser sa curiosité à comprendre ce qui se passe autour de lui, et d'autre part, pour mettre ces lois à son profit. Donc l'aisance relative des connaissances dont on jouit aujourd'hui, n'est en fait que le fruit d'efforts intenses et successifs de plusieurs civilisations et de plusieurs générations. Et le processus de création du savoir et du savoir faire continue !

L'homme a donc compris, à travers son expérience, que le monde physique est en réalité matière et interactions. Et qu'il est régi par des lois objectives et non subjectives. Il s'est donc doté d'outils qui lui permettent de modéliser ces lois dans un langage mathématique varié, qu'il créa en harmonie avec les problèmes traités.

Au début du vingtième siècle, on pouvait déjà recenser quatre types d'interactions fondamentales entre les particules (voir tableau 1). Trois de ces interactions sont de longue portée : la gravitation, l'électromagnétisme et l'interaction «nucléaire» forte¹. Par ailleurs, l'interaction «nucléaire» faible est de courte portée.

Interaction	Intensité relative	Effet
Gravitation	10^{-39}	Attire
Electromagnétisme	10^{-2}	Attire ou repousse
Faible	10^{-6}	Transmute
Forte	1	Attire

Tableau 1: Intensités relatives et effets des quatres interactions fondamentales

Les effets de l'interaction gravitationnelle n'étant perceptibles que pour des objets ma-

¹En 1935, Yukawa proposa la première théorie pour décrire l'interaction forte qui contre la répulsion Coulombienne entre les protons et qui par suite maintient la structure du noyau atomique. Dans cette théorie l'interaction entre nucléons (protons et neutrons) est de courte portée et est véhiculée par une particule massive appelée «pion» et qui fut découverte plus tard. Néanmoins la théorie de Yukawa n'a pas pu survivre, du fait de la découverte d'une multitude d'autres particules manifestant aussi cette d'interaction forte, en plus du fait que les résultats théoriques n'étaient pas totalement satisfaisants. La chromodynamique quantique (QCD) succéda à la théorie du Yukawa en fin des années soixante. Dans QCD la portée de l'interaction forte entre quarks est longue et est mediée via le gluon de masse nulle. Par ailleurs, le phénomène de confinement des quarks au sein des hadrons (particules composites blanches) fait que l'interaction nucléaire n'est que le résidu entre nucléons (hadrons) de cette interaction forte entre quarks. La «portée effective» de cette interaction devient alors courte.

croscopiques très massifs, alors à l'échelle des particules élémentaires, seules les interactions électromagnétique, faible et forte sont les plus pertinentes. L'électromagnétisme est directement relié à la charge électrique des particules et est bien décrit via les équations de Maxwell au niveau classique puis par l'électrodynamique quantique (QED). Par ailleurs, l'interaction nucléaire forte ne se manifeste qu'entre hadrons et fut initialement décrite par la théorie de Yukawa qui laissa la place à la chromodynamique (QCD) décrivant cette interaction via les charges de couleur portées par certaines particules. Quant à l'interaction nucléaire faible, elle ne touche que les particules susceptibles de se désintégrer en constituants fondamentaux stables. Cette dernière interaction fut d'abord décrite par Fermi à travers l'introduction dans le Lagrangien du système, d'un terme d'interaction qui englobe toutes les particules mises en jeu lors du processus de désintégration, y compris le neutrino prévu par Pauli pour restaurer la conservation de l'énergie totale du système. Cette interaction faible devait être de type vectoriel ou de type axial-vectoriel pour répondre à la condition d'invariance de Lorentz et pour satisfaire aux résultats expérimentaux relatives à la violation de la parité et aux durées de vie des transitions de Fermi et de Gamow-Teller. Elle devait aussi rendre compte du fait que seuls les fermions de chiralité gauche interagissent faiblement. Mais on s'aperçut vite que cette formulation de Fermi décrivait bien le phénomène aux basses énergies et qu'elle souffrait d'un grave défaut à hautes énergies. À hautes énergies l'unitarité est violée et ainsi la théorie de Fermi est non-renormalisable. Le diagnostic de ce défaut révélait que le problème provenait du fait que dans la théorie de Fermi, les particules n'interagissent entre elles que si elles coexistent au même point de l'espace temps. Par ailleurs, l'interaction électromagnétique ne souffre pas de cet handicap, du fait qu'elle autorise l'interaction par l'intermédiaire d'un champ de jauge : le photon dont le propagateur est inversement proportionnelle au carré de l'impulsion transférée, permettant ainsi de réduire toute divergence quadratique en divergence logarithmique, qu'il est possible d'absorber dans la renormalisation de la constante de couplage. Il est donc important d'introduire, d'une manière invariante de jauge, la notion de bosons vecteurs intermédiaires dans la théorie de l'interaction faible. Ces bosons messagers doivent être massifs, vu la portée courte de l'interaction faible. De plus, ils doivent être de spin un comme le photon, pour pouvoir se coupler aux courants vectoriels intervenants dans les processus de désintégration. Enfin, ils doivent être au nombre de trois, pour rendre

compte du fait que les courants faibles peuvent être électriquement, soit neutre, soit chargés positivement ou négativement. Il est, en outre, important que les propagateurs de ces bosons messagers faibles puissent développer un comportement en propagateurs de particules massives aux basses énergies pour rejoindre la théorie de Fermi et par ailleurs ils doivent développer un comportement en propagateurs de particules non-massives aux hautes énergies pour que la théorie soit renormalisable. Ce comportement des propagateurs bosoniques variant en fonction de l'intensité de l'énergie de transfert, ne peut être assuré si on introduit les termes de masses à la main. Il faut donc que nos champs de bosons vecteurs soient non massifs lors de leur introduction dans la théorie et qu'ils acquièrent ensuite leur masse respective via un certain mécanisme qu'il faudrait inventer, tout en préservant le comportement non-massif des propagateurs à hautes énergies. L'idée est donc de construire une théorie de jauge électrofaible qui introduit de manière unifiée le photon et les bosons vecteurs faibles et qui prévoit un mécanisme pour la génération des masses des bosons vecteurs faibles (et aussi des masses des autres particules élémentaires lourdes) tout en restant renormalisable. Dans cette démarche de construction, il est facile de trouver une place pour l'interaction forte de couleur, vu qu'elle aussi est régie par une théorie de jauge du groupe de symétrie de couleur $SU(3)_c$, appelée communément QCD et dont les bosons messagers de jauge sont non massifs vu la longue portée de cette interaction, de spins un pour se coupler aux courants vectoriels et portent des charges de couleur pour rendre compte de la liberté asymptotique à courtes distances et du phénomène de confinement au sein des hadrons. Il devient alors possible de juxtaposer les théories électrofaible et forte dans un seul modèle unifié.

Ainsi a vu le jour entre les années soixante et soixante-dix le modèle standard de la physique des particules ($\mathcal{MS}$). Le $\mathcal{MS}$ traite les interactions forte, faible et électromagnétique de manière unifiée à travers une théorie de jauge renormalisable du groupe de symétrie $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le $\mathcal{MS}$ stipule que les briques fondamentales qui constituent notre univers sont les fermions élémentaires (leptons et quarks) groupés en trois familles :

$$\begin{aligned}
1^{\text{ère}} \text{ famille} &\rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \nu_{eR}, \quad e_R, \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R \\
2^{\text{ème}} \text{ famille} &\rightarrow \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \nu_{\mu R}, \quad \mu_R, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad s_R \\
3^{\text{ème}} \text{ famille} &\rightarrow \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, \quad \nu_{\tau R}, \quad \tau_R, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, \quad t_R, \quad b_R
\end{aligned}$$

Tableau 2: Les trois familles de particules élémentaires

et que leurs interactions sont véhiculées à travers des particules bosoniques messagères : le gluon (g) pour l'interaction forte, le photon (γ) pour l'interaction électromagnétique et les bosons massifs neutre (Z) et chargés ($W^\pm$) pour l'interaction faible.

Dans le $\mathcal{MS}$ toutes les particules élémentaires (fermions et bosons) sont initialement sans masse et elles n'acquièrent leur masse respective qu'après leur interaction, via un mécanisme de symétrie cachée, avec un champ scalaire : le champ de Higgs. Lors de cette interaction la symétrie électrofaible est spontanément brisée. On passe alors, du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ au groupe résiduelle $SU(3)_c \times U(1)_{em}$. Il importe ici de noter que le $\mathcal{MS}$ ne prévoit pas de valeurs pour les masses des particules. Ces dernières sont, par ailleurs, déterminées expérimentalement. Dans les années quatre vingt, la confirmation au CERN de l'existence des bosons vecteurs massifs comme prédits par le $\mathcal{MS}$, fut l'un des grands triomphes de cette théorie. Un triomphe reconforté en 1995, par la découverte au FermiLab du quark top avec une masse de l'ordre de l'échelle de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible. Ainsi le $\mathcal{MS}$ est soumis actuellement à la phase des tests de précision. La figure 1 donne les valeurs expérimentales de certaines observables et leur déviation par rapport au $\mathcal{MS}$. Dans la figure 2 est donnée, la section efficace totale du processus $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. On y voit que le calcul théorique rejoint bien les résultats expérimentaux. Ceci atteste que non seulement le couplage du vertex $l\nu_l W$ est bien réglé dans le $\mathcal{MS}$, mais que les autres couplages le sont aussi. Donc à présent, il ne manque à l'appel que le Higgs qui a réussi à échapper à toute détection directe.

Malgré ces succès spectaculaires, le $\mathcal{MS}$ est loin d'être une théorie complète de l'univers, du moins pour la simple raison qu'il n'inclut pas la gravitation. En plus, il ne permet pas

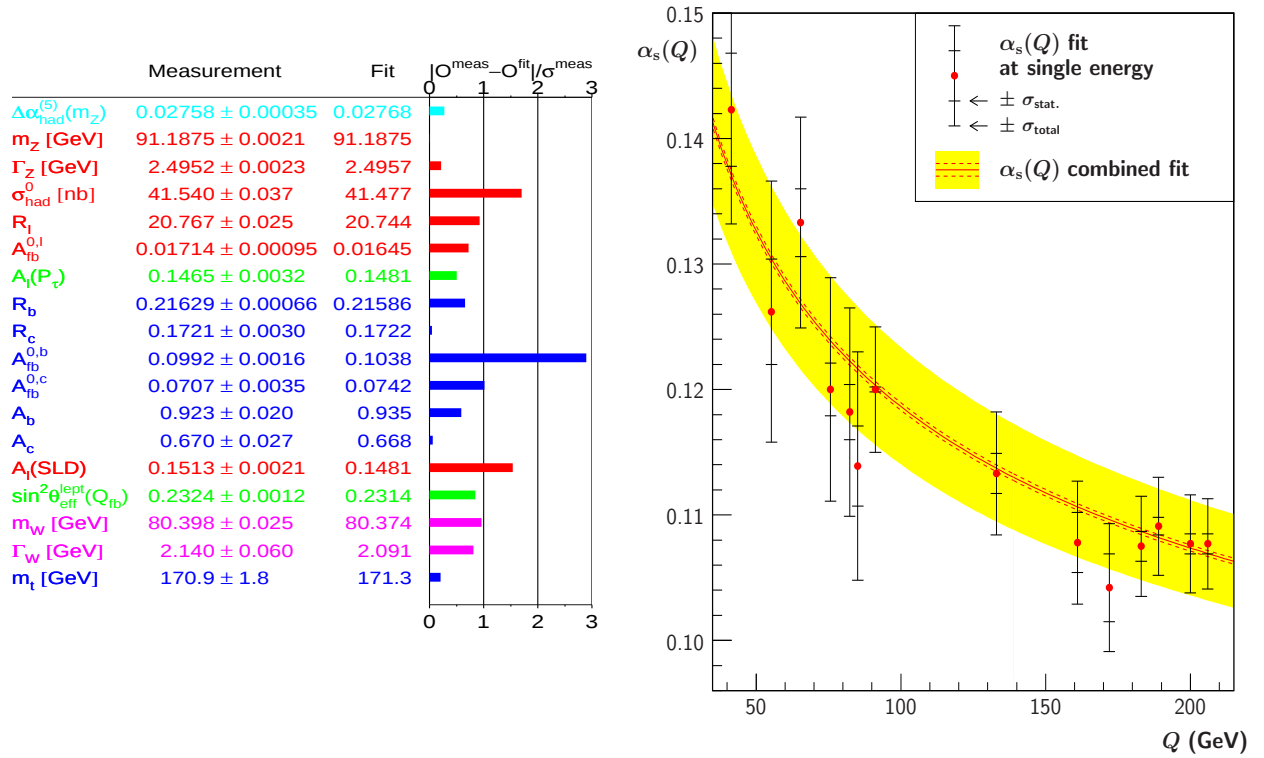


Figure 1: Résumé des mesures de précision expérimentales comparées aux résultats théoriques du $\mathcal{MS}$ incluant les corrections radiatives; ces figures sont prises respectivement des sites suivants : <http://lepewwg.web.cern.ch/> et <http://lepqcd.web.cern.ch/>.

l'unification des constantes de couplages électrofaible et forte, ce que l'on aimerait bien voir se réaliser à une échelle supérieure à l'échelle de brisure spontanée de la symétrie électrofaible et inférieure à l'échelle de Planck où on espère pouvoir associer aussi la gravitation (voir figure 3).

En outre, le $\mathcal{MS}$ n'a pas de candidat pour la matière noire nécessaire pour décrire le mouvement des galaxies. En plus du fait que l'on ne sait pas pourquoi il y a trois familles? Pourquoi toute cette différence d'échelle entre les masses des particules? Pourquoi les masses des neutrinos sont presque nulles? Comment quantifier la charge? Quel rôle donner à la gravitation?... On s'attend alors à ce que le $\mathcal{MS}$ soit une théorie effective qui reste vraie jusqu'à l'échelle de brisure spontanée de la symétrie électrofaible et qu'au delà, une nouvelle physique ($\mathcal{NP}$) pourrait se révéler. Au delà du domaine où le $\mathcal{MS}$ serait prouvé toujours valable par l'expérience, deux directions se présentent alors, selon la valeur de la masse du Higgs.

- Pour un Higgs léger ne violant pas l'unitarité perturbative, une nouvelle théorie perturbative tel que le Modèle Standard Supersymétrique Minimal ($\mathcal{MSSM}$) ou bien une théorie

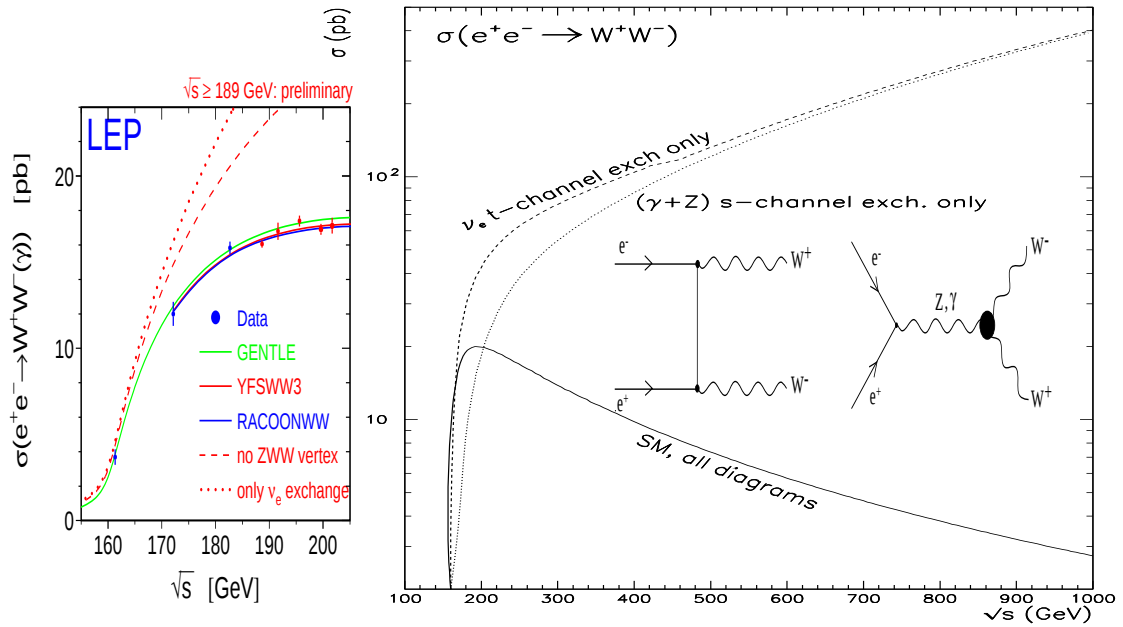


Figure 2: Différentes manières de calculer la section efficace pour le processus $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ comparées aux mesures expérimentales, montrent que dans le $\overline{\text{MS}}$, les différents couplages sont bien réglés, assurant ainsi la renormalisabilité et l'accord avec les résultats expérimentaux. (figures prises des notes de cours sur la renormalisation de F.Boudjema [1])

de dimensions cachées succéderait au $\overline{\text{MS}}$.

- Pour un Higgs lourd violant l'unitarité perturbative, l'interaction faible présente alors un comportement en force forte et par suite le traitement perturbatif ne devient plus correct. Il faut alors avoir recours aux méthodes non-perturbatives.

On est donc à la frontière d'une nouvelle physique. Et la nécessité d'avoir de nouvelles données expérimentales pour orienter les futures recherches en physique fondamentale se fait sentir. Ainsi vient d'être lancé le 10 septembre dernier à Genève le grand collisionneur hadronique (proton-proton) [2] du CERN, le LHC avec son énergie nominale de 14 TeV et sa luminosité intégrée de $10^{-34} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ et qui ne saurait rater le Higgs léger s'il existe réellement. Par ailleurs, d'autres nouveaux collisionneurs (hadronique et leptonique) avec des énergies et des luminosités jamais atteintes précédemment sont sur la liste pour réalisation. Notant à titre d'exemple, l'ILC qui est un collisionneur linéaire électron-positron [3, 4, 5] et qui sera mieux adapté pour les tests de précision du $\overline{\text{MS}}$ et pour l'exploration d'une éventuelle nouvelle physique. Un nouveau domaine se présentera donc à l'exploration expérimentale dans le futur tout proche et l'ère de la spéculation touche à sa fin.

A la lumière de cette discussion, le but de ma thèse est d'explorer d'avantage le secteur

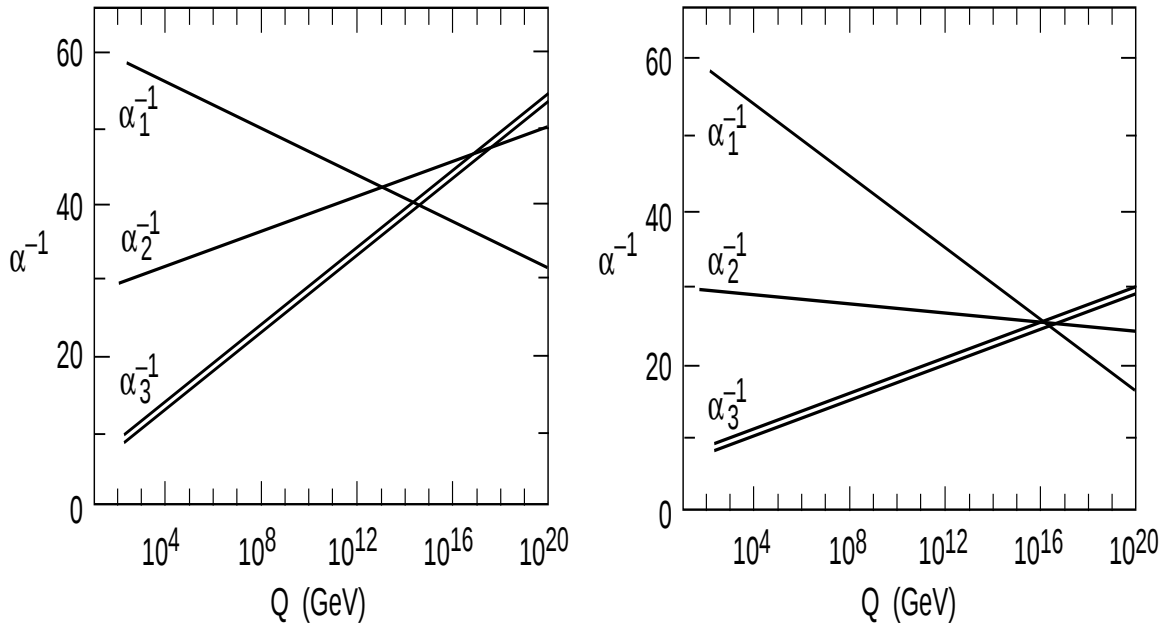


Figure 3: a) Le $\overline{MS}$ n'assure pas l'unification des constantes de couplage électrofaible et forte par contre b) le $MSSM$ permet cette unification.

scalaire du $\overline{MS}$. Les couplages importants de paires de bosons vecteurs au Higgs en premier lieu et de paires de quarks top au Higgs en second lieu, font que les réactions de fusion de paires de bosons vecteurs (V) en paires de bosons vecteurs $VV \rightarrow VV$, ou bien en paires de quarks top $VV \rightarrow t\bar{t}$, soient des outils privilégiés pour sonder ce secteur de la brisure spontanée de la symétrie. Le déficit en terme de couplage, accusé par le processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ par rapport à $VV \rightarrow VV$ est vite compensé par le fait que la masse du top est de l'ordre de grandeur de l'échelle de brisure spontanée de la symétrie électrofaible $v/\sqrt{2} = 174\text{GeV}$!. Ceci confère au quark top un couplage de Yukawa de l'ordre de l'unité, d'où une grande sensibilité au mécanisme de création de la masse. Ces réactions de fusion de bosons vecteurs, s'annoncent prometteuses sur le plan pratique, vu qu'énormément de bosons vecteurs seront produits dans la nouvelle génération de collisionneurs à énergies dans le domaine du TeV.

Ainsi, l'approche adoptée dans cette thèse, est la suivante : Pour le cas d'un Higgs léger, on utilise le processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ [6] [7] à travers lequel, on montre qu'en vue de différencier un signal comme étant celui du $\overline{MS}$ ou celui d'une nouvelle physique $\mathcal{NP}$, les corrections radiatives électrofaibles (EW) et forte (QCD) sont toutes deux du même ordre d'importance et par suite doivent être prises conjointement dans toute confrontation des sections efficaces calculées avec celles déduites des mesures de précisions. On se concentre ensuite, sur l'étude

du processus $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$, pour chercher les manifestations de la symétrie cachée au moyen d'un Lagrangien effectif. On s'intéresse après, à l'application phénoménologique aux collisionneurs à énergies dans le domaine du TeV. Par ailleurs, pour le cas du Higgs lourd, on utilise le formalisme des relations de dispersion pour construire à la Contogoris un modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$ [8]. L'amplitude dispersive qui en résulte nous permet de mettre en évidence les manifestations du comportement en force forte de l'interaction électrofaible. On montre aussi de manière explicite que l'unitarité est préservée. On estime alors la masse du Higgs lourd et on détermine une nouvelle limite pour la validité du calcul perturbatif.

Enfin, le plan de ma thèse est le suivant :

- Dans le premier chapitre, on décrit la procédure de construction du modèle standard ($\mathcal{MS}$) des interactions forte et électrofaible, en mettant l'accent sur le mécanisme de création de la masse des particules. Puis on présente, le schéma de renormalisation du $\mathcal{MS}$ sur la couche de masse, la manière avec laquelle on traite les divergences infrarouges photonique et gluonique, et comment on assure la stabilité des résultats relativement à l'énergie de coupure. On rappelle alors la manière de construction de la section efficace d'un processus donné, en partant de l'expression de son amplitude de transition. Puis on discute le schéma G_μ et sa relation avec la constante de structure fine. Pour ensuite évoquer la dépendance de la constante de couplage QCD fort en fonction de l'échelle de renormalisation. Et on finit par revoir le formalisme des relations de dispersion à travers les principes d'unitarité et d'analyticité de l'amplitude de transition.

- Dans le chapitre deux, pour un Higgs léger de masse n'excédant pas 300 GeV, on s'intéresse à l'étude des processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ (V étant le boson vecteur W ou Z) sensibles au secteur de la symétrie électrofaible cachée. Pour ces processus, on montre d'abord, à travers un calcul à l'arbre, la dominance des modes constitués de deux bosons vecteurs incidents longitudinaux. Puis dans le but de pouvoir évaluer la contribution purement électrofaible de ce processus, on détermine, à l'ordre de la boucle, l'expression analytique de la contribution photonique universelle. Puis on définit la manière avec laquelle, on tire les contributions purement électrofaibles pour ces processus d'intérêts. On montre alors que les corrections radiatives EW et QCD sont toutes deux de l'ordre du pour cent et par suite importantes à être prise

conjointement en considération dans toute confrontation avec les résultats expérimentaux. On montre aussi que les contributions purement électrofaible prises dans le schéma G_μ restent compétitives avec les contributions QCD.

- La nouvelle génération de collisionneurs avec leur énergie dans le domaine du TeV étant susceptible de révéler les effets d'une nouvelle physique. Il est donc important d'étudier les outils qui peuvent mettre en évidence de tel effets nouveaux. Dans le chapitre trois, on s'intéresse alors à étudier l'effet sur la section efficace différentielle du processus $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$, d'opérateurs effectifs anomaux, construits par Yuan [9] en vu de paramétrer les effets de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible. Ceci nous permet de montrer que dans le cas où la section efficace totale expérimentale, de création de paire $t\bar{t}$ via la fusion de bosons vecteurs massifs, coïncide avec celle prévue par le $\mathcal{MS}$ incluant les corrections radiatives, la section efficace différentielle peut révéler des distorsions liées à une nouvelle physique et constituerait donc une fenêtre utile pour explorer ce secteur de nouvelle physique.

- Comme dans notre monde réel, on ne trouve pas de bosons vecteurs massifs à l'état libre. Il est donc naturel de se demander, où trouve-t-on ces bosons ? Ces bosons sont en fait produits dans les expériences de collisions à hautes énergies (relativement à l'énergie seuil de leur création : $\sim 200 \text{ GeV}$). Et comme la nouvelle génération de collisionneurs (LHC, ILC, $\dots$) a des énergies de l'ordre du TeV, alors, une abondance de bosons vecteurs massifs sera produite dans ces expériences. Par suite, il est important d'évaluer quantitativement, la contribution du canal incluant la fusion des bosons vecteurs, au sein d'une phénoménologie des processus de collisions leptoniques et hadroniques réelles. Dans le chapitre quatre, on s'intéresse d'abord à brancher les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ au sein des collisions e^+e^- et pp , puis au calcul les sections efficaces intégrées. Pour ce faire, on utilise d'abord l'approximation des bosons vecteurs effectifs (ABVE) [10, 11, 12, 13, 14, 15]. De plus, pour les collisions hadroniques, on utilise les fonctions de structures des quarks dans le proton (les gluons ne se couplent pas aux bosons vecteurs électrofaible). On montre alors que le canal incluant la fusion de bosons vecteurs en paires de quarks top est prometteur pour les tests de précision du $\mathcal{MS}$ dans le cadre de l'ILC. Par contre pour le LHC la production de paire de quarks top via la fusion de gluons est très dominante et ne laisse pas de place pour pouvoir apprécier les effets de la fusion des bosons vecteurs. A cette échelle d'énergie, les opérateurs anomaux

induisent pour la section efficace totale un comportement différent de celui du $\mathcal{MS}$ et par suite peuvent être utilisés pour sonder les effets d'une nouvelle physique.

- Dans le chapitre cinq, on s'intéresse au cas d'un Higgs très lourd. On utilise alors le théorème d'équivalence et le formalisme des relations de dispersion pour construire, à la manière initiée par Contogouris, un modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L W_L \rightarrow W_L W_L$. Pour résoudre l'équation intégrale ainsi obtenue pour l'amplitude dispersive, on utilise la méthode N/D de Chew-Mandelstam [16]. La résolution numérique de l'équation qui en découle, nous permet de mettre en relief les effets forts de l'interaction électrofaible, de montrer la préservation de l'unitarité à hautes énergies et de prévoir une masse pour le Higgs lourd. On établit aussi, une nouvelle limite pour la validité du calcul perturbatif.

- Enfin, comme tout travail scientifique reste toujours incomplet, on termine avec quelques perspectives ouvertes par ce travail.

CHAPITRE 1

MODÈLE STANDARD ET RELATIONS DE DISPERSION

Le modèle standard ($\mathcal{MS}$) de la physique des particules élémentaires était proposé initialement par Weinberg-Salam-Glashow [17, 18, 19], pour décrire l'interaction électrofaible des leptons. Il était ensuite, étendu au secteur hadronique par Glashow-Iliopoulos-Maiani [20]. C'est une théorie quantique des champs qui décrit de manière unifiée et perturbative, les interactions fondamentales électrofaible et forte entre fermions élémentaires (quarks et leptons). Le $\mathcal{MS}$ repose sur la symétrie locale de jauge, du groupe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ (c, L et Y pour respectivement la couleur, l'isospin faible et l'hypercharge). Il associe, à chaque générateur intervenant dans le groupe de symétrie, un champ de jauge et à chaque type d'interaction une constante de couplage. La pièce maîtresse du $\mathcal{MS}$ est le mécanisme de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible, qui tout en observant la condition de renormalisabilité, génère les masses des particules (fermions et bosons), par le biais de leur interaction avec le champ scalaire de Higgs.

Ce chapitre traite de la construction du $\mathcal{MS}$, de sa renormalisation sur la couche de masse et de ses paramètres physiques. Il aborde aussi l'approche non-perturbative du formalisme des relations de dispersion, via les principes d'unitarité et d'analyticité de l'amplitude de transition.

1.1 Construction du Lagrangien classique du $\mathcal{MS}$

Pour construire le Lagrangien du modèle standard, on associe d'abord un champ à toute particule élémentaire. Ainsi, on introduit pour tout fermion intervenant dans le $\mathcal{MS}$, un champ spinoriel (ψ_i) et pour tout bosons vecteurs de spin un, un champ vectoriel. Soit B_μ le champs vectoriel et (g') la constante de couplage introduite en correspondance avec le groupe $U(1)_Y$ sous-tendu par le générateur Y . Et soit W_μ^a ($a = 1, 2, 3$) les trois champs vectoriels

et (g) la constante de couplage introduite en liaison avec le groupe $SU(2)_L$ sous-tendu par les trois générateurs T^a . Soit aussi G_μ^α ($\alpha = 1, 2, \dots, 8$) les huit champs vectoriels et (g_s) la constante de couplage introduits en relation avec le groupe $SU(3)_c$ sous-tendu par les huit générateurs T_s^α . Les générateurs Y , T^a et T_s^α observent les relations de commutation suivantes :

$$[Y, Y] = 0, \quad [T^a, T^b] = i\epsilon^{abc}T_c, \quad [T_s^\alpha, T_s^\beta] = if^{\alpha\beta\lambda}T_s^\lambda. \quad (1.1)$$

où ϵ^{abc} est le tenseur antisymétrique de Levi-Cevita et $f^{\alpha\beta\lambda}$ sont les constantes de structure du groupe $SU(3)_c$.

On organise les secteurs scalaire et spinoriel du $\mathcal{MS}$ selon les composantes d'isospin faible. Ainsi, on représente le champ scalaire complexe de Higgs (Φ) par un doublet d'isospin faible. Et, on forme des doublets de chiralité gauche $(\Psi_L^{i,l})$ pour les leptons et $(\Psi_L^{i,q})$ pour les quarks et des singlets de chiralité droite $(\Psi_R^{i,l})$ pour les leptons et $(\Psi_R^{i,q})$ pour les quarks.

1.1.1 Prescription de l'invariance de jauge

En plus de la prescription de l'invariance de Lorentz qui doit être vérifiée pour toute théorie relativiste des champs, le Lagrangien classique $\mathcal{L}_C^{\mathcal{SM}}$ du $\mathcal{MS}$ doit aussi observer l'invariance sous les transformations locales de jauge suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_R^{i,l}(x) \rightarrow \Psi_R^{'i,l}(x) = e^{i\theta_1(x)Y} \Psi_R^{i,l}(x), \\ \Psi_R^{i,q}(x) \rightarrow \Psi_R^{'i,q}(x) = e^{i\theta_3^\alpha(x)T_s^\alpha} e^{i\theta_1(x)Y} \Psi_R^{i,q}(x) \\ \Psi_L^{i,l}(x) \rightarrow \Psi_L^{'i,l}(x) = e^{i\theta_2^\alpha(x)T^a} e^{i\theta_1(x)Y} \Psi_L^{i,l}(x), \\ \Psi_L^{i,q}(x) \rightarrow \Psi_L^{'i,q}(x) = e^{i\theta_3^\alpha(x)T_s^\alpha} e^{i\theta_2^\alpha(x)T^a} e^{i\theta_1(x)Y} \Psi_L^{i,q}(x) \\ \Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{i\theta_2^\alpha(x)T^a} e^{i\theta_1(x)Y} \Phi(x) \end{array} \right. \quad (1.2)$$

Ces dernières transformations sont effectuées simultanément avec les transformations sui-

vantes des champs de jauge :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) - \frac{1}{g'} \partial_\mu \theta_1(x) \\ \vec{W}_\mu(x) \rightarrow \vec{W}'_\mu(x) = \vec{W}_\mu(x) - \frac{1}{g} \partial_\mu \vec{\theta}_2(x) - \vec{\theta}_2(x) \times \vec{W}_\mu \\ G_\mu^\alpha(x) \rightarrow G'_\mu{}^\alpha(x) = G_\mu^\alpha(x) - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \theta_3^\alpha(x) + f^{\alpha\beta\lambda} \theta_{3,\beta}(x) G_{\mu,\lambda}(x) \end{array} \right. \quad (1.3)$$

Il devient alors possible de présenter le Lagrangien $\mathcal{L}_C^{SM}$ sous la forme :

$$\mathcal{L}_C^{SM} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_M \quad (1.4)$$

Dans ce qui suit et jusqu'à la fin de cette section, on discute séparément chacune des composantes $\mathcal{L}_G$, $\mathcal{L}_F$, $\mathcal{L}_S$ et $\mathcal{L}_M$ du Lagrangien du $\mathcal{MS}$.

1.1.2 Lagrangien des champs de jauge

La dynamique des champs de jauge B_μ , W_μ^a ($a = 1, 2, 3$) et G_μ^α ($\alpha = 1, 2, \dots, 8$) est gérée par le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^\alpha G^{\alpha\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} . \quad (1.5)$$

où les intensités de champ $G_{\mu\nu}^\alpha$, $W_{\mu\nu}^a$ et $B_{\mu\nu}$ sont données respectivement par :

$$\left\{ \begin{array}{l} G_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha + g_s f^{\alpha\beta\lambda} G_\mu^\beta G_\nu^\lambda \\ W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \\ B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu . \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Ces expressions permettent de voir directement que les vertex à trois et quatre bosons vecteurs médiateurs sont générés par les contributions non-Abéliennes.

1.1.3 Lagrangien Fermionique

La contribution cinétique des fermions est incorporée dans le $\mathcal{MS}$ à travers le Lagrangien fermionique :

$$\mathcal{L}_F = i \sum_{k=1}^3 \left[\bar{\Psi}_L^{k,l} \gamma^\mu D_{L,\mu}^l \Psi_L^{k,l} + \bar{\Psi}_R^{k,l} \gamma^\mu D_{R,\mu}^l \Psi_R^{k,l} + \bar{\Psi}_L^{k,q} \gamma^\mu D_{L,\mu}^q \Psi_L^{k,q} + \bar{\Psi}_R^{k,q} \gamma^\mu D_{R,\mu}^q \Psi_R^{k,q} \right]. \quad (1.7)$$

où la somme sur k correspond aux différentes familles de fermions et les $D_{X,\mu}^y$ ($X = L, R$; $l \equiv lepton$; $q \equiv quark$) représentent les dérivées covariantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{L,\mu}^l = D_{\Phi,\mu} = \partial_\mu - ig W_\mu^a T^a - ig' Y B_\mu \\ D_{R,\mu}^l = \partial_\mu - ig' Y B_\mu \\ D_{L,\mu}^q = \partial_\mu - ig_s G_\mu^\alpha T^\alpha - ig W_\mu^a T^a - ig' Y B_\mu \\ D_{R,\mu}^q = \partial_\mu - ig_s G_\mu^\alpha T^\alpha - ig' Y B_\mu \end{array} \right. \quad (1.8)$$

Il est à noter ici que le Lagrangien $\mathcal{L}_F$ n'introduit pas de manière explicite les masses des fermions, car cela violerait l'invariance de jauge et par suite la théorie ne serait plus renormalisable. Donc pour générer les masses de ces fermions, on aura besoin de le faire via un mécanisme qui ne touche pas à l'invariance de jauge. Dans le $\mathcal{MS}$, c'est le mécanisme de Higgs [21, 22, 23, 24, 25] qui accomplit cette tâche. Ce mécanisme offre aussi la possibilité de créer les masses des bosons vecteurs médiateurs et du Higgs.

1.1.4 Lagrangien scalaire et brisure spontanée de la symétrie électrofaible

Dans le $\mathcal{MS}$, le champ scalaire de Higgs est introduit via le Lagrangien :

$$\mathcal{L}_S = (D_{\Phi,\mu} \Phi)^\dagger (D^{\Phi,\mu} \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.9)$$

où Φ est le doublet isotopique du champs scalaire complexe, que l'on peut paramétrer sous

la forme :

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\chi_1(x) + \chi_2(x) \\ v + H(x) - i\chi_3(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\chi^+(x) \\ (v + H(x) - i\chi_3(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Le potentiel qui apparaît dans l'expression du Lagrangien $\mathcal{L}_S$ développe un minimum (un vide) dégénéré (voir figure 1.1) :

$$\Phi_0 \equiv \langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} e^{i\phi}, \quad \text{avec } v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.11)$$

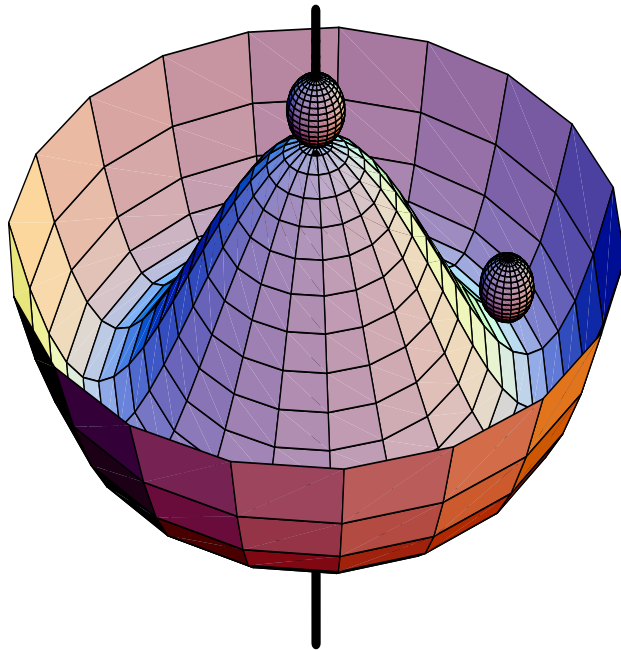


Figure 1.1: États du vide du Higgs

Dans ce qui suit, on choisit $\phi = 0$. Ce choix particulier de la phase ϕ n'implique aucune limitation de la théorie car on peut toujours retrouver la forme générale de Φ_0 par le biais de la transformation de phase : $\Phi_0 \rightarrow e^{i\phi} \Phi_0$. Cette transformation n'affecte pas la physique puisqu'on ne s'intéresse qu'à des quantités réelles mesurables. Néanmoins, toute transformation de phase reliant un état du vide (Φ_0 pour ϕ donné) à un autre, malgré le fait qu'elle n'affecte

pas le Lagrangien $\mathcal{L}_S$, elle brise la symétrie du vide. On parle alors de brisure spontanée de la symétrie électrofaible ($\mathcal{BSSE}$), ou en d'autres termes de symétrie cachée.¹

• **Masses des bosons vecteurs :**

En évaluant le terme cinétique de $\mathcal{L}_S$ au minimum Φ_0 et en prenant soin de mettre $Y = \frac{1}{2}$ par respect à la relation de Gell-Mann-Nishijima (qui dans notre notation s'écrit $Q = T_3 + Y$), on obtient :

$$\begin{aligned} |(\partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig' Y B_\mu) \Phi_0|^2 &= \frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} gW_\mu^3 + g'B_\mu & g(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ g(W_\mu^1 + iW_\mu^2) & -gW_\mu^3 + g'B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{1}{8} v^2 g^2 [(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] + \frac{1}{8} v^2 (g' B_\mu - gW_\mu^3) (g' B^\mu - gW^{3\mu}) \end{aligned} \quad (1.12)$$

On définissant alors de nouveaux champs vectoriels : A_μ , Z_μ et $W_\mu^\pm$ par les relations :

$$\begin{cases} A_\mu = \frac{g'W_\mu^3 + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu \\ Z_\mu = \frac{gW_\mu^3 - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} = c_W W_\mu^3 - s_W B_\mu \\ W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, \quad \text{avec} \quad c_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad s_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \end{cases} \quad (1.13)$$

et en introduisant la constante de couplage électromagnétique e :

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad g = \frac{e}{s_W}, \quad g' = \frac{e}{c_W}, \quad (1.14)$$

le terme cinétique précédent prend la forme :

$$\frac{1}{4} \frac{e^2 v^2}{s_W^2} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{8} \frac{e^2 v^2}{s_W^2 c_W^2} Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2} (0) A_\mu A^\mu \quad (1.15)$$

¹La $\mathcal{BSSE}$ n'a rien à voir avec la violation de la parité par l'interaction faible. Celle-ci est explicitement introduite dans le Lagrangien.

Ceci implique que les bosons vecteurs ont respectivement les masses :

$$M_W = \frac{ev}{2s_W}, \quad M_Z = \frac{ev}{2s_W c_W}, \quad M_A = 0. \quad (1.16)$$

où l'indice A représente le photon.

Ainsi, après interaction avec le Higgs dans son état minimal, les bosons vecteurs faible deviennent massifs par contre le photon reste sans masse et la symétrie $U(1)_{em}$ est conservée. Ceci est dû principalement, au fait que la composante neutre du doublet de Higgs qui développe un minimum, reste invariante sous la transformation de phase $U(1)_{em}$.

• **Absorption des Goldstones et génération de la masse du Higgs :**

Remarquons tout d'abord que le doublet de champ scalaire complexe Φ peut être écrit, au premier ordre des champs scalaires $\chi_1(x)$, $\chi_2(x)$, $\chi_3(x)$ et $H(x)$ sous la forme :

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i\chi_1(x) + \chi_2(x) \\ v + H(x) - i\chi_3(x) \end{pmatrix} = e^{i\sqrt{2}\chi_a(x)T^a/v} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H(x)) \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

En appliquant alors la transformation de jauge :

$$\Phi(x) \rightarrow e^{-i\sqrt{2}\chi_a(x)T^a/v} \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

On remarque qu'heureusement, les champs scalaires sans masses $\chi_1(x)$, $\chi_2(x)$, $\chi_3(x)$ sont totalement éliminés de la théorie. Si c'était le contraire, alors il doit exister dans la nature des particules scalaires de masses nulles. Ceci est catégoriquement infirmé par l'expérience. Le $\mathcal{MS}$ n'a donc le choix que d'être une théorie de jauge. Les champs scalaires fictifs qui n'acquièrent pas de masse et qui sont absorbés lors d'une transformation de jauge, sont appelés les Goldstones. Le degré de liberté réel restant est le boson de Higgs massif.

En fait, en ne considérant dans le terme cinétique du Lagrangien $\mathcal{L}_S$ que la partie en relation avec le champ de Higgs, à savoir $\frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H$; puis en lui ajoutant le potentiel de

Higgs, on obtient :

$$\mathcal{L}_S \rightarrow \frac{1}{2} \partial_\mu H \partial^\mu H - \mu^2 H^2 - \sqrt{\lambda} \mu H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4. \quad (1.19)$$

Ceci permet de déduire la masse du boson de Higgs : $M_{Higgs} = \sqrt{2} \mu$ (non nulle!).

• **remarques :**

1. Dans le lagrangien $\mathcal{L}_S$, le terme linéaire en fonction du champ scalaire de Higgs, appelé communément «Tadpole»T ($\mathcal{L}_S \rightarrow T = v(\mu^2 - \lambda v^2)H(x)$), disparaît du fait de la relation $\mu^2 = \lambda v^2$ qui définit l'état du vide du Higgs.²
2. Dans la construction du $\mathcal{MS}$, on n'a pas introduit explicitement des termes de masses pour les bosons vecteurs électrofaibles. Car ceci ne permettrait pas de préserver l'invariance de jauge et par suite la théorie qui en découlerait serait non-renormalisable. En fait, c'est plutôt l'interaction invariante de jauge entre le champ scalaire de Higgs et les champs vectoriels initialement sans masse et représentants ces bosons vecteurs, qui procure à ces derniers leur masse respective. Il est toutefois important de noter ici que dans le $\mathcal{MS}$ les propagateurs des bosons vecteurs qui s'écrivent (V étant W ou Z) :

$$D_{\mu\nu}^{(V)} = \frac{1}{k^2 - M_V^2} \left(g_{\mu\nu} - (1 - \xi_V) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - \xi_V M_V^2} \right) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \frac{Cste}{k^2} \quad (1.20)$$

développe à hautes énergies ($k \rightarrow \infty$) le même comportement que le propagateur photonique. Or cette forme de comportement à hautes énergies est bien celle qui permet de réduire toute divergence quadratique en divergence logarithmique absorbable dans la redéfinition (renormalisation) des constantes de couplage. Par ailleurs, les propagateurs des bosons vecteurs faibles W et Z ont été introduits dans le $\mathcal{MS}$ par substitution à l'interaction ponctuelle dans la théorie de Fermi. Et comme à basses énergies de transfert ($k \rightarrow 0$) la théorie de Fermi marche bien, le $\mathcal{MS}$ doit donc reproduire la constante effective de Fermi à cette limite. Cette constante est reflétée par la limite du propagateur de boson vecteur $D_{\mu\nu}^{(V)} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \frac{g_{\mu\nu}}{M_V^2}$ sous-tendant à ses deux extrémités deux couplages fermioniques d'intensité proportionnelle à g . Ainsi $G_\mu \sim G_{eff} = \frac{g^2}{M_V^2}$ est bien finie comme il se doit.

²Cette condition du Tadpole nul, sera exigée à tous les ordres supérieurs de la théorie des perturbations

3. Dans le système du centre de masse des bosons vecteurs massifs, on peut définir les quadri-vecteurs de polarisations transversales et longitudinale par :

$$\epsilon_{T1}^\mu = (0, 1, 0, 0), \quad \epsilon_{T2}^\mu = (0, 0, 1, 0), \quad \epsilon_L^\mu = (0, 0, 0, 1). \quad (1.21)$$

Lors d'un boost dans la direction Oz de la quadri-impulsion $p^\mu = (E, 0, 0, |\vec{p}|)$, les polarisations transversales ne sont pas affectées, alors que la polarisation longitudinale $\epsilon_L^\mu = (0, 0, 0, 1)$ devient [26] :

$$\epsilon_L^\mu = \left(\frac{|\vec{p}|}{M_V}, 0, 0, \frac{E}{M_V} \right) \rightarrow \frac{p_\mu}{M_V}, \quad \text{pour } E \gg M_V. \quad (1.22)$$

M_V étant la masse du boson de jauge V .

À hautes énergies, le vecteur polarisation longitudinale est donc proportionnelle à la quadri-impulsion du boson de jauge, et par suite, on s'attend à ce que les modes longitudinaux des bosons vecteurs massifs soient dominants à hautes énergies. Ceci constitue l'idée de base sur laquelle repose théorème d'équivalence discuté dans [12, 15, 27, 28].

1.1.5 Lagrangien de Yukawa et masses des fermions

L'interaction des champs spinoriels des fermions avec le champ scalaire de Higgs est décrite par le Lagrangien de Yukawa suivant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M = & - \sum_{k=1}^3 \left[\lambda_k^{l, up} \bar{\Psi}_L^{k, l} (i\sigma^2 \Phi^*) \Psi_{R, up}^{k, l} + \lambda_k^{l, down} \bar{\Psi}_L^{k, l} \Phi \Psi_{R, down}^{k, l} + (h.c.) \right] \\ & - \sum_{k=1}^3 \left[\lambda_k^{q, up} \bar{\Psi}_L^{k, q} (i\sigma^2 \Phi^*) \Psi_{R, up}^{k, q} + \lambda_k^{q, down} \bar{\Psi}_L^{k, q} \Phi \Psi_{R, down}^{k, q} + (h.c.) \right] \end{aligned} \quad (1.23)$$

Cette interaction permet de générer les masses respectives des fermions. Par exemple pour l'électron $\mathcal{L}_M$ contribue avec le terme :

$$\mathcal{L}_M \rightarrow \mathcal{L}_M^{(e)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_e (\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} e_R + h.c. \quad (1.24)$$

En combinant ce terme avec la partie cinétique électronique extraite du Lagrangien fermionique $\mathcal{L}_F$, on obtient la masse de l'électron :

$$m_e = \frac{\lambda_e v}{\sqrt{2}} \quad (1.25)$$

1.2 Quantification du Lagrangien du $\mathcal{MS}$

Le Lagrangien $\mathcal{L}_C^{SM}$ ne fait intervenir que des champs classiques. Le $\mathcal{MS}$ étant par ailleurs une théorie quantique des champs. On doit donc quantifier notre Lagrangien en introduisant de manière covariante, pour tout champ intervenant dans $\mathcal{L}_C^{SM}$ un opérateur champ. Cette procédure de quantification nécessite, pour préserver l'invariance de gauge au sens quantique, l'introduction de nouveaux termes dans le Lagrangien du $\mathcal{MS}$. On explicitera cette procédure dans ce qui suit.

1.2.1 Quantification de la contribution de couleur

Considérons le Lagrangien de jauge des degrés de liberté de couleur :

$$\mathcal{L}_G^{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \quad \text{avec} \quad G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c. \quad (1.26)$$

Le conjugué canonique Π_μ^a du champ G_μ^a , s'écrit :

$$\Pi_\mu^a = \frac{\partial \mathcal{L}_G^{QCD}}{\partial (\partial_0 G^{a\mu})} = -G_0^a{}_\mu \quad (1.27)$$

et la relation de commutation canonique entre les opérateurs de champ $\hat{G}_\mu^a$ et leur conjugué $\hat{\Pi}_\mu^a$ prend la forme :

$$\left[\hat{G}_0^a(x), \hat{\Pi}_0^a(y) \right]_{x_0=y_0} = i\delta^3(\vec{x} - \vec{y}) \quad (1.28)$$

Mais du fait que G_0^a est nulle d'après l'équation (1.26), il s'ensuit d'après l'équation (1.27) que $\hat{\Pi}_0^a$ est nulle, et par suite le commutateur $\left[\hat{G}_0^a(x), \hat{\Pi}_0^a(y) \right]_{x_0=y_0}$ doit aussi, être nul. Il est évident que ce dernier résultat est inconsistant avec la relation de commutation 1.28. Ce problème trouve sa solution, si on se donne le droit de ne pas respecter l'invariance de jauge

(au sens classique)!. Ainsi, on introduit dans le Lagrangien du $\mathcal{MS}$ un terme qui fixe la jauge ($\mathcal{L}_{GF}^{QCD}$). En ajoutant ce terme on résout le problème précédent mais, on crée d'autres. On s'aperçoit qu'en plus de la perte de l'invariance de jauge, on perd aussi l'unitarité! ce qui implique la non adéquation du calcul perturbatif!

Pour remédier à cette grave situation catastrophique, Feynman a conçu en 1963 [29], une procédure dans laquelle, il a introduit dans la théorie des opérateurs champ «bosonique» scalaire mais qui par contre observent les règles de quantification canonique de fermions! Et, il a ajusté les couplages de ces champs fantômes aux opérateurs champ de jauge, de manière à ce que la renormalisation de la théorie soit préservée.

En 1967 Faddeev et Popov [30] donnèrent, dans le cadre de la procédure de quantification par des intégrales fonctionnelles, une justification à la procédure heuristique de Feynman.

En fait le terme du Lagrangien ($\mathcal{L}_{FP}^{QCD}$) qui dépend de ces opérateurs champ fantôme appelé «ghost», trouve son origine dans la procédure mathématique consistant à écrire un déterminant sous forme d'une exponentielle. Les nouveaux termes de fixation de la jauge et ceux de Faddeev-Popov s'écrivent :

$$\mathcal{L}_{GF}^{QCD} = -\frac{1}{2\xi_G}(\partial \cdot G^a)^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{L}_{FP}^{QCD} = i(\partial^\mu \chi_1^a) D_\mu^{ab} \chi_2^b \quad (1.29)$$

où χ_1^a et χ_2^b sont les ghosts et $D_\mu^{ab} = \delta^{ab} \partial_\mu - g_s f^{abc} G_\mu^c$ la dérivée covariante. a et b représentent les degrés de liberté de couleur.

• **Remarques importantes :**

1. Le Lagrangien $\mathcal{L}_C^{QCD}$ extrait du Lagrangien $\mathcal{L}_C^{SM}$ s'écrit : $\mathcal{L}_C^{QCD} = \mathcal{L}_F^{QCD} + \mathcal{L}_G^{QCD}$. Il est invariant sous les transformations de jagues locales classiques (voir section 1.1.1). Néanmoins le Lagrangien Quantique $\mathcal{L}_Q^{QCD} = \mathcal{L}_C^{QCD} + \mathcal{L}_{GF}^{QCD} + \mathcal{L}_{FP}^{QCD}$ n'est pas invariant sous ces transformations de jagues locales classiques. $\mathcal{L}_Q^{QCD}$ est plutôt invariant sous un autre ensemble de transformations représentant une extension de ces transformations classiques, Cette extension inclus, en plus des transformations classiques, des transformations locales de ghost ainsi que certaines conditions supplémentaires. Ces nouvelles transformations de jauge locales quantiques portent le nom de transformations BRS [31].

2. Par construction, les transformations BRS n'affectent pas le Lagrangien $\mathcal{L}_C^{SM}$. Cette invariance de $\mathcal{L}_C^{SM}$ sous BRS, permet de conserver toutes les propriétés du Lagrangien classique, établies dans le cadre de l'invariance de jauge classique. En particulier, le mécanisme de génération des masses des particules reste inchangé .
3. Etant donné un Lagrangien classique $\mathcal{L}_C$ et des transformations BRS, le Lagrangien quantique $\mathcal{L}_Q$ correspondant s'obtient via :

$$\mathcal{L}_Q = \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{FP} \quad (1.30)$$

tel que par construction :

$$\delta_{BRS}\mathcal{L}_Q = 0 \quad \text{et} \quad \delta_{BRS}\mathcal{L}_C = 0 \quad (1.31)$$

où δ_{BRS} représente la variation sous l'effet des transformations BRS.

Il s'ensuit que, si on se donne un terme de fixation de la jauge alors $\mathcal{L}_{FP}$ est déterminé à partir de la relation :

$$\delta_{BRS}\mathcal{L}_{FP} = -\delta_{BRS}\mathcal{L}_{GF} \quad (1.32)$$

4. Nilpotence de la transformation BRS : Cette propriété remarquable de la transformation BRS signifie que l'application répété deux fois de suite de la transformation BRS sur tous champ (spinoriel, de jauge ou de fantôme), donne un résultat nul :

$$\delta_{BRS}^2 = 0 \quad (1.33)$$

Cette propriété est utile pour démontrer les identités de Ward-Takahashi [32, 33] qui à leur tour servent pour montrer la renormalisabilité du $\mathcal{MS}$.

1.2.2 Quantification de la contribution électrofaible

La quantification du Lagrangien électrofaible nécessite aussi l'introduction d'un terme de fixation de la jauge et d'un terme de Faddeev-Popov. Comme dans [34], on adopte la généralisation de la jauge linéaire de 't Hooft au cas non-linéaire sous-tendu par cinq nouveaux paramètres : $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\delta}, \tilde{\kappa}, \tilde{\epsilon})$. Le Lagrangien de fixation de la jauge s'écrit :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{GF}^{EW} &= -\frac{1}{\xi_W} \overbrace{|(\partial_\mu - ie\tilde{\alpha}A_\mu - igc_W\tilde{\beta}Z_\mu)W^{\mu+} + \xi'_W \frac{g}{2}(v + \tilde{\delta}H + i\tilde{\kappa}\chi_3)\chi^+|^2}^{G^+} \\
&\quad -\frac{1}{2\xi_Z} \overbrace{(\partial \cdot Z + \xi'_Z \frac{g}{2c_W}(v + \tilde{\varepsilon}H)\chi_3)^2}^{G^Z} - \frac{1}{2\xi_A} \overbrace{(\partial \cdot A)^2}^{G_A} \\
&\equiv -\frac{1}{\xi_W} G^+ G^- - \frac{1}{2\xi_Z} (G^Z)^2 - \frac{1}{2\xi_A} (G^A)^2
\end{aligned} \tag{1.34}$$

Et le Lagrangien de Faddeev-Popov correspondant s'écrit :

$$\mathcal{L}_{FP}^{EW} = -(\bar{c}^+ \delta_{\text{BRS}} G^+ + \bar{c}^- \delta_{\text{BRS}} G^- + \bar{c}^Z \delta_{\text{BRS}} G^Z + \bar{c}^A \delta_{\text{BRS}} G^A) \tag{1.35}$$

- Le **Lagrangien du $\mathcal{MS}$** ($\mathcal{L}_Q^{SM}$), se présente alors sous la forme condensée :

$$\mathcal{L}_Q^{SM} = \mathcal{L}_C^{SM} + \mathcal{L}_{GF}^{EW} + \mathcal{L}_{FP}^{EW} + \mathcal{L}_{GF}^{QCD} + \mathcal{L}_{FP}^{QCD} \tag{1.36}$$

- **Règles de Feynman :**

Maintenant que le Lagrangien du $\mathcal{MS}$ est construit d'une manière susceptible de garantir sa renormalisabilité, on s'intéresse aux règles de Feynman du $\mathcal{MS}$. Ces règles établissent la correspondance qui permet de passer, de façon univoque, des diagrammes de Feynman à l'expression mathématique de l'amplitude de transition pour un processus donné. Elles définissent les champs des particules, leurs états de polarisations, l'expression des propagateurs ainsi que les vertex des interactions permises. La contribution des particules intervenant à l'intérieur des boucles y est aussi défini. Pour le $\mathcal{MS}$, la liste de ces règles peut être trouvée dans [34] pour le cas général de jauge non-linéaire, et dans [35], [36, 37], [38] pour le cadre particulier de jauge linéaire.

- **Remarque :** En jauge unitaire ($\xi \rightarrow \infty$), les Goldstones disparaissent. C'est donc la jauge physique naturelle. Il est, par ailleurs, plus approprié de travailler en jauge générale R_ξ . De plus, le calcul devient beaucoup plus simple dans la jauge de 't Hooft-Feynman ($\xi = 1$), où les Goldstones ont une «masse» proportionnelle à M_V . Mais comme le $\mathcal{MS}$ est une théorie invariante de jauge par construction, toute dépendance en fonction de ξ disparaît

dans les quantités physiques mesurables. On choisira donc de mener nos calculs à l'aide de la jauge qui rend le calcul plus simple et qui permet d'éviter les instabilités numériques.

1.2.3 Paramètres fondamentaux, paramètres physiques et importance du calcul à l'ordre de la boucle

Lors de la construction du $\mathcal{MS}$, on a introduit dans l'expression du Lagrangien, les paramètres $(g, g', g_s, \lambda, \mu^2, \lambda_f^{Yukawa})$ communément appelés paramètres fondamentaux³. Mais comme ma thèse s'intègre dans le cadre des tests de précision du $\mathcal{MS}$ et de la recherche d'une nouvelle physique, il est plus avantageux d'avoir recours à des paramètres reliés directement à des observables physiques. Ainsi, on choisit d'utiliser dans nos calculs, l'ensemble des paramètres physiques suivants : $(e, g_s, M_W, M_Z, M_{Higgs}, m_f)$. En outre, il est aussi d'usage, d'utiliser l'angle de mélange faible θ_W introduit par Glashow et défini par la relation $c_W \equiv \cos(\theta_W) = M_W/M_Z$, qu'on imposera à tous les ordres du développement perturbatif. Les relations définissant ces paramètres physiques via les paramètres fondamentaux du $\mathcal{MS}$ ont déjà été données plus haut, parallèlement avec la construction du Lagrangien du $\mathcal{MS}$.⁴ Il est toutefois important de noter que ces paramètres physiques sont choisis parmi les grandeurs physiques mesurables évaluées avec les meilleures précisions accessibles expérimentalement. Par suite pour ne pas perdre ce degré de précision, il faut veiller à ce que le calcul qui utilise ces paramètres ne propage pas leur incertitude, ni les amplifie.

Par ailleurs, comme l'expérience ne fait pas de différence entre ce qui est calculé à l'arbre et ce qui est évalué à l'ordre de la boucle, et par souci de comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux concernant les même observables d'intérêt. Il faut pousser la précision des résultats théoriques au moins au même degré de précision que les résultats expérimentaux dont la précision ne cesse d'augmenter. Cet objectif est atteint via l'introduction dans le calcul des observables, des corrections radiatives en fonction de la constante de structure fine $\alpha = e^2/4\pi$ ainsi que de la constante de couplage fort $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, qui à l'ordre de la boucle sont du rang du pour cent

³Contrairement aux couplages de jauge qui sont définis via la théorie du $\mathcal{MS}$, les couplages de Yukawa sont libres et ne sont soumis à aucune théorie.

⁴Par ailleurs, il est aussi possible de considérer v comme un paramètre fondamental indépendant. Dans ce cas, il faut prendre le soin d'introduire le «Tadpole» T , qui dans ce cas particulier, ne sera pas nul, du fait d'avoir choisi ici de ne pas imposer de relation entre v , λ et μ^2 .

Ainsi, si malgré le fait de pousser la précision du calcul théorique mené via le $\overline{\text{MS}}$, une différence⁵ persiste entre les résultats théoriques et expérimentaux cela sera révélateur de l'existence d'une nouvelle physique au delà du $\overline{\text{MS}}$.

1.3 Renormalisation du modèle standard sur la couche de masse

Le $\overline{\text{MS}}$ est une théorie perturbative de champs quantiques. Ainsi, en considérant que les quantités présentes dans le Lagrangien du $\overline{\text{MS}}$ ($\mathcal{L}_Q^{\overline{\text{MS}}}$) sont des quantités physiques (donc finies), alors les observables qui en principe doivent être finies, le sont de manière certaine, seulement lorsque leur évaluation théorique via le $\overline{\text{MS}}$ est menée à l'arbre. Mais dès l'introduction des corrections radiatives, les diagrammes à boucles peuvent faire intervenir, dans le secteur des hautes énergies, des divergences dans ces observables. Ces divergences sont dites divergences ultraviolettes ($\mathcal{UV}$); et leur résolution s'appelle renormalisation. Cette renormalisation consiste d'abord à glisser les divergences des observables vers les paramètres du Lagrangien qui deviennent alors dénudés de sens physique (paramètres nus), puis à introduire des contre-termes dans le Lagrangien de façon à ce que les observables calculées aux ordres supérieurs de perturbation restent finies comme il se doit. Les paramètres ramenés à la norme finie sont dit renormalisés.

La renormalisabilité des théories de jauge non-Abeliennes incluant la brisure spontanée de la symétrie à l'instar du $\overline{\text{MS}}$, a été prouvée en 1971 par 't Hooft [39, 40].

Et comme il existe plusieurs choix possibles de contre-termes et que chaque choix définit un schéma de renormalisation, alors plusieurs schémas de renormalisation ont été construits : le schéma de la soustraction sur la couche de masse (OMS, On Mass Shell), le schéma de la soustraction hors de la couche de masse (MOM), le schéma de la soustraction minimale ($\overline{\text{MS}}$) et le schéma de la soustraction minimale modifiée ($\overline{\text{MS}}^{\text{mod}}$).

Dans le cadre du calcul de précision que je mène dans ma thèse, on s'intéresse à l'obtention de quantités physiques mesurables via des paramètres physiques dont le sens est conservé à tout les ordres de perturbation. Le schéma de renormalisation le plus approprié à cet objectif est celui pour lequel les particules sont sur leur couche de masse respective. Ainsi, il est naturel qu'on adopte ici le schéma de renormalisation sur la couche de masse

⁵non justifiée par un calcul d'erreurs

(OMS) à la manière décrite dans [34] et [35].

Par ailleurs, il est important de remarquer qu'à l'ordre de la boucle, qui est l'ordre auquel on pousse la précision du calcul, les processus auxquels on s'intéresse ne font pas intervenir la partie non-Abélienne de QCD. Ainsi dans ce qui suit, on ne traite pas la renormalisation des contributions non-Abélienne QCD. On se concentre plutôt à l'étude de la renormalisation des contributions électrofaibles.

Pour les contributions QCD-Abéliennes, leur renormalisation est similaire à celle de QED, par suite tout en respectant le schéma de renormalisation sur la couche de masse qu'on introduit initialement pour la partie électrofaible, on prendra soin de bien incorporer les degrés de liberté de couleur et de proprement introduire la constante de couplage fort et sa dépendance en fonction de l'échelle de renormalisation. De plus à toute contribution Abélienne virtuelle gluonique, on ajoutera le contre terme correspondant ainsi que la contribution gluonique réelle correspondante. Cette démarche permet de remédier simultanément aux divergences ultraviolettes et infrarouges gluoniques⁶.

Le Lagrangien du $\mathcal{MS}$ incorpore dans sa construction des paramètres physiques libres qui doivent être déterminés à travers l'expérience. Ces paramètres sont choisis de manière à avoir un sens physique bien défini à l'arbre (masses de particules et constante de couplage électromagnétique). Ce sens physique clair porté par ces paramètres est détruit par l'introduction des corrections radiatives. Et comme l'expérience ne fait pas de différence entre un calcul mené à l'arbre et un calcul mené à des ordres supérieurs, il est normal d'imposer l'invariance du sens physique des paramètres physiques du $\mathcal{MS}$ lors du passage d'un ordre du calcul à un autre. C'est l'idée principale du schéma de renormalisation OMS.

Pour concrétiser cette idée on utilise l'approche basée sur le concept de contre-terme. Chacun des paramètres physiques du Lagrangien $\mathcal{MS}$ dit paramètre nu ($\underline{X}$), est alors scindé en paramètre fini dit renormalisé (X) et en partie incluant les divergences dite constante de renormalisation (δX) tel que : $\underline{X} = X + \delta X$.

L'idée est alors de faire correspondre exactement et à tous les ordres de la théorie des perturbations, les paramètres physiques renormalisés aux paramètres physiques expérimentaux correspondants : $X \equiv X^{\text{expérimentale}}$. La renormalisation de ces paramètres permet d'obtenir

⁶On reviendra avec plus de détails sur ce point lors de la discussion des divergences infrarouges.

des grandeurs finies pour les éléments de la matrice S , qui ne représentent en fait que les fonctions de Green amputées de leurs pâtes externes. Par contre, si on arrête la procédure de renormalisation à ce stade, les fonctions de Green seraient encore divergentes, du fait que les corrections radiatives introduisent des quantités divergentes dans la normalisation des champs. Donc pour avoir des propagateurs et des fonctions de vertex finis, il faut aussi renormaliser les champs. Remarquons de plus que les corrections radiatives font que les matrices de masses ne restent plus diagonales et par suite, après introduction des corrections radiatives, les champs nus ne restent plus des états propres de masse. Pour restaurer aux fonctions de Green leur caractère fini et pour re-diagonaliser les matrices de masses, on introduit, à la OMS, des constantes de renormalisation pour les champs. Ces dernières constantes sont alors choisies de façon à ce que les champs renormalisés soit, à tous les ordres de la théorie des perturbations, les états propres de masses des particules correspondantes. Les pâtes externes sont alors par définition sur la couche de masse et par suite ne nécessitent pas l'introduction de constantes de renormalisation supplémentaires. Ceci est le schéma de renormalisation sur la couche de masse : OMS, qu'on adopte.

Suite à cette procédure de renormalisation, le Lagrangien du $\mathcal{MS}$ ($\mathcal{L}_Q^{SM}$) se scinde en deux parties. Une partie représentant le Lagrangien renormalisé ($\mathcal{L}_{Q,R}^{SM}$) et qui a morphologiquement la même structure que le Lagrangien initial avec la seule différence que les paramètres et les champs nus sont remplacés par leur homologue renormalisé. La partie restante représente le Lagrangien des contre-termes ($\mathcal{L}_{Q,CT}^{SM}$). Ainsi on a :

$$\mathcal{L}_Q^{SM} = \mathcal{L}_{Q,R}^{SM} + \mathcal{L}_{Q,CT}^{SM} \quad (1.37)$$

Les règles de Feynman associées au Lagrangien $\mathcal{L}_{Q,R}^{SM}$ sont alors les mêmes que celles du Lagrangien $\mathcal{L}_Q^{SM}$ à la différence que maintenant on a la précision que les paramètres qui y interviennent sont les paramètres renormalisés conservant leur sens physique. Par contre, le Lagrangien $\mathcal{L}_{Q,CT}^{SM}$ introduit de nouvelles règles écrites en termes des constantes de renormalisation. Ces dernières règles sont tabulées dans [34].

Le Lagrangien $\mathcal{L}_{Q,CT}^{SM}$ a donc pour conséquence, l'introduction de nouveaux diagrammes de Feynman qu'il faut prendre en considération en parallèle avec les diagrammes à boucles.

En somme, en suivant cette démarche de renormalisation, on a par construction la garantie que, notre résultat pour l'amplitude de transition du processus considéré, est fini à tous les ordres de la théorie des perturbations et que nos paramètres intervenants dans le Lagrangien conservent leur sens physique respective à tous les ordres de la théorie de perturbation.

1.3.1 Définition des constantes de renormalisation

Pour le $\mathcal{MS}$ électrofaible, on choisit d'utiliser comme paramètres d'entrée les masses de toutes les particules intervenants dans nos processus, à savoir M_W , M_Z , M_{Higgs} et m_f ⁷, ainsi que la constante de couplage électromagnétique (e) défini à la limite de Thomson. Il est aussi important d'ajouter le «Tadpole» T . En fait, T est relié à l'état du vide du Higgs, et comme les corrections radiatives tendent à déplacer ce minimum, alors pour le maintenir dans son emplacement initial, on introduit la constante de renormalisation δT . Cette constante est ajusté à tous les ordres de perturbations de manière à toujours remettre le «Tadpole» à sa valeur à l'arbre, à savoir zéro. Les quantités renormalisées et les constantes de renormalisation correspondant aux paramètres d'entrée sont alors données à travers les relations :

$$\begin{aligned}
 \underline{M}_W^2 &= M_W^2 + \delta M_W^2, \\
 \underline{M}_Z^2 &= M_Z^2 + \delta M_Z^2, \\
 \underline{m}_f &= m_f + \delta m_f, \\
 \underline{M}_H^2 &= M_H^2 + \delta M_H^2, \\
 \underline{e} &= Y e = (1 + \delta Y) e, \\
 \underline{T} &= T + \delta T.
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Pour les constantes de renormalisation des champs, on les définit à travers les relations suivantes :

⁷les valeurs des masses des quarks légers nécessitent une attention particulière. On discutera ce point lors de l'introduction des valeurs numériques de ces derniers dans nos calculs

1. Champs de jauge ($W_\mu^\pm$, Z_μ et A_μ) :

$$\underline{W}_\mu^\pm = \sqrt{\bar{Z}_W} W_\mu^\pm, \quad \sqrt{\bar{Z}_W} = 1 + \delta Z_W^{1/2},$$

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_\mu \\ \underline{A}_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\bar{Z}_{ZZ}} & \sqrt{\bar{Z}_{ZA}} \\ \sqrt{\bar{Z}_{AZ}} & \sqrt{\bar{Z}_{AA}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix},$$

$$\sqrt{\bar{Z}_{AA,ZZ}} = 1 + \delta Z_{AA,ZZ}^{1/2}, \quad \sqrt{\bar{Z}_{AZ,ZA}} = \delta Z_{AZ,ZA}^{1/2}.$$

2. Champs spinoriels ($f_{L,R}^{(-)}$) :

On suppose ici, qu'il n'y a pas de mélange entre les différentes familles de fermions (f pour lepton ou quark; L et R pour left et right). Par suite, on prend la matrice CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) [41, 42] égale à l'unité. Les constantes de renormalisations spinorielles sont alors réelles. Et, on peut écrire les relations de définition suivantes :

$$\underline{f}_{L,R}^{(-)} = \sqrt{\bar{Z}_{fL,R}} f_{L,R}^{(-)}, \quad \sqrt{\bar{Z}_{fL,R}} = 1 + \delta Z_{fL,R}^{1/2}.$$

3. Champs scalaires (S) :

$$\underline{S} = \sqrt{\bar{Z}_S} S, \quad \sqrt{\bar{Z}_S} = 1 + \delta Z_S^{1/2}, \quad S = H, \chi^\pm, \chi_3.$$

4. Secteur de «ghost» :

À l'ordre de la boucle, auquel on s'intéresse, la renormalisation du secteur des fantômes n'intervient pas. On a pas donc à être spécifique pour ce domaine.

1.3.2 Conditions de renormalisation

Les constantes de renormalisation qu'on vient de définir sont fixées à travers des conditions de renormalisation. Dans la procédure de renormalisation sur la couche de masse ces conditions correspondent à la prescription du résidu égale à un. Cette prescription peut être comprise à travers un exemple simple. Le propagateur d'un champ vectoriel massif de masse

M_V s'écrit (d'après les règles de Feynman en jauge de 't Hooft) :

$$\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_{V,0}^2} \quad (1.39)$$

En calculant le résidu de ce propagateur sur la couche de masse $k^2 = M_{V,0}^2$, on trouve que ce résidu est égale à un.

Incluant maintenant à ce propagateur, la contributions des corrections radiatives ($\mathcal{CR}$). L'action de ces dernières fait que le pôle de ce propagateur est déplacé d'une quantité divergente $G_{VV}^{\mathcal{CR}}$. Ainsi :

$$\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_{V,0}^2} \rightarrow \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_{V,0}^2 + G_{VV}^{\mathcal{CR}}} \quad (1.40)$$

Et comme le carré de la masse nu ($M_{V,0}^2$) s'écrit en fonction du carré de la masse renormalisée (M_V^2) et de sa constante de renormalisation (δM_V^2), sous la forme : $M_{V,0}^2 = M_V^2 + \delta M_V^2$; On obtient :

$$\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_{V,0}^2 + G_{VV}^{\mathcal{CR}}} = \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_V^2 - \delta M_V^2 + G_{VV}^{\mathcal{CR}}} \quad (1.41)$$

Ainsi pour conserver dans le Lagrangien renormalisé, le même sens physique du paramètre de masse qui existait dans le Lagrangien nu, le propagateur renormalisé doit avoir la forme :

$$\frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_V^2} \quad (1.42)$$

C'est à dire, sur la couche de masse : $k^2 = M_V^2$, on doit toujours observer la condition du résidu égale a un. Cette prescription est équivalente à écrire que : $\delta M_V^2 = G_{VV}^{\mathcal{CR}}$. Et comme $G_{VV}^{\mathcal{CR}}$ peut être une quantité complexe, cette dernière condition de renormalisation prend la forme $\delta M_V^2 = \Re G_{VV}^{\mathcal{CR}}$ (La partie imaginaire de $G_{VV}^{\mathcal{CR}}$ représente alors la largeur de raie). Pour les champs des particules, la prescription du résidu égale à l'unité, se manifeste sous forme de l'évaluation sur la couche de masse, d'une dérivée par rapport au carré de la quadri-impulsion de la fonction à deux points correspondante.

Ainsi les conditions à imposer aux constantes de renormalisation du $\mathcal{MS}$ s'écrivent en terme des fonctions à deux points bosonique $\Pi_{\mu\nu}(q^2)$ et fermionique $\Sigma(q^2)$ suivantes :

$$\begin{cases} \Pi_{\mu\nu}(q^2) = \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \Pi_T(q^2) + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \Pi_L(q^2) \\ \Sigma(q^2) = K_1 I + K_5 \gamma_5 + K_\gamma \not{q} + K_{5\gamma} \not{q} \gamma_5 \end{cases} \quad (1.43)$$

Et prennent pour forme :

1. Pour le Tadpole :

$$\delta T = -T^{\text{boucle}}. \quad (1.44)$$

2. Pour les Bosons vecteurs chargés :

$$\delta M_W^2 = -\Re \Pi_T^W(M_W^2), \quad \delta Z_W^{1/2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dq^2} \Re \Pi_T^W(q^2) \Big|_{q^2=M_W^2}. \quad (1.45)$$

3. Pour les Bosons vecteurs neutres :

$$\delta M_Z^2 = -\Re \Pi_T^{ZZ}(M_Z^2), \quad \delta Z_{ZZ}^{1/2} = \frac{1}{2} \Re \frac{d}{dq^2} \Pi_T^{ZZ}(q^2) \Big|_{q^2=M_Z^2}, \quad (1.46)$$

$$\delta Z_{AA}^{1/2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dq^2} \Pi_T^{AA}(0), \quad (1.47)$$

$$\delta Z_{ZA}^{1/2} = -\Pi_T^{ZA}(0)/M_Z^2, \quad \delta Z_{AZ}^{1/2} = \Re \Pi_T^{ZA}(M_Z^2)/M_Z^2. \quad (1.48)$$

4. Pour le Higgs :

$$\delta M_H^2 = \Re \Pi^H(M_H^2) + \frac{3\delta T}{v}, \quad \delta Z_H^{1/2} = -\frac{1}{2} \frac{d}{dq^2} \Re \Pi^H(q^2) \Big|_{q^2=M_H^2}. \quad (1.49)$$

5. Pour les Fermions (leptons et quarks) :

$$\begin{aligned} \delta m_f &= \Re (m_f K_\gamma(m_f^2) + K_1(m_f^2)) , \\ \delta Z_{fL}^{1/2} &= \frac{1}{2} \Re (K_{5\gamma}(m_f^2) - K_\gamma(m_f^2)) - m_f \frac{d}{dq^2} (m_f \Re K_\gamma(q^2) + \Re K_1(q^2)) \Big|_{q^2=m_f^2} , \\ \delta Z_{fR}^{1/2} &= -\frac{1}{2} \Re (K_{5\gamma}(m_f^2) + K_\gamma(m_f^2)) - m_f \frac{d}{dq^2} (m_f \Re K_\gamma(q^2) + \Re K_1(q^2)) \Big|_{q^2=m_f^2} . \end{aligned} \quad (1.50)$$

6. Pour la charge électromagnétique :

La condition de renormalisation de la charge électromagnétique s'applique plutôt à la fonction à trois points Γ du vertex e^+e^-A . On identifie alors la constante de couplage électromagnétique à la charge de l'électron $-e$, lorsque la quadri-impulsion q du photon est zéro et que simultanément e^+ et e^- sont sur leur couche de masse respective. Ainsi :

$$(\Gamma_{e^+e^-A}^{\mathcal{CR}} + \delta\Gamma_{e^+e^-A}^{CT})|_{q=0, p_{\pm}^2=m_e^2} = 0 . \quad (1.51)$$

on en tire alors la condition :

$$\delta Y = -\delta Z_{AA}^{1/2} + \frac{s_W}{c_W} \delta Z_{ZA}^{1/2} . \quad (1.52)$$

1.4 Calcul des amplitudes à l'ordre de la boucle et section efficace de processus

Ayant déterminé les règles de Feynman et les constantes de renormalisation du $\mathcal{MS}$, on s'intéresse à la manière pratique avec laquelle on construit l'amplitude de transition à l'ordre de la boucle pour un processus donné $A(p_1) + B(p_2) \rightarrow C(p_3) + D(p_4)$. On en déduit ensuite l'expression de la section efficace de diffusion. Cette démarche se résume dans les points suivants :

1. Pour un processus donné, les particules incidentes et sortantes sont bien définies. On construit alors à l'arbre et à l'ordre de la boucle, tous les diagrammes de Feynman autorisés par les couplages du $\mathcal{MS}$.
2. On utilise les règles de Feynman pour établir l'amplitude de transition pour chaque diagramme y compris les diagrammes des contre-termes.
3. A l'ordre de la boucle, chaque amplitude ainsi obtenue a la forme d'une intégrale sur la quadri-impulsion interne. L'intégrand est constitué du produit d'un dénominateur représentant les différents propagateurs intervenants, et d'un numérateur dans lequel on trouve le produit de quadri-vecteurs, de tenseurs le Lorentz, de matrices de Dirac, de spineurs et de quadri-vecteurs de polarisations des particules externes.

L'expression du numérateur peut être simplifiée en utilisant l'algèbre de Dirac, la condition de conservation de la quadri-impulsion aux vertex et aussi le fait que les particules

externes sont sur leur couche de masse respective.

Les intégrales tensorielles sont ensuite réduites en intégrales scalaires de Veltman [43]. Cette étape est susceptible de donner lieu à de longues expressions, dont l'évaluation n'est pas toujours simple à mener à la main. Dans ce cas, il devient préférable de conduire l'évaluation des intégrales à travers un calcul numérique. Une aide précieuse peut être trouvée dans le code très performant développé pour ce genre de calcul d'intégrales : «FF/LoopTools»[44, 45].

4. Comme pour chaque diagramme à boucle pris individuellement, le calcul de l'amplitude correspondante peut s'avérer long et difficile, et vu le grand nombre de diagrammes à traiter (de l'ordre de 400 diagrammes pour la fusion de deux bosons vecteurs). Il est plus judicieux de penser à économiser du temps de calcul et du travail en rassemblant les diagrammes qui ont la même structure algébrique. Ceci permet de construire ce qu'on appelle des amplitudes génériques. Ainsi , on ne fait le calcul que pour l'amplitude générique donné puis on en déduit toutes les autres amplitudes reliées à cette amplitude générique par adaptation des couplages et des masses.
5. Du fait qu'elles ne font pas intervenir de calcul d'intégrales, les amplitudes à l'arbre et celles correspondant aux contres termes sont plus facile à calculer en suivant la procédure citée plus haut.
6. L'amplitude globale $\mathcal{M}$ du processus donné, s'obtient alors en sommant les amplitudes individuelles de tous les diagrammes.
7. La section efficace différentielle angulaire, dans le centre de masse du système s'écrit alors :

$$d\sigma = \frac{1}{32\pi s} \frac{|\vec{p}_3|}{|\vec{p}_1|} |\mathcal{M}|^2 d\cos\theta \quad (1.53)$$

8. la section efficace totale s'obtient en intégrant la section efficace différentielle sur toutes les directions de diffusion.
9. Cette procédure de calcul est implantée différemment dans les codes numériques SloopS (développé au LAPTH-Annecy-le-Vieux) et FormCalc d'un part et Grace d'autre part. Par ailleurs, CompHep ne permet que le calcul à l'arbre.

10. Dans notre calcul des corrections radiatives, pour établir nos résultats, on a exploité de manière combinée les codes cités précédemment. Et quand il y a eu nécessité, on a introduit des modifications sur les différentes facilités offertes par ces codes, en vue de les adapter à notre manière à mener le calcul.

1.5 Divergences infrarouges et énergies de coupure

Dans ma thèse, je m'intéresse au calcul à l'ordre de la boucle, et par suite les diagrammes de Feynman comportant un photon ou un gluon virtuel, nécessitent une attention particulière. Ces diagrammes manifestent des divergences dites infrarouges ($\mathcal{IR}$), lorsque les particules virtuelles sans masses qui y interviennent, tendent vers leur couche de masse (basses énergies, $q \rightarrow 0$). Dans le cas du photon, cette divergence peut être régulée en attribuant au photon virtuel une masse fictive λ_γ non nulle. Cette procédure de masse fictive peut aussi être appliquée pour le gluon, étant donné qu'à l'ordre de la boucle, les processus auxquels on s'intéresse, ne font pas intervenir la structure non-Abélienne de QCD (vertex à trois et quatre gluons). On affecte donc aussi au gluon virtuel une masse fictive λ_g non nulle.

En appliquant cette procédure de régularisation, on s'aperçoit que le carré de l'amplitude virtuelle à l'ordre de la boucle $\mathcal{M}_{1boucle}^{EW(QCD)}$, contribue avec un terme en $\ln \lambda_{\gamma(g)}$. Alors sans perturber notre précédent programme de renormalisation des divergences $\mathcal{UV}$, on peut remédier à ces divergences $\mathcal{IR}$ supplémentaires, en ajoutant la contribution des photons (gluons) réels. Cette contribution des photons (gluons) réels est en fait de deux sortes. Une partie provenant du carré de amplitude $\mathcal{M}_{\gamma(g)}^{mou}$ des photons (gluons) réels avec des énergies $E_\gamma(E_g) \leq k_c$ (ou k_c est l'énergie de coupure qu'on choisit très petite relativement à l'énergie mise en jeu dans le centre de masse du processus d'intérêt), et qui contribue avec un terme en $-\ln\left(\frac{\lambda_{\gamma(g)}}{k_c}\right)$ (voir figure 1.2). Et une autre partie qui émane du carré de amplitude $\mathcal{M}_{\gamma(g)}^{dur}$ des photons (gluons) réels avec des énergies $E_\gamma(E_g) \geq k_c$, qui contribue avec un terme en $\ln(k_c)$. Ces différents logarithmes apparaissent avec exactement le même facteur, ce qui permet les rassembler et par suite ils s'annihilent mutuellement. Le carré de l'amplitude de transition électrofaible pour notre processus à l'ordre de la boucle s'écrit donc :

$$|\mathcal{M}_1|^{2,EW} = \overbrace{2\mathcal{Re}\mathcal{M}_{Born}(\mathcal{M}_{1boucle}^{EW} + \mathcal{M}_{CT})^* + |\mathcal{M}_{\gamma(g)}^{mou}|^2}^{|\mathcal{M}_1|^{2,s+v}} + |\mathcal{M}_{\gamma(g)}^{dur}|^2 \quad (1.54)$$

Cette expression est donc indemne de toute divergence $\mathcal{UV}$ ou $\mathcal{IR}$ et stable relativement à l'énergie de coupure k_c .

Pour les contributions gluoniques, une formule similaire pour $|\mathcal{M}_1|^{2,QCD}$ peut être établie. Donc à l'ordre de la boucle, le carré de l'amplitude globale du processus s'écrit alors :

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_{Born}|^2 + |\mathcal{M}_1|^{2,EW} + |\mathcal{M}_1|^{2,QCD} \quad (1.55)$$

Et par suite, les sections efficaces qui découlent de cette démarche de construction observent l'invariante de Lorentz, l'invariance de jauge quantique, la finitude $\mathcal{UV}$ et $\mathcal{IR}$ ainsi que la stabilité relativement à l'énergie de coupure.



Figure 1.2: Contributions des photons virtuels et réels mous

1.6 Constante de structure fine et schéma G_μ

Le calcul de la fonction de polarisation du vide du photon $\Pi_{\gamma\gamma}(k^2)$ évaluée à l'échelle d'énergie k^2 , permet d'établir la relation suivante entre la charge renormalisée $e_*(k^2)$ et la charge nue e_0 :

$$\frac{1}{e_*^2(k^2)} = \frac{1}{e_0^2} [1 + \Pi_{\gamma\gamma}(k^2)] \quad (1.56)$$

Comme la constante de structure fine $\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi}$ est déterminée expérimentalement, avec une bonne précision, à travers l'étude de la diffusion de Compton $e\gamma \rightarrow e\gamma$ à la limite de Thomson $E_\gamma \rightarrow 0$; il est important de faire le lien entre l'échelle de Thomson et une échelle k^2 donnée (par exemple celle de la réalisation d'un processus donné). Ainsi, on montre facilement que :

$$\alpha_*(k^2) \equiv \frac{e_*^2(k^2)}{4\pi} = \frac{\alpha}{1 - [\Pi_{\gamma\gamma}(0) - \Pi_{\gamma\gamma}(k^2)]} \quad (1.57)$$

où on a identifié $e_*^2(0)/4\pi$ avec la valeur expérimentale α de la constante de structure fine à

la limite de Thomson.

Par ailleurs, pour des énergies $\sqrt{k^2}$ de l'ordre de l'échelle de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible, on peut aussi obtenir la relation suivante :

$$\alpha_*^{-1}(k^2) = \alpha^{-1} - \frac{1}{3\pi} \sum_{k^2 \gg m_f^2} N_c Q_f^2 \left(\ln \frac{k^2}{m_f^2} - \frac{5}{3} \right) + \frac{1}{3\pi} \sum_{k^2 \ll m_f^2} N_c Q_f^2 \frac{k^2}{m_f^2} \quad (1.58)$$

Cette dernière relation permet de voir qu'à l'échelle de la brisure de la symétrie électrofaible, l'évolution (running) de α est dominée par les fermions légers. Et comme d'une part en théorie électrofaible les quarks sont traités comme des particules libres alors que la présence de l'interaction forte fait que les quarks légers interagissent fortement à l'échelle de basses énergies qui est l'échelle de leur masse au pole, il n'est donc pas possible de définir sans ambiguïté les masses de ces quarks légers. Heureusement dans le domaine des hautes énergies $s = k^2 \gg m_q^{leger}$ et des processus auxquels on s'intéresse la contribution des quarks légers peut être ramenée à des quantités universelles comme la polarisation hadronique du vide et aux fonctions de structures qui peuvent être déterminé expérimentalement. Par ailleurs les contributions non-universelles sont de l'ordre $\frac{m_q^2}{s}$, donc leur contribution est négligeable aux hautes énergies qu'on considère dans nos calculs. Ainsi la correction sur α dû à l'évolution de l'échelle d'énergie avec comme point de départ l'échelle de Thomson s'écrit :

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha}{3\pi} \sum_l Q_l^2 \left(\ln \frac{k^2}{m_l^2} - \frac{5}{3} \right) + \Delta\alpha_{hadrons}^{(5)} \quad (1.59)$$

où la somme sur l s'étant à tout les leptons et $\Delta\alpha_{hadrons}^{(5)}$ représente la contribution hadronique des cinq quarks légers (u, d, s, c, b) et s'écrit sous la forme de relation de dispersion :

$$\Delta\alpha_{hadrons}^{(5)}(s) = \frac{\alpha}{3\pi} s \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{ds'}{s'(s' - s)} R_{\gamma\gamma}(s') \quad (1.60)$$

$R_{\gamma\gamma}(s') = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)}$ représente la section efficace hadronique ($e^+e^- \rightarrow hadrons$ $\Leftrightarrow e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow hadrons \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+e^-$) normalisée relativement à celle du processus ($e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-$) et pour laquelle on déduit une expression interpolée des résultats expérimentaux. Les valeurs effectives des masses des quarks légers qu'on utilise dans nos cal-

culs sont celles pour lesquelles, lorsqu'on utilise la QCD perturbative, on peut reproduire la valeur du résultat $\Delta\alpha_{hadrons}^{(5)}(s = M_Z^2)$ obtenu expérimentalement via la procédure dispersive.

En plus de ces corrections universelles apportées aux résultats par les fermions légers, le quark top (lourd) manifeste aussi une contribution universelle importante qui se révèle via les corrections à boucles au propagateur du boson W . Pour voir plus explicitement cette contribution en m_t^2 , il est donc plus commode de passer au schéma G_μ [46, 47] qui a l'avantage par rapport au schéma α , de rendre compte simultanément des grandes corrections universelles (de l'ordre du pour cent) dûes aux fermions légers et aussi celles dûes au quark top.

Dans le schéma G_μ , la constante de Fermi G_μ est évaluée à travers le processus de désintégration du muon.

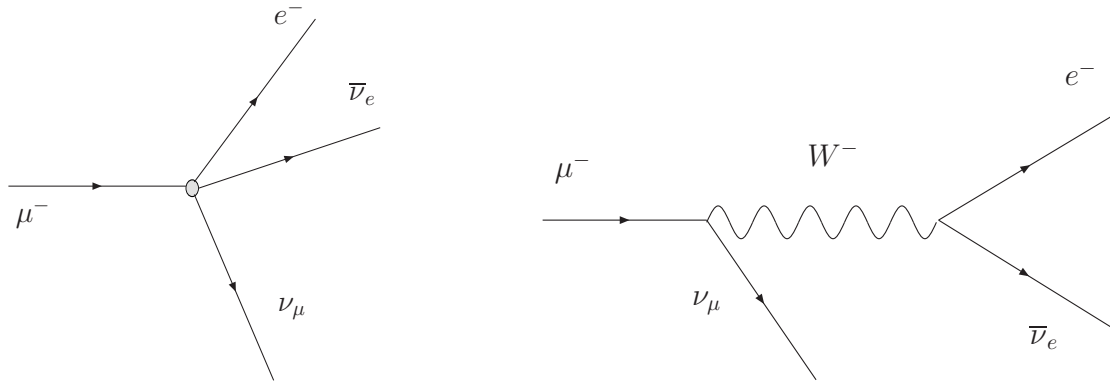


Figure 1.3: Désintégration du muon dans le cadre : a) de la Théorie de Fermi, b) du Modèle Standard

L'idée est que dans le modèle de Fermi le processus de désintégration du muon est rattaché à une interaction ponctuelle (voir figure 1.3) et que la constante G_μ est déterminée expérimentalement par respect à ce modèle (en prenant en considération seulement les corrections photoniques à l'ordre de la boucle [36, 37]). Or on sait que cette interaction est plutôt portée par le boson vecteur W . Ceci nous permet d'établir, à l'arbre, la relation suivante qui lie les schémas G_μ et α :

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}G_\mu}{\pi}s_W^2M_W^2 \equiv \alpha_0 \quad (1.61)$$

À l'ordre de la boucle, le propagateur du W sous-tend des couplages forts et préférentiels

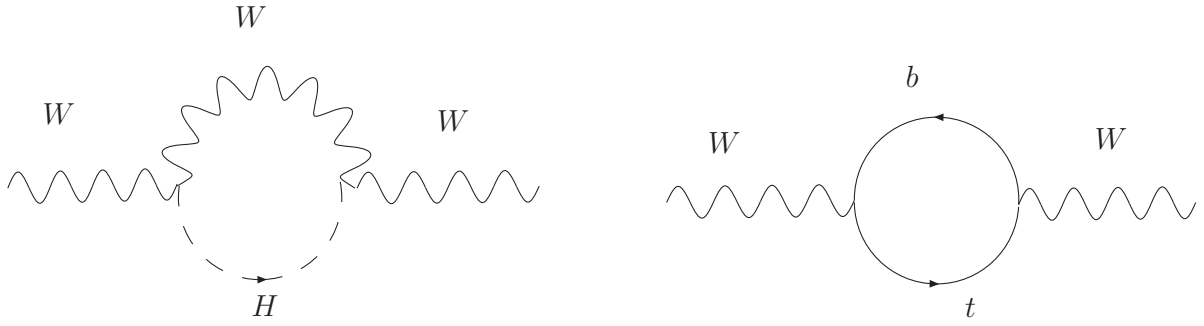


Figure 1.4: Quelques contributions à l'ordre de la boucle pour le propagateur de W

avec le Higgs et le top quark (voir figure 1.4)⁸. Cette propriété est intéressante pour le sondage du secteur électrofaible du fait qu'elle nous permet d'extraire une contribution électrofaible universelle finie Δr :

$$\Delta r = \Delta\alpha - \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta\rho + (\Delta r)_{np}, \quad \text{avec} \quad \Delta\rho = N_c \frac{G_\mu m_t^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \quad (1.62)$$

$(\Delta r)_{np}$ représente toutes les autres contributions non-principales (np).

La relation entre les deux schémas G_μ et α est alors modifiée pour prendre la forme :

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}G_\mu}{\pi} s_W^2 M_W^2 (1 - \Delta r) = \alpha_0 (1 - \Delta r) \simeq \alpha_0 (1 - \Delta\alpha) (1 + \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta\rho) \quad (1.63)$$

Ainsi, pour un processus $2 \rightarrow 2$ par exemple, le carré de l'amplitude à l'ordre de la boucle dans le $\mathcal{MS}$ électrofaible, peut être factorisé sous la forme (δ^{EW} représente les corrections électrofaibles à l'ordre de la boucle introduite via $\mathcal{M}_1$) :

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{Born} + \mathcal{M}_1|^2 &= |\mathcal{M}_{Born}|^2 (1 + \delta^{EW}) = \alpha^2 |A_0|^2 (1 + \delta^{EW}) \\ &= \alpha_0^2 (1 - \Delta r)^2 |A_0|^2 (1 + \delta^{EW}) = \alpha_0^2 |A_0|^2 (1 + \delta^{EW} - 2\Delta r) \end{aligned} \quad (1.64)$$

Et comme la valeur numérique : $G_\mu = 1.16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ est déduite à partir de la formule du taux de désintégration du muon, en ne prenant en compte que les corrections photoniques (QED). On peut alors, dans le dernier terme de l'équation 1.64 faire la substitution :

⁸La contribution universelle de la masse du Higgs (M_H) est incorporée avec d'autres corrections dans le terme $(\Delta r)_{np}$ qu'on néglige

$\alpha_0 \rightarrow \alpha$ (par respect à l'équation 1.61). On obtient alors :

$$|\mathcal{M}_{Born} + \mathcal{M}_1|^2 = \alpha^2 |A_0|^2 (1 + \delta^{EW} - 2\Delta r) = |\mathcal{M}_{Born}|^2 (1 + \delta^{EW} - 2\Delta r) \quad (1.65)$$

Donc en menant notre calcul, on prend d'abord α à la limite de Thomson comme paramètre d'entrée. On calcule alors les corrections électrofaible et QCD à l'ordre de la boucle. En finale pour nos processus $2 \rightarrow 2$, on soustrait le terme $2\Delta r |\mathcal{M}_{Born}|^2$ de notre résultat pour le carré de l'amplitude corrigée et renormalisée. Ceci nous permet d'apprécier l'importance des corrections purement électrofaibles liées à nos processus d'intérêt

1.7 Constante de couplage fort et échelle de renormalisation

La dépendance de la constante de couplage fort $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ en fonction de l'échelle de renormalisation μ est gérée par la fonction β à travers l'équation :

$$\mu \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = 2\beta(\alpha_s) = -\frac{\beta_0}{2\pi} \alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi^2} \alpha_s^3 - \frac{\beta_2}{64\pi^3} \alpha_s^4 - \dots, \quad (1.66)$$

avec :

$$\begin{cases} \beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \\ \beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f, \\ \beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2. \end{cases} \quad (1.67)$$

n_f représentant le nombre de saveurs de quarks légers actifs.

Pour résoudre cette équation différentielle, on paramétrise la dépendance entre μ et α_s à travers un paramètre libre Λ que l'on fixe grâce au résultat expérimental $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1172$. On cherche alors la solution de l'équation différentielle sous forme d'un développement en puissance inverse de $\ln(\mu^2)$. On obtient [48, 49] :

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0} \frac{\ln[\ln(\mu^2/\Lambda^2)]}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2(\mu^2/\Lambda^2)} \left(\left(\ln[\ln(\mu^2/\Lambda^2)] - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\beta_2\beta_0}{8\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right] \quad (1.68)$$

Cette formule permet de calculer la valeur de la constante de couplage fort pour différentes échelles d'énergie.

1.8 Unitarité et Analyticité

L'approche $\mathcal{MS}$ malgré son élégance, s'adapte préférentiellement aux cas des couplages faibles, donc au domaine perturbatif. Mais pour des valeurs élevées de la masse du Higgs, le domaine de l'interaction faible développe un comportement en force forte. Par conséquent, ce domaine devient non perturbatif et par suite il devient important d'avoir recours à des méthodes appropriées pour y traiter les phénomènes physiques. Une méthode adéquate pour étudier les phénomènes de diffusion dans le cadre de ce dernier cas est le formalisme des relations de dispersion.

Cette approche est basée sur les principes d'unitarité et d'analyticité des grandeurs physiques mesurables [50], telles que l'amplitude de transition d'un processus de diffusion.

• Unitarité :

L'unitarité découle de l'association de deux principes. Le premier est que l'ensemble de tous les états physiques d'un processus donné, est complet. Le second est le principe de superposition des états. En fait, le principe de superposition veut qu'un état physique d'un système physique donné s'écrive comme la somme de tous les états physiques possibles du système pondérés respectivement par leur élément correspondant de la matrice de transition S : soit $\Psi_f = \sum_i S_{fi} \Psi_i$. D'autre part le principe de fermeture de l'ensemble des états du système veut que la probabilité totale $\mathcal{P}_T$ de trouver le système en tous les états physiques possibles, soit égale à l'unité.

On peut donc écrire : $\mathcal{P}_T = \sum_f \Psi_f^* \Psi_f \doteq \sum_i \Psi_i^* \Psi_i \equiv 1$.

Ainsi comme :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_T &= \sum_{f,l,k} S_{fk}^* \Psi_k^* S_{fl} \Psi_l = \sum_{f,l,k} S_{fk}^* S_{fl} \Psi_k^* \Psi_l = \sum_{l,k} \left(\sum_f S_{fk}^* S_{fl} \right) \Psi_k^* \Psi_l \\
&\doteq \sum_l \Psi_l^* \Psi_l = \sum_{l,k} \delta_{k,l} \Psi_k^* \Psi_l
\end{aligned} \tag{1.69}$$

Ceci implique que :

$$\sum_f S_{fk}^* S_{fl} = \delta_{kl} \quad \Leftrightarrow \quad S^\dagger S = S S^\dagger = 1 \tag{1.70}$$

Et comme il est de coutume d'écrire : $S = 1 + iT$ et $T_{fi} = (2\pi)^4 \delta(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) M_{fi}$ pour un processus $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, alors la condition d'unitarité prend alors la forme :

$$\begin{cases} 2Im T_{fi} = \sum_n T_{fn} T_{ni}^\dagger, \\ 2Im M_{fi} = \sum_n M_{fn} M_{ni}^\dagger \delta(p_i - p_n) \delta(p_n - p_f) \end{cases} \tag{1.71}$$

Il est important ici de noter que la somme dans l'équation de l'unitarité, englobe tous les états intermédiaires définis sur la couche de masse. Ces états peuvent différer les uns des autres par le nombre de particules, la masse, le spin, la projection du spin ou d'autres nombres quantiques, ainsi que par la direction ou la grandeur des impulsions des particules. Ceci veut dire que le signe somme dans 1.71 signifie, qu'en plus de la somme sur les paramètres discrets, il y a aussi une intégrale dans l'espace de phase des particules intermédiaires.

Ainsi, la condition d'unitarité 1.71 permet d'extraire des informations sur la partie imaginaire des éléments de la matrice S . La condition d'analyticité par ailleurs, nous informe sur la partie réelle de ces éléments.

• Analyticité :

La condition d'analyticité trouve sa justification dans le fait que, dans le domaine physique des variables qui paramétrisent un problème donné, les quantités physiques mesurables sont finies. Et les singularités qui peuvent apparaître sur l'axe réel des variables physiques, sont en fait dûes à notre manière idéale de modéliser le problème physique lors de son étude. Pour remédier à cette imperfection qui se faufile lors du processus de modélisation, on permet à

nos paramètres physiques de prendre des valeurs complexes tout en imposant la condition que les fonctions mesurables (l'amplitude de transition $T(s, t)$ dans notre cas), soient analytiques dans le sens du critère de Cauchy. Par suite, on exprime, par exemple, l'analyticité de l'amplitude $T(s, t)$ relativement à la variable de Mandelstam s par :

$$T(s, t) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{T(s', t) ds'}{s' - s} \quad (1.72)$$

Le contour C étant n'importe quel contour fermé entourant s mais n'incluant aucune singularité de $T(s, t)$. En suite, en utilisant la relation :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{s' - s \mp i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{s' - s} \pm i\pi \delta(s' - s) \quad (1.73)$$

on peut écrire la relation de dispersion précédente sous la forme :

$$\mathcal{R}e T(s, t) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{I}m T(s', t) ds'}{s' - s} \quad \text{ou bien} \quad T(s, t) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{I}m T(s', t) ds'}{s' - s - i\epsilon} \quad (1.74)$$

Et si $T(s, t)$ ne tend pas vers zéro lorsque s tend vers l'infini, une soustraction (ou plusieurs selon le cas) permet d'obtenir la relation de dispersion à une soustraction :

$$T(s, t) = T(s_0, t) + \frac{s - s_0}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathcal{I}m T(s', t) ds'}{(s' - s - i\epsilon)(s' - s_0 - i\epsilon)} \quad (1.75)$$

ou s_0 et le point de soustraction, et il est sous entendu que ϵ tend vers zéro par valeurs positives.

CHAPITRE 2

DIFFUSION DE BOSONS VECTEURS : CALCUL PRÉCIS

Malgré les succès que rencontre le modèle standard des interactions, il est tout de même vrai que : vu que le Higgs résiste toujours à la découverte, le mécanisme de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible ($\mathcal{BSSE}$) qui génère la masse des particules reste un des mystères de la physique des particules [51]. Ceci nous incite donc à explorer d'avantage ce secteur de brisure de la symétrie électrofaible. Ainsi, un calcul précis via le modèle standard ($\mathcal{MS}$), d'observables dans les secteurs qui sont susceptibles de révéler des déviations par rapport aux résultats du $\mathcal{MS}$, est important à mener. Le processus révélateur de cette $\mathcal{BSSE}$, et qui détient ce privilège par son fort couplage au Higgs, est la fusion de bosons vecteurs via les modes longitudinaux. Par ailleurs, il se trouve que dans la future génération des collisionneurs avec leur énergie inégalée dans le domaine du TeV (LHC, ILC, ...), ces bosons vecteurs faibles (considérés comme des partons au sein des fermions élémentaires [10, 11, 12, 13, 14, 15]) seront abondamment produits. Et par suite, on pourra confronter les résultats théoriques avec l'expérience. Dans cette optique, beaucoup d'attention a été essentiellement dirigé vers le processus $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ [52]. Néanmoins, la diffusion de bosons vecteurs faibles en paire de quarks top n'a pas suscité suffisamment d'intérêt. Ce déclassement du quark top était basé sur le fait que son couplage au Higgs est relativement faible comparé à celui des bosons vecteurs massifs ; et ignorait le fait important que dans la hiérarchie des masses des particules, la grande masse du top le rend très sensible au secteur scalaire standard et par suite lui confère une place de choix dans l'exploration de ce secteur de brisure de la symétrie électrofaible, et le fait entrer en compétition avec les bosons vecteurs massifs.

Ainsi, on s'intéresse plutôt à l'étude des processus $W^+W^- \rightarrow t\bar{t}$ et $ZZ \rightarrow t\bar{t}$, dans lesquels en plus de la violation à hautes énergies de l'unitarité perturbative pour de grandes

valeurs de la masse du Higgs relativement aux masses des bosons vecteurs faibles (chose qu'on explorera d'avantage dans le chapitre cinq), on note le rôle particulier que joue le quark top dans l'exploration des effets non-standard. En fait, par exemple, dans l'esprit des modèles de techni-couleurs, la brisure dynamique de la symétrie électrofaible exploite la condensation des quarks top [53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60], et en théories supersymétriques, le top fait survivre le modèle minimal à travers les corrections radiatives au Higgs. D'autre part, en supergravité minimale (mSUGRA), le top est le précurseur de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible. De plus, en théories d'extra-dimensions, la phénoménologie du top est riche et spéciale, comme cela a été discuté récemment dans [61, 62, 63, 64, 65]. Ce rôle crucial que joue le quark top dans l'exploration du secteur de la $\mathcal{BSSE}$ n'est pas étrange à ce dernier, après tout le quark top est le seul quark dont la masse est de l'ordre de grandeur de $\mathcal{BSSE} \ v/\sqrt{2} \simeq 174 GeV$ [66]. Cette caractéristique lui confère, dans le cadre du $\mathcal{MS}$, une constante de couplage de Yukawa : $\lambda_{top} \simeq 1$. Cette dernière valeur permet d'expliquer, pourquoi dans les processus liés à la brisure de la symétrie, les corrections radiatives électrofaibles peuvent être compétitives avec les corrections QCD.

Dans ce chapitre on revoit d'abord les sections efficaces à l'arbre des processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ (V pour W ou Z). Ceci nous permet de montrer la dominance des modes longitudinaux et de définir les différentes coupures cinématiques que on utilise. Puis on mène un calcul complet et précis à l'ordre de la boucle électrofaible (EW) et de couleur (QCD) des sections efficaces totales et différentielles des processus ci-dessus. Et après avoir établi les expressions analytiques des contributions photoniques universelles, on extrait les contributions purement électrofaibles relatives aux processus d'intérêt.

2.1 Contributions à l'arbre et dominance des modes longitudinaux

2.1.1 Notations et contribution de Born

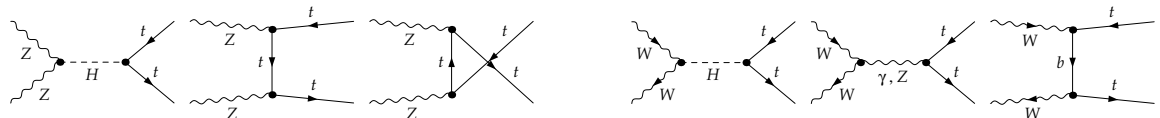


Figure 2.1: Diagrammes de Feynman à l'arbre pour les processus d'intérêts : a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W^- W^+ \rightarrow t\bar{t}$.

À l'arbre les diagrammes de Feynman des processus suivants : $Z(k_1, \lambda_1) + Z(k_2, \lambda_2) \rightarrow t(k_3, ; \lambda_3) + \bar{t}(k_4, \lambda_4)$ et $W^-(k_1, \lambda_1) + W^+(k_2, \lambda_2) \rightarrow t(k_3, ; \lambda_3) + \bar{t}(k_4, \lambda_4)$, sont représentés en figure 2.1. Les variables k_i et $\lambda_i = \pm, 0$ représentent respectivement la quadri-impulsion et l'hélicité. En appendice, on donne la liste complète des amplitudes d'hélicité pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$. On établit les expressions de ces amplitudes, en utilisant la technique des spineurs adaptée au calcul des amplitudes d'hélicités de particules massives [67]. À l'arbre toujours, une étude suffisamment détaillée de ces processus d'intérêts peut être trouvée dans [68, 69] [70]. Et pour être cohérent avec notre démarche visant les tests de précision du $\mathcal{MS}$, on se contente donc d'expliciter quelques résultats et de développer leur analyse. Ainsi, la figure 2.2 montre que, pour des énergies élevées dans le système de centre de masse des paires de quark top, les modes doublement longitudinaux des bosons incidents dominent les autres combinaisons d'hélicité. Il est donc légitime de s'intéresser essentiellement à ces modes. La figure 2.3, par ailleurs, présente les sections efficaces totales de Born et montre que pour de basses énergies, la section efficace totale des $Z_L Z_L$ manifeste une plus grande sensibilité à la variation de la masse du Higgs que celle des $W_L W_L$. En outre, l'intensité de la section efficace des W est avantagée relativement à celle des Z , du fait que le couplage du W au Higgs est plus fort que celui du Z . On note aussi dans cette figure que dans le domaine des valeurs de masse du Higgs auquel on s'intéresse, la section efficace décroît pour de hautes énergies après avoir atteint un maximum au voisinage du seuil de la réaction. Ceci et à retenir lors de l'étude des effets de nouvelle physique qui pourrait augmenter la section efficace pour des énergies croissantes et par suite pourrait changer l'allure de la courbe à l'arbre. On en déduit qu'en procédant à la convolution des processus fils via les fonctions de structures des bosons vecteurs (données via l'Approximation des Bosons Vecteurs Effectifs (ABVE) - voir chapitre 4) pour reconstituer les processus pères, le fait qu'à basses énergies la section efficace des processus fils soit importante, constituerait une source de pollution pour les effets d'une nouvelle physique qui ne se manifesterait qu'à hautes énergies. Pour remédier à cet inconvénient, on impose une coupure sur la masse invariante du système : $m_{t\bar{t}}$. Et d'après la figure 2.2, il est préférable d'imposer la condition $m_{t\bar{t}} > 500 \text{ GeV}$, mais pour pouvoir comparer certains de nos résultats relatifs aux corrections QCD avec ceux présentés dans [71], on opte plutôt à utiliser la même coupure que celle dans [71] à savoir $m_{t\bar{t}} > 400 \text{ GeV}$

qui est une limite un peu juste au dessus du seuil de réaction de fusion de bosons vecteurs en paires de quarks top.

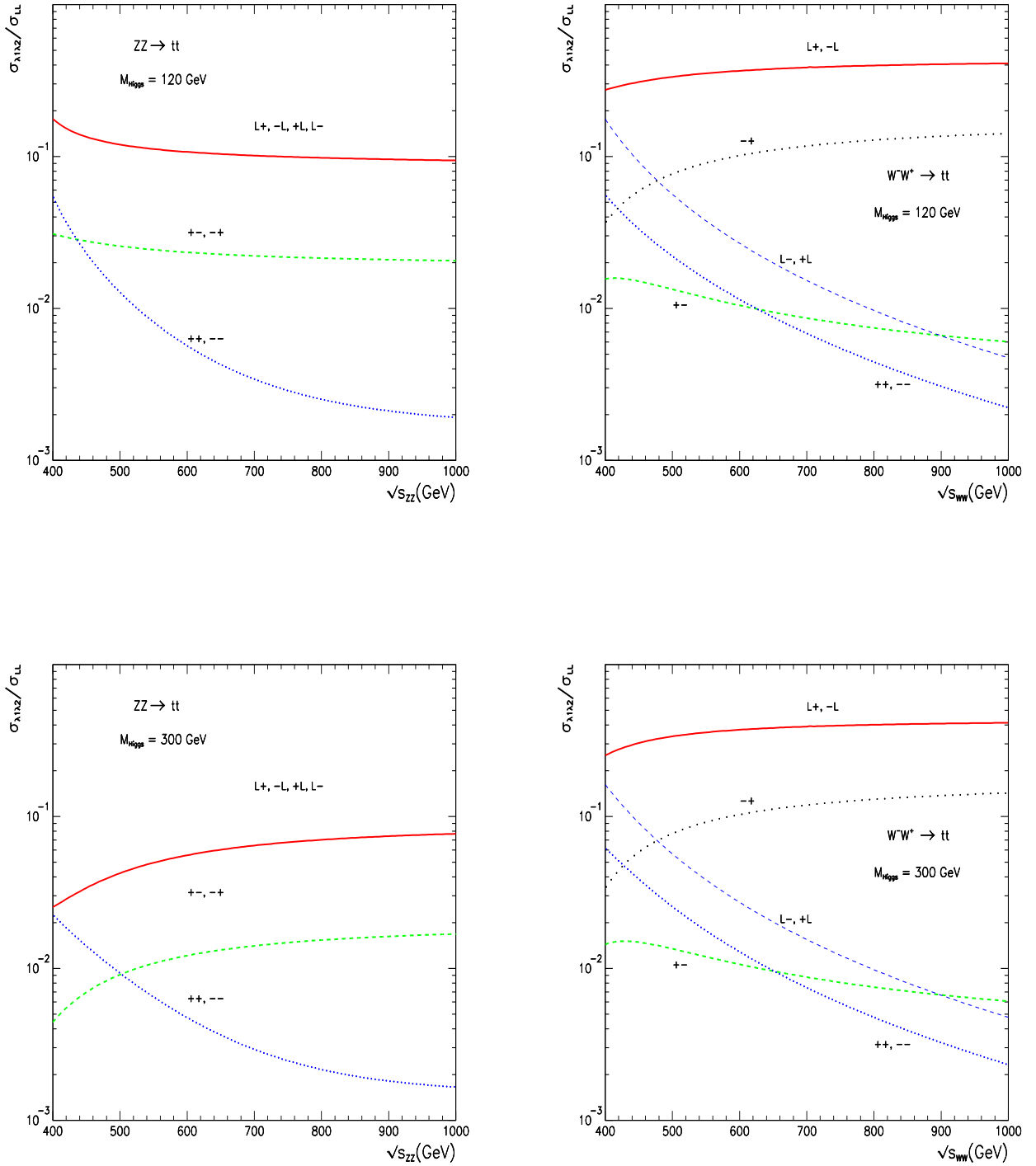


Figure 2.2: Taux relatifs des sections efficaces de Born pour différentes polarisations des bosons vecteurs incidents, relativement au cas où les deux bosons incidents sont longitudinaux. Pour le cas de la fusion WW , les hélicités $\lambda_i \lambda_j$ correspondent à $W^-(\lambda_i)W^+(\lambda_j)$

Cette coupure sur la masse invariante trouve aussi sa justification dans notre souci, dans

cette étude, de traiter essentiellement les modes $V_L V_L$. Et que d'après la figure 2.2, à basses énergies certains modes transversaux ont une contribution importante qui décroît à hautes énergies. Donc pour avantager les modes $V_L V_L$, il faut imposer une coupure sur $m_{t\bar{t}}$ à basses énergies (à savoir $m_{t\bar{t}} > 400 \text{ GeV}$). Néanmoins dans cette optique, il est important de noter que malgré l'imposition de cette coupure, les modes $V_L V_T$ ne cessent d'apporter une contamination qui balaie tout le spectre de l'énergie et qui par conséquent perturbe la convolution à travers l'approximation ABVE et ne saurait être guérie qu'à travers leur introduction effective dans le calcul ainsi qu'à travers une amélioration de l'ABVE (ceci dépasse les objectifs de la présente étude). Par ailleurs pour réduire une partie importante de l'influence du bruit de fond QED (et QCD) dû aux photons (et aux gluons) réels provenant essentiellement des radiations des états initiaux et avec un degré moindre (inversement proportionnel à la masse du top) des radiations des états finaux, on introduit la coupure sur l'impulsion transverse $p_T^{t,\bar{t}} > 10 \text{ GeV}$ [72, 73, 74, 75].

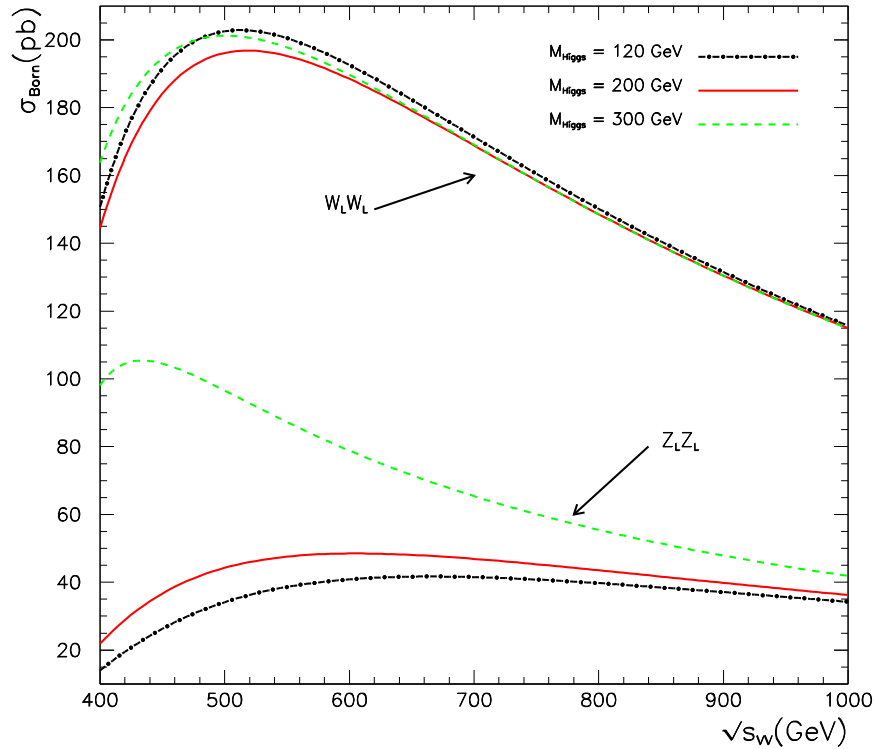
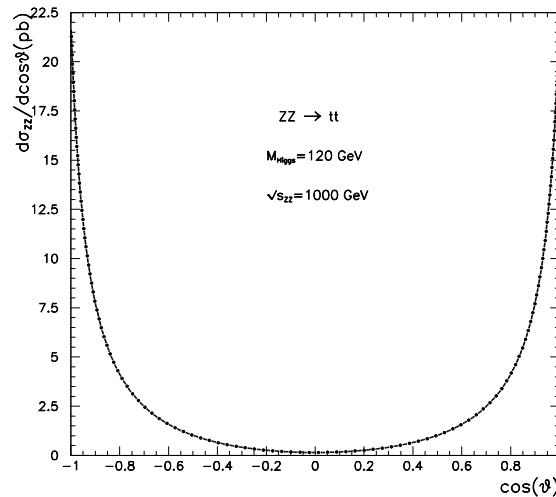


Figure 2.3: Section efficace totale de Born pour les processus $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ et $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ pour $M_{Higgs} = 120, 200, 300 \text{ GeV}$ et $p_T^{t,\bar{t}} > 10 \text{ GeV}$.

2.1.2 Distributions angulaires de Born

Les corrections radiatives dans le cadre du $\mathcal{MS}$ ainsi que la nouvelle physique peuvent non seulement influencer la section efficace totale des processus mais peuvent aussi causer une distorsion des distributions cinématiques. Alors en vue, d'une comparaison ultérieure entre les distributions à l'arbre et celles à l'ordre de la boucle ou bien celles obtenues à travers des opérateurs paramétrant les effets d'une nouvelle physique, il est important de connaître les distributions angulaires dans le cadre du $\mathcal{MS}$ des sections efficaces de Born pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$. La figure 2.4 présente les sections efficaces différentielles de diffusion de deux bosons vecteurs non polarisés en paire de quarks top, pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$. La structure chirale du couplage du W aux fermions et la petitesse de la masse du quark b (dans le canal t), font que pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, on observe, pour les hautes énergies considérées, un taux écrasant de production des quarks top dans la direction arrière relativement au W^- . Par ailleurs, la section efficace différentielle du processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ est symétrique tout en étant plus marquée dans les directions directes avant et arrière et en restant beaucoup moins importante que celle des W . On déduit de toutes ces remarques qu'en procédant à une coupure de la distribution angulaire dans les directions directes avant et arrière équivalente à la coupure sur la quadri-impulsion $p_T^{t,\bar{t}} > 10 \text{ GeV}$, permet de réduire le contamination, des résultats intégrés de la section efficace différentielle, par les fortes valeurs de la section efficace différentielle dans les régions de faibles valeurs de p_T , et qui pourrait masquer les effets d'une nouvelle physique qui se manifesterait à fortes valeurs de p_T .



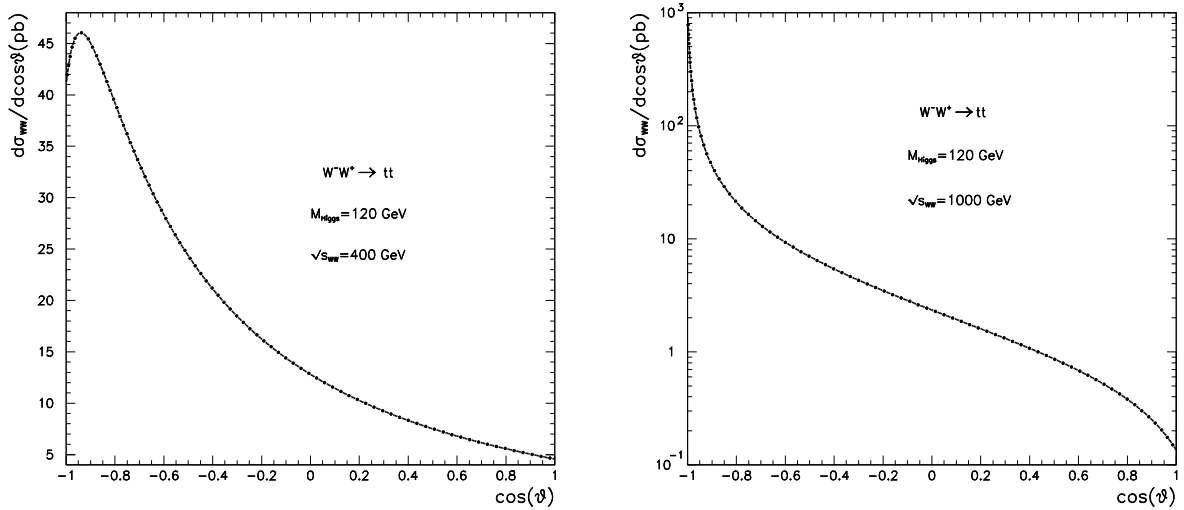


Figure 2.4: Distributions angulaires non polarisées pour la section efficace des processus a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ avec $\sqrt{s_{WW}} = 1\text{TeV}$, b) $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ $\sqrt{s_{WW}} = 400\text{GeV}$ et c) $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $\sqrt{s_{WW}} = 1\text{TeV}$. $M_{\text{Higgs}} = 120\text{GeV}$. θ est l'angle entre W^- et t . La coupure $p_T^{t,\bar{t}} > 10\text{ GeV}$ correspond à de petits angles θ_{cut} qu'on ne peut présenter sur la figure.

2.2 Calcul des corrections Electrofaible et QCD

En considérant simultanément les interactions électrofaible et QCD à l'ordre de la boucle, on recense environ 500 diagrammes pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ et 400 diagrammes pour le processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$. La figure 2.5 présente une sélection de ces diagrammes. Alors, pour évaluer les différentes sections efficaces de diffusion dues à ce grand nombre de diagrammes, on suit la procédure décrite dans le chapitre précédent. Néanmoins, malgré que cela paraisse en principe systématique, en pratique et devant ce grand nombre des diagrammes, les expressions deviennent vite trop longues et lourdes à manipuler à la main, ce qui constituerait une source facile d'erreurs de calcul et de découragement en plus du fait que certaines intégrales ne peuvent être évaluées que numériquement. Ainsi, pour faire face à cette difficulté et par conséquent pour obtenir des résultats fiables, on mène le calcul via l'utilisation des codes de calcul qui sont construits pour subvenir à cette fin et qui sont continuellement améliorés et mis à jour. Ces codes qui permettent une automatisation complète du calcul à l'ordre de la boucle et qu'on utilise, sont d'abord SloopS construit au LAPTH-Annecy-le-Vieux [76, 77] puis FormCalc [78, 79]. Contrairement à FormCalc qui se positionne dans le cas particulier de jauge linéaire, SloopS utilise une jauge plus générale : une jauge non-linéaire avec cinq

paramètres libres pouvant être ajustés de manière à tester les différents couplages du $\mathcal{M}\text{Set}$ à permettre une puissante vérification de l'invariance de jauge. Par ailleurs, quoique SloopS utilise plusieurs modules de FormCalc, ses fichiers du modèle et ses règles de Feynman sont établis directement à travers le code LanHep [80, 81, 82, 83], de plus certains de ses programmes de réduction et de calcul d'intégrales ont été améliorés en comparaison avec FormCalc, ces caractéristiques ensembles font la force de SloopS. Notons aussi que dans SloopS, un module intégrant proprement le modèle standard supersymétrique minimale $\mathcal{MSSM}$ est en construction [84]. Il importe aussi de noter que comme GRACE-loop [34, 85, 35], les codes SloopS et FormCalc suivent le schéma de la renormalisation sur la couche de masse.

En somme, dans notre procédure de calcul, les diagrammes de Feynman et leur amplitude respective sont d'abord établis via le code FeynArts puis le carré de l'amplitude totale incluant les différentes manipulations de réductions matricielles et tensorielles est calculé en faisant appel au système de manipulation symbolique FORM [86]. Pour l'évaluation des intégrales scalaires de 't Hooft-Veltman [43], on fait appel à LoopTools/FF [44, 45]. Ainsi SloopS/FormCalc permettent d'obtenir les différentes sections efficaces. Pour le calcul à l'arbre, des sections efficaces des processus radiatifs photoniques et gluoniques $2 \rightarrow 3$ ($W^-W^+ \rightarrow \gamma t\bar{t}, \dots$), on combine de façon complémentaire l'utilisation de SloopS/FormCalc et celle du code CompHep [87] tout en faisant attention au fait que l'architecture et l'approche de calcul sont différemment implantées dans ces différents codes de calcul.

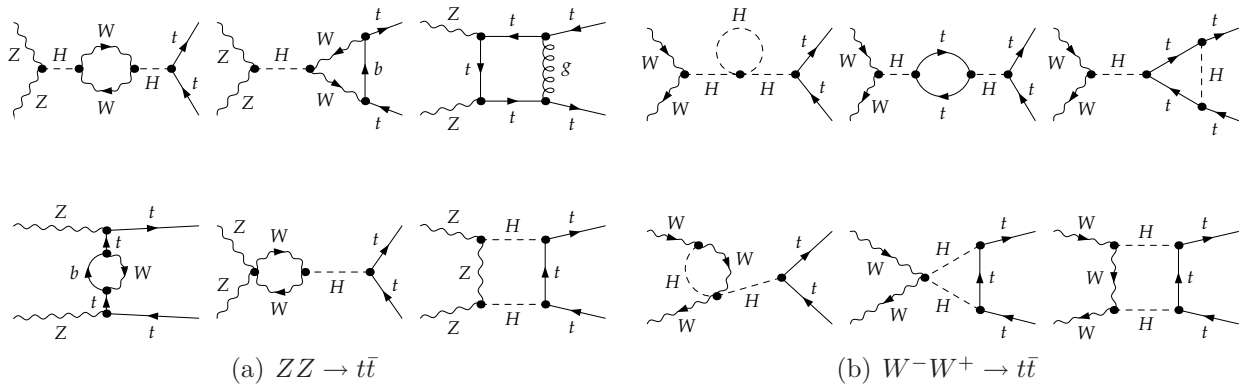


Figure 2.5: Sélection de diagrammes de Feynman pour les processus a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$.

2.2.1 Procédure de calcul de la section efficace complète :

L'amplitude à une boucle est constituée de corrections virtuelles $\mathcal{M}_{1\text{boucle}}^{EW+QCD}$ et de contributions des contre-termes $\mathcal{M}_{CT}$. Et quoique que la somme $\mathcal{M}_{1\text{boucle}}^{EW+QCD} + \mathcal{M}_{CT}$ est indemne de toute divergence ultraviolette ($\mathcal{UV}$), la présence de diagrammes à une boucle faisant intervenir l'échange de photons ou de gluons virtuels, font que cette dernière amplitude souffre dans le domaine des basses énergies d'un autre type de divergences : les divergences infra-rouges ($\mathcal{IR}$). On régule alors ces divergences $\mathcal{IR}$, en affectant de petites masses aux photons et aux gluons virtuels. Cette démarche qui est totalement justifiée pour le cas du photon vue la structure Abélienne de l'interaction électromagnétique, elle est aussi admissible dans le cadre particulier des processus qu'on étudie, vu que pour les processus de diffusion $VV \rightarrow t\bar{t}$ à l'ordre de la boucle, les vertex à plusieurs gluons n'interviennent pas et par suite la structure non-Abélienne de QCD ne se manifeste pas. Par ailleurs, pour pouvoir obtenir des résultats indépendant de l'énergie de coupure, cette contribution régulée de photons et de gluons virtuels doit s'annuler exactement avec la contribution de photons et de gluons réels. En fait comme expliqué dans le chapitre précédent, la contribution photonique (gluonique) est partagée en deux parties, une partie $\mathcal{M}_{\gamma,g}^{mou}(E_{\gamma,g} < k_c)$ pour les photons (gluons) mous avec des énergies $E_{\gamma,g}$ inférieures à une certaine énergie de coupure k_c et une partie dure $\mathcal{M}_{\gamma,g}^{dur}(E_{\gamma,g} > k_c)$ pour des énergies supérieures à k_c . Ainsi, pour les contributions électrofaibles à une boucle le carré de l'amplitude globale s'écrit (voir équation 1.54) :

$$|\mathcal{M}_1|^{2,EW} = \overbrace{2\mathcal{Re}\mathcal{M}_{Born}(\mathcal{M}_{1\text{boucle}}^{EW} + \mathcal{M}_{CT})^*}^{|\mathcal{M}_1|^{2,s+v}} + |\mathcal{M}_{\gamma}^{mou}|^2 + |\mathcal{M}_{\gamma}^{durs}|^2$$

La correction électrofaible à la section efficace différentielle s'écrit alors :

$$d\sigma_1^{EW} = \frac{N_c}{32\pi s_{VV}} \frac{\beta_t}{\beta_V} |\mathcal{M}_1|^{2,EW} d(\cos\theta) \quad (2.1)$$

avec $\beta_i = \sqrt{1 - \frac{4m_i^2}{s_{VV}}}$. Des formules similaires s'appliquent aussi aux contributions QCD. Et puisqu'on s'intéresse aux corrections d'ordre $\alpha(\alpha_s)$, il devient possible d'écrire la section efficace globale à l'ordre de la boucle sous la forme :

$$d\sigma_1 = d\sigma^{Born} + d\sigma_1^{EW} + d\sigma_1^{QCD} \equiv d\sigma^{Born} [1 + \delta^{EW} + \delta^{QCD}] \quad (2.2)$$

où δ^{EW} et δ^{QCD} représentent les pourcentages des corrections EW et QCD évalués à l'ordre de la boucle.

Enfin, pour illustrer la contribution des processus radiatifs photoniques et gluoniques, une sélection de diagrammes de Feynman pour ces processus est présentée en figure 2.6.

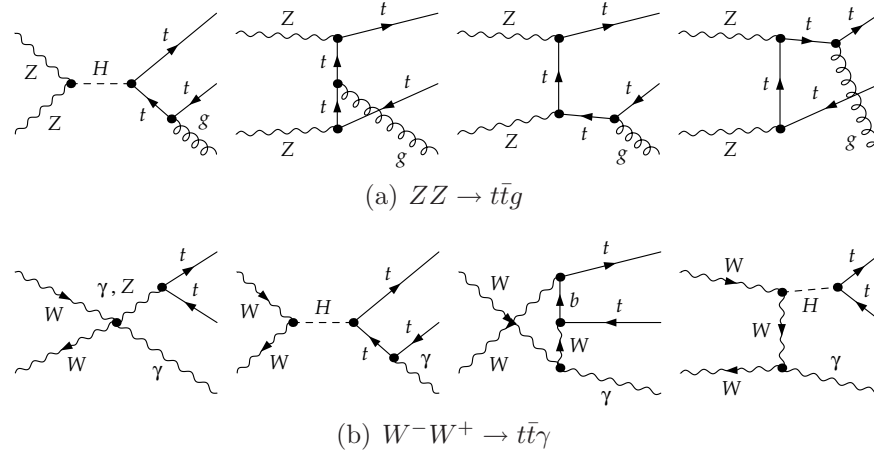


Figure 2.6: Sélection de diagrammes de Feynman pour les processus radiatifs : a) $ZZ \rightarrow t\bar{t}g$ et b) $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}\gamma$.

2.2.2 Vérifications sur le calcul :

- Tous d'abord on vérifie bien qu'à l'arbre, en ajustant sur les mêmes valeurs numériques, tous les paramètres d'entrée des différents codes de calcul qu'on utilise, à savoir SloopS, FormCalc, GRACE, et CompHep ; on obtient les mêmes résultats numériques pour la section efficace totale des processus qui figurent dans [34] à savoir : $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, $e^+e^- \rightarrow ZH$, $\gamma\gamma \rightarrow WW$, $\gamma\gamma \rightarrow t\bar{t}$, $e\gamma \rightarrow W\nu_e$, $e\gamma \rightarrow eZ$ et $WW \rightarrow WW$.

- On vérifie aussi qu'à l'ordre de la boucle, FormCalc et SloopS donnent bien, les mêmes résultats numériques pour la section efficace totale que ceux obtenus via GRACE-loop et ceci pour tous les processus cités dans l'alinéa précédent. Cet accord entre les différents codes de calcul révèle bien que leur structure interne respective sont correctes et bien organisées et par suite ceci nous met en confiance quant à leur utilisation comme outils performants pour mener notre calcul des corrections radiatives aux sections efficaces des processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ auxquels on s'intéresse.

- On commence alors par vérifier que nos formules pour l'amplitudes d'hélicité à l'arbre du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ (voir Appendice), donnent les mêmes résultats numériques pour

la section efficace de Born que ceux obtenues à travers FormCalc et SloopS via l'utilisation de la méthode du carré de l'amplitude globale du processus. L'accord est remarquable au septième chiffre après la virgule.

- À l'ordre de la boucle, on vérifie l'invariance de jauge pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ en faisant varier, dans SloopS, les cinq paramètres $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\delta}, \tilde{\kappa}, \tilde{\varepsilon}$ du Lagrangien de fixation non-linéaire de jauge [34, 88]. On remarque alors qu'il y a une stabilité des résultats jusqu'au douzième chiffre après la virgule. Par ailleurs, il est important d'attirer l'attention ici, que pour accomplir correctement ce test aucune largeur de raie ne doit être introduite dans les propagateurs. On remarque encore une fois, mais maintenant dans le cadre des processus $VV \rightarrow t\bar{t}$, que nos résultats via SloopS concorde avec ceux via FormCalc. Par suite, on se limitera dans ce qui suit à l'utilisation de FormCalc.

- Pour vérifier l'invariance $\mathcal{UV}$ de nos résultats de la section efficace pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$, on fait varier le paramètre de régularisation dimensionnelle $C_{UV} = 1/\varepsilon - \gamma_E + \ln 4\pi$ où $n = 4 - 2\varepsilon$ de sept ordres de grandeur et on remarque que nos résultats exprimés en double précision restent stables. Une fois cette étape de vérification accomplie, on peut poser $C_{UV} = 0$ dans la suite du calcul.

- Quant à l'invariance $\mathcal{IR}$, on l'a vérifiée en faisant varier les masses virtuelles du photon λ_γ et du gluon λ_g de cinq ordres de grandeur et on remarque que cela n'a d'incidence sur nos résultat de la section efficace qu'au huitième chiffre après la virgule. Après avoir effectué cette vérification de l'invariance $\mathcal{IR}$, on pose $\lambda_{\gamma(g)}$ égales à l'unité. En outre, il est important de noter que dans FormCalc ne sont implantés que les photons mous. En fait, nos résultats présentés dans le tableau 2.1, montrent que dans le cas où on ne fait pas intervenir les gluons virtuels à l'ordre de la boucle dans le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ alors seuls les photons virtuels entrent en jeu et en faisant varier le parametre λ^2 de FormCalc, l'invariance $\mathcal{IR}$ photonique est observée. Par contre en faisant intervenir les gluons virtuels, la variation de λ^2 ne permet pas d'observer la stabilité des resultats. Et pour prendre en compte dans FormCalc, les gluons mous aussi, on a modifié, dans ce code, les formules correspondantes de manière à introduire les charges de couleur ainsi que la correspondance suivante : $Q_t^2\alpha \rightarrow C_F\alpha_s$. Ceci nous a permis d'assurer de plus l'invariance $\mathcal{IR}$ gluonique.

- Pour ce qui est de la stabilité de nos résultats de la section efficace complète (incluant

les rayonnements photoniques et gluoniques réels durs) à l'égard de l'énergie de coupure k_c , en exécutant nos calculs, on a remarqué qu'il faut choisir de petites valeurs pour k_c relativement à l'énergie mise en jeu dans le centre de masse du processus, pour pouvoir pousser la stabilité des résultats au troisième chiffre après la virgule.

- On note enfin que pour le calcul d'intégrales, on utilise la méthode de Gauss-Patterson dans le cadre des processus $2 \rightarrow 2$, et la méthode VEGAS du Monte-Carlo adaptative [89, 90, 91] pour le cas des processus radiatifs $2 \rightarrow 3$. Pour ces derniers processus une comparaison des résultats de la section efficace non-polarisée avec ceux obtenus via CompHep montre un accord remarquable.

$W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$	λ^2	C_{UV}	$\sigma_{Born} (pb)$	$\delta (\%)$
<i>Sans gluons virtuels</i>	1	0	39.29388	2.93
	10^{10}	0	39.29388	2.93
	1	10^7	39.29388	2.93
<i>Avec gluons virtuels</i>	1	0	39.29388	-40.32
	10^{10}	0	39.29388	75.18
	1	10^7	39.29388	-40.32

Tableau 2.1: Section efficace de Born et correction δ à une boucle incluant le bremsstrahlung, pour $\sqrt{s} = 600 GeV$, $M_{Higgs} = 100 GeV$, $k_c = 0.01\sqrt{s}$ et $10^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$. Ce tableau montre que les gluons réels mous ne sont pas implantés dans FormCalc (SMQCD.mod).

2.3 Détermination de la contribution photonique universelle

Relativement aux corrections QCD qu'on peut facilement évaluer à l'ordre de la boucle pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$, pour pouvoir apprécier l'importance des corrections purement électrofaibles liées directement ces processus, il faut soustraire, des corrections EW calculées pour ces processus, les corrections photoniques universelles réelles et virtuelles, ainsi que toute contribution EW universelle.

Ainsi, puisqu'il s'agit de déterminer en premier lieu une contribution photonique universelle indépendante du processus étudié, on tâchera de l'extraire de la manière la plus simple possible. Donc, sans limiter la généralité de la démonstration et en vue d'être plus explicite dans l'exécution de cette tâche, on choisit de se concentrer sur le cas spécifique et simple du processus :

$$e^+(k_0, \lambda_0) + e^-(k_1, \lambda_1) \rightarrow Z(k_2, \lambda_2) + H(k_3) \quad (2.3)$$

De plus, on limite notre domaine d'intérêt aux diagrammes représentés dans la figure 2.7.

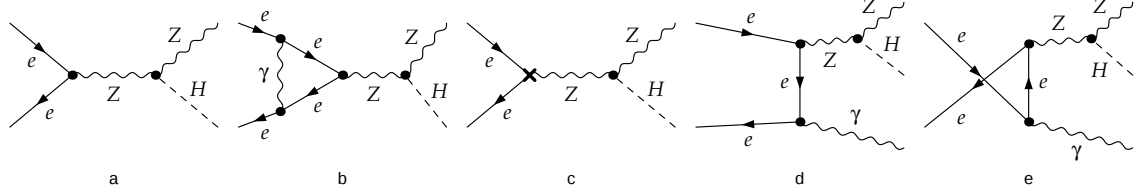


Figure 2.7: Diagrammes de Feynman utilisés pour la détermination de la contribution photonique universelle à travers le processus $e^+e^- \rightarrow ZH$

Ainsi, le diagramme (a) nous donne l'amplitude de Born :

$$\mathcal{M}_{Born} = \frac{Q^2 e^2 M_W}{2s_W^2 c_W^3 (k^2 - M_Z^2)} \left[\bar{v} \gamma_\mu \left(2s_W^2 - \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) u \varepsilon_Z^\mu \right]. \quad (2.4)$$

où la quadri-impulsion k est définie via : $k_0 + k_1 + k = 0$, u et v étant les spineurs de Dirac, ε_Z^μ le vecteur de polarisation du boson vecteur Z . M_W et M_Z sont respectivement les masses des bosons vecteurs W et Z . s_W est le sinus de l'angle faible de Glashow, avec $c_W^2 = 1 - s_W^2 = M_W^2/M_Z^2$ et Qe est la charge électrique de l'électron.

Le diagramme (c) nous donne l'amplitude du contre terme :

$$\mathcal{M}_{CT} = \frac{Q^2 \alpha}{4\pi} [-C_{UV} - 4 - 2 \ln \lambda^2 + 3 \ln m^2] \mathcal{M}_{Born} \quad (2.5)$$

m étant ici la masse de l'électron et λ la masse fictive du photon virtuel.

Du diagramme (b) après application des règles de Feynman, on n'extrait de l'amplitude correspondante $\mathcal{M}_{vir}$ que la contribution $\mathcal{M}_{vir}^{univ}$ proportionnelle au facteur : $\gamma_\mu [2s_W^2 - \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)]$ qui figure aussi dans l'expression de l'amplitude de Born ($\mathcal{M}_{Born}$).

On définit alors la correction virtuelle universelle δ_v par :

$$\delta_v \equiv \frac{2\mathcal{M}_{Born}(\mathcal{M}_{vir}^{univ} + \mathcal{M}_{CT})^*}{|\mathcal{M}_{Born}|^2} \quad (2.6)$$

Dans cette dernière équation, on introduit chacune des expressions des différents inter-

venants puis on met en facteur commun, au numérateur, le terme $|\mathcal{M}_{Born}|^2$ qui se simplifie alors avec celui dans le dénominateur, pour ainsi donner lieu à l'expression suivante pour la correction δ_v :

$$\begin{aligned} \delta_v \left(\beta, \frac{\lambda}{\sqrt{s}} \right) = & Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) \ln \frac{\lambda}{\sqrt{s}} + \frac{1+\beta^2}{4\beta} \ln \frac{4}{1-\beta^2} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right. \\ & + \frac{1+\beta^2}{4\beta} \left[\text{Sp} \left(\frac{2\beta}{\beta-1} \right) - \text{Sp} \left(\frac{2\beta}{\beta+1} \right) + \pi^2 \right] + \frac{3\beta-2}{4} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \\ & \left. + \ln \frac{1+\beta}{2} - 1 \right] \quad \text{avec} \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}}, \quad s = (k_0 + k_1)^2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

À la limite $m^2 \ll s$, cette dernière formule permet de retrouver le même résultat que celui de [92] :

$$\delta_v \left(\frac{s}{m^2}, \frac{\lambda}{\sqrt{s}} \right) = Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{\lambda}{\sqrt{s}} + \frac{1}{4} \left(\ln \frac{s}{m^2} \right)^2 + \frac{1}{4} \ln \frac{s}{m^2} + \frac{\pi^2}{3} - 1 \right]. \quad (2.8)$$

Par ailleurs, les diagrammes (d) et (e) permettent d'obtenir la correction δ_r suivante, dû aux photons réels mous :

$$\delta_r = \int_{|\vec{q}| < k_c} \frac{Q^2 e^2}{2\pi^3} \frac{d\vec{q}}{2q_0} \left[\frac{2k_0 \cdot k_1}{(k_0 \cdot q)(k_1 \cdot q)} - \frac{m^2}{(k_0 \cdot q)^2} - \frac{m^2}{(k_1 \cdot q)^2} \right] \quad (2.9)$$

et qui après avoir effectué les différents étapes simples de calcul intermédiaire, donne l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \delta_r \left(\beta, \frac{2k_c}{\lambda} \right) = & Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) \ln \frac{2k_c}{\lambda} + \frac{1}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right. \\ & \left. + \frac{1+\beta^2}{4\beta} \left[\text{Sp} \left(\frac{2\beta}{\beta-1} \right) - \text{Sp} \left(\frac{2\beta}{\beta+1} \right) \right] \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

où la fonction dilogarithme (spence) est définie par : $\text{Sp}(z) = - \int_0^z dt \frac{\ln(1-t)}{t}$.

À la limite où $m^2 \ll s$, on a :

$$\text{Sp}\left(\frac{2\beta}{\beta-1}\right) \rightarrow -\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2}\left(\ln \frac{s}{m^2}\right)^2, \quad \text{Sp}\left(\frac{2\beta}{\beta+1}\right) \rightarrow \frac{\pi^2}{6}, \quad \frac{1+\beta}{1-\beta} \rightarrow \frac{s}{m^2} \quad (2.11)$$

et on obtient, comme dans [92], l'expression :

$$\delta_r\left(\frac{s}{m^2}, \frac{2k_c}{\lambda}\right) = Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{s}{m^2} - 1\right) \ln \frac{2k_c}{\lambda} - \frac{1}{4} \left(\ln \frac{s}{m^2}\right)^2 + \frac{1}{2} \ln \frac{s}{m^2} - \frac{\pi^2}{6} \right]. \quad (2.12)$$

Enfin, en sommant les deux contributions universelles virtuelle (eq.2.7) et réelle (eq.2.10), on obtient la correction photonique universelle totale δ^{r+v} suivante :

$$\begin{aligned} \delta_{r+v} = & Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\overbrace{\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) \ln \frac{2k_c}{\sqrt{s}} + \frac{1+\beta^2}{2\beta} \left[\text{Sp}\left(\frac{2\beta}{\beta-1}\right) - \text{Sp}\left(\frac{2\beta}{\beta+1}\right) + \frac{\pi^2}{2} \right]}^{(\pi/2\alpha Q^2)\delta_{r+v}} \right. \\ & \left. + \frac{1+\beta^2}{4\beta} \ln \frac{4}{1-\beta^2} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{2-2\beta+3\beta^2}{4\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} + \ln \frac{1+\beta}{2} - 1 \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

On remarque alors qu'au seuil de la réaction, c'est à dire pour $\beta \rightarrow 0$, la correction photonique universelle totale devient extrêmement grande :

$$\delta_{r+v}(\beta \rightarrow 0) = Q^2 \frac{\pi\alpha}{2\beta} \quad (2.14)$$

L'allure de cette dernière expression, reflétant une correction Coulombienne, est un argument supplémentaire pour plaider en faveur d'une coupure sur la masse invariante loin du seuil de la réaction (ce qui veut dire que $m_{t\bar{t}} > 400\text{GeV}$ est une bonne coupure cinématique pour le cas du processus de fusion de bosons vecteurs en paire de quarks top). Cette coupure permettrait donc d'enlever les effets Coulombiens et de mieux apprécier les effets purement électrofaibles.

Par ailleurs, à la limite $m^2 \ll s$, on obtient facilement la formule de l'ISR dans e^+e^-

[85] :

$$\delta_{r+v} \left(\frac{s}{m^2}, \frac{2k_c}{\sqrt{s}} \right) = Q^2 \frac{2\alpha}{\pi} \left[\left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{2k_c}{\sqrt{s}} + \frac{3}{4} \ln \frac{s}{m^2} + \frac{\pi^2}{6} - 1 \right]. \quad (2.15)$$

Vérification numérique de la formule δ_{r+v}

Le tableau 2.2 montre numériquement que pour des valeurs faibles de masse de particules relativement à l'énergie mise en jeu dans le centre de masse du système en interaction, notre formule 2.13 de δ_{r+v} tend bien vers la formule 2.15 de l'ISR. Par ailleurs, notre formule 2.13 a en plus l'avantage d'être valable pour tout le spectre de masse des particules, alors que la formule de l'ISR ne s'applique que pour le cas $m^2 \ll s$.

$m \text{ (GeV)}$	$\sqrt{s} \text{ (GeV)}$	$\delta_{r+v} \text{ (\%)}$	$\delta_{r+v}^{(m^2 \ll s)} \text{ (\%)}$
0.000511	0.01	-8.19946	-8.21359
0.000511	1	-24.7091	-24.7091
0.000511	100	-41.2045	-41.2045
0.000511	1000	-49.4522	-49.4522
80.299	500	-3.8627	-4.11184
80.299	1000	-6.56119	-6.59465
80.299	2000	-9.06856	-9.07747
175	500	-0.68557	-1.32214
175	1000	-3.6507	-3.80421
175	2000	-6.24762	-6.28703
175	3000	-7.72119	-7.73938

Tableau 2.2: Comparaison numérique et validité des formules δ_{r+v} et $\delta_{r+v}^{(m^2 \ll s)}$

2.3.1 Processus $W^-W^+ \rightarrow HH$ et $ZZ \rightarrow HH$ et structure non-Abelienne de l'interaction électrofaible

Cette application constitue notre première tentative de mettre en œuvre, notre formule de correction photonique universelle δ_{r+v} , dans l'exploration du secteur électrofaible. L'idée est que, vu que le boson Z et le Higgs H sont des particules neutres, alors le processus $ZZ \rightarrow HH$ ne manifeste pas d'interaction photonique, l'interaction est plutôt purement «électro»-faible. Par ailleurs, le processus $W^-W^+ \rightarrow HH$ ne diffère du processus $ZZ \rightarrow HH$ (comme cela peut être apprécié en analysant les diagrammes de Feynman à l'arbre pour chacun de ces deux processus) que par le remplacement du boson vecteur W chargé électriquement et de

son Goldstone correspondant par leur homologue neutre. Il semble alors à première vue que la différence essentielle entre ces deux processus, réside dans la présence de charge électrique, donc la mise en jeu de l'interaction photonique. Alors en soustrayant de la section efficace complète à l'ordre de la boucle pour le processus $W^-W^+ \rightarrow HH$, la contribution photonique universelle totale (δ_{r+v}), on s'attend naïvement à retrouver la section efficace correspondante pour le cas du processus $ZZ \rightarrow HH$. Mais comme on sait que dans le $\mathcal{MS}$ les couplages des W et des Z aux autres particules du $\mathcal{MS}$ ne sont pas identiques, alors l'extraction de la contribution photonique universelle totale ne serait pas suffisante pour mettre les deux processus sur le même diapason. Et comme la génération des masses des particules est une pièce fondamentale dans le secteur électrofaible, il nous semble que la contribution la plus dominante dans la différence qui existe entre les résultats de la section efficace affichée par ces deux processus, serait dû à la différence de masse entre les composantes du doublet de quarks les plus lourds à savoir le quark bottom et le quark top.

Ainsi, en imposant une égalité numérique entre les valeurs des masses des quarks bottom et top, en plus de la soustraction de la contribution photonique universelle, on tiendra compte de la majeure partie de la différence qui pourrait exister entre les deux processus $W^-W^+ \rightarrow HH$ et $ZZ \rightarrow HH$. Donc via l'étude de ces deux processus, on peut sonder directement le secteur non-Abélien de l'interaction faible et par suite on peut vérifier si notre hypothèse est bonne.

On se propose donc de sonder, si la brisure spontanée de la symétrie électrofaible, peut être ramener essentiellement à la différence entre les valeurs des masses du quark top et du quark bottom, ou bien, si elle est plus profonde qu'une simple différence de masse et qu'elle est au contraire fortement liée à la structure non-Abélienne de l'interaction électrofaible ?

Dans cette perspective, on calcule alors, en utilisant le code SloopS, les corrections électrofaibles relatives totales à l'ordre de la boucle : δ^{ZZ} et δ^{WW} respectivement pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ (ces corrections n'incluent pas les photons durs). Alors, pour le processus $ZZ \rightarrow HH$, comme on vient de l'expliquer $\delta^{ZZ} = \delta_W^{ZZ}$. Par contre pour le processus $W^+W^- \rightarrow HH$, pour extraire la correction purement électrofaible δ_W^{WW} , on calcule d'abord la correction relative photonique universelle δ_{v+r}^{WW} à travers la formule 2.13. Pour ensuite obtenir :

$$\delta_W^{WW} \equiv \delta^{WW} - \delta_{r+v}^{WW} \quad (2.16)$$

Dans l'exécution du calcul numérique, on utilise les paramètres suivants :

$$\begin{array}{lll} \alpha^{-1} = 137.0359895 & M_Z = 91.187 \text{ GeV}, & M_W = 80.299 \text{ GeV} \\ m_e = 0.51099906 \text{ MeV} & m_\mu = 105.65839 \text{ MeV} & m_\tau = 1.777 \text{ GeV} \\ m_u = m_d = 46 \text{ MeV} & m_c = 1.50 \text{ GeV} & m_s = 150 \text{ MeV} \\ k_c = 0.005\sqrt{s} & M_{Higgs} = 120 \text{ GeV} & \end{array}$$

Les résultats obtenus sont reportés dans les tableaux 2.3, 2.4, 2.5 et 2.6.

On y remarque tout d'abord que le comportement des corrections radiatives purement électrofaibles, pour les valeurs réellement observées des masses m_t et m_b , est différent de celui qui se manifeste dans le cadre du cas fictif où $m_t = m_b$. Ceci implique que la différence de masse au sein du doublet «bottom-top» est un paramètre important à prendre en considération dans l'étude des corrections radiatives électrofaibles. Et pour pouvoir apprécier l'effet des autres intervenants, on supprime l'effet de ce paramètre, en imposant l'égalité de masse entre le top et le bottom. Ainsi, loin du seuil de la réaction et pour $m_t = m_b$, les corrections radiatives purement électrofaibles sont décroissantes en fonction de l'énergie dans le centre de masse du système pour chacun des deux processus $W^+W^- \rightarrow HH$ et $ZZ \rightarrow HH$. Elles sont en plus, dans le domaine d'énergie qu'on considère, importantes d'environ 2 % dans le cas des W que dans le cas des Z et ceci bien que la section efficace de Born pour le processus $ZZ \rightarrow HH$ soit plus grande du fait de la supériorité de masse des bosons Z relativement aux W . Ce comportement révèle le fait que la structure non-Abélienne de l'interaction électrofaible est bien ancrée dans le «photon». Et que la brisure spontanée de la symétrie électrofaible ne peut être rattachée simplement à la différence de masse entre les «quark-isotopes!» :top et bottom et par suite dans le cadre du $\overline{MS}$, la répercussion de la présence d'une charge électrique, va au delà de la simple contribution photonique universelle.

$\sqrt{s} (GeV)$	$\sigma_{Born}^{WW} (pb)$	$\sigma_{Born}^{ZZ} (pb)$	$\delta_W^{WW} (%)$	$\delta_W^{ZZ} (%)$
250	1.88133	2.75	15.42	14.29
500	4.46256	5.97206	6.98	5.94
750	4.96851	6.51338	3.18	3.84
1000	5.18563	6.74928	1.64	2.06

Tableau 2.3: Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = 175 GeV$ et $m_b = 4.5 GeV$

$\sqrt{s} (GeV)$	$\sigma_{Born}^{WW} (pb)$	$\sigma_{Born}^{ZZ} (pb)$	$\delta_W^{WW} (%)$	$\delta_W^{ZZ} (%)$
250	1.88133	2.75	26.76	24.92
500	4.46256	5.97206	12.01	10.81
750	4.96851	6.51338	9.45	7.89
1000	5.18563	6.74928	7.94	5.39

Tableau 2.4: Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 175 GeV$

$\sqrt{s} (GeV)$	$\sigma_{Born}^{WW} (pb)$	$\sigma_{Born}^{ZZ} (pb)$	$\delta_W^{WW} (%)$	$\delta_W^{ZZ} (%)$
250	1.88133	2.75	15.78	16.74
500	4.46256	5.97206	14.68	14.12
750	4.96851	6.51338	13.98	12.83
1000	5.18563	6.74928	13.38	11.77

Tableau 2.5: Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 5 GeV$

$\sqrt{s} (GeV)$	$\sigma_{Born}^{WW} (pb)$	$\sigma_{Born}^{ZZ} (pb)$	$\delta_W^{WW} (%)$	$\delta_W^{ZZ} (%)$
250	1.88133	2.75	12.12	13.12
500	4.46256	5.97206	10.83	10.27
750	4.96851	6.51338	9.81	8.67
1000	5.18563	6.74928	9.02	7.42

Tableau 2.6: Correction purement électrofaible pour les processus $ZZ \rightarrow HH$ et $W^-W^+ \rightarrow HH$ dans le cas $m_t = m_b = 90 GeV$

2.4 Extraction de la contribution purement électrofaible pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$

Après cette première tentative d'application de nos formules analytiques jumelée avec notre procédure de calcul via l'utilisation combinée de plusieurs codes de calcul, on revient à nos processus de premier intérêt dans le cadre de l'exploration du secteur scalaire, à

savoir les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$. Et on s'intéresse alors à l'évaluation des corrections purement électrofaibles à l'ordre de la boucle correspondant à chacun de ces processus.

Processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$:

Dans le processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ le quark top est chargé électriquement alors que le boson vecteur Z est neutre. Il n'y a donc de radiations photoniques réelles que via l'état final de ce processus. Cette situation peut donc bien être rapprochée de celle pour laquelle, on a établi notre formule analytique pour la contribution photonique universelle totale (photon virtuel - photon réel mou - photon réel dur) . Et comme, d'autre part, on ne s'intéresse ici qu'à définir la contribution purement électrofaible (PEW) propre au processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$, il n'est donc pas nécessaire d'inclure dans notre calcul la contribution photonique réelle dure pour ensuite la soustraire. Ainsi dans le calcul de la section efficace à l'ordre de la boucle, on utilisera seulement le terme $|\mathcal{M}|^{2,s+v}$ de l'équation 1.54 et on ne prendra pas en considération le rayonnement des photons réels durs. En outre, pour la contribution photonique universelle, on prendra seulement le terme $\bar{\delta}_{r+v}$ (voir 2.13)¹

Ainsi, on définit la correction purement électrofaible (PEW) propre au processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ par :

$$\sigma_{ZZ}^{PEW} = \sigma_{ZZ}^{s+v} - \bar{\delta}_{r+v} \sigma_{ZZ}^{Born} = \delta^{PEW} \sigma_{ZZ}^{Born} . \quad (2.17)$$

Cette expression est invariante de jauge, $\mathcal{UV}$ et $\mathcal{IR}$ invariante et aussi indépendante de l'énergie de coupure du photon. Et on vérifie bien ces propriétés numériquement.

Processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$

Pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, on note que le quark top et le boson vecteur W sont tous deux chargés électriquement. Ainsi en plus des radiations photoniques de l'état initial et ceux de l'état final, on note aussi la présence d'interférence entre les émissions radiatives des états initial et final. De ce fait il n'est pas possible de trouver une expression analytique

¹On aurait bien pu prendre ici, le totalité du terme δ_{r+v} , mais pour être en accord avec notre définition de la contribution purement électrofaible dans le cadre du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ qui manifeste des contraintes supplémentaires (voir paragraphe suivant), on choisit d'utiliser dès à présent le terme $\bar{\delta}_{r+v}$ au lieu de δ_{r+v} .

universelle pour les radiations photoniques de ce processus et qui par ailleurs, puisse préserver l'invariance de jauge. Ainsi, comme on ne s'intéresse effectivement qu'à la dépendance en fonction de k_c qu'on suspecte être de la forme $\ln(k_c)$, on décide alors d'extraire la correction purement électrofaible (PEW) numériquement. Pour ce faire, on prend deux valeurs k_{c1} et k_{c2} de l'énergie de coupure et on définit la section efficace purement électrofaible par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{WW}^{PEW} = \sigma_{WW}^{s+v}(k_c) - A(\sqrt{s}) \ln(2k_c/\sqrt{s}) = \delta^{PEW} \sigma_{WW}^{Born}, \\ A(\sqrt{s}) = \frac{\sigma_{WW}^{EW}(k_{c2}) - \sigma_{WW}^{EW}(k_{c1})}{\ln(k_{c2}/k_{c1})} \end{array} \right. \quad (2.18)$$

On vérifie alors numériquement que cette expression est bien invariante de jauge, $\mathcal{UV}$ et $\mathcal{IR}$ invariante et aussi stable en fonction de l'énergie de coupure k_c .

• **Remarque :** Comme on mène le calcul des différentes sections efficaces, en utilisant la valeur de la constante de structure fine α , telle que déterminée à la limite de Thomson. Il n'est pas suffisant de soustraire la contribution photonique universelle de nos résultats des contributions électrofaibles, pour pouvoir apprécier la contribution purement électrofaible liée à notre processus d'intérêt. Il est par ailleurs, important de soustraire aussi une autre contribution universelle mais cette fois proprement électrofaible et en m_t^2 , pour ne laisser que la contribution proprement électrofaible propre aux processus d'intérêt. Cette dernière contribution est donnée à travers Δr (voir l'équ.1.63 et aussi l'équ. 1.65) et la correction qui en découle pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ est définie par :

$$\delta^{pew} = \delta^{PEW} - 2\Delta r \quad (2.19)$$

Traitement des radiations gluoniques

Relativement à l'interaction de couleur, les processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ et $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ se placent à pied d'égalité, vu que pour ces processus, seul le quark top porte la charge de couleur. Et comme à l'ordre de la boucle, la structure non-Abélienne de QCD n'intervient pas pour nos deux processus, du fait qu'on ne rencontre pas de vertex à plusieurs gluons, alors les formules analytiques qu'on a établi pour les radiations Abéliennes photoniques peuvent être adaptée pour servir à l'évaluation des radiations gluoniques. Il suffit, pour notre cas et par

exemple dans le cadre des contributions réelles molles, de remplacer dans l'équation 2.10 le facteur $Q^2\alpha$ par $3\alpha_s$ (α_s est la constante de couplage fort qui évolue en fonction de l'échelle de renormalisation) pour obtenir la formule correspondante des corrections dûes aux radiations gluoniques réelles molles. La formule ainsi obtenue, est alors incorporée dans le code FormCalc pour pouvoir calculer les contributions des gluons réels mous et par suite pour remédier aux divergences infrarouges gluoniques. Par ailleurs, la contribution des gluons réels durs est calculée directement via le processus $VV \rightarrow g t \bar{t}$. Pour ce faire, on peut se servir de FormCalc et/ou de CompHep. Enfin, la correction globale à la section efficace QCD, à l'ordre de la boucle, est évaluée en sommant la contribution corrigée à l'ordre de la boucle et la contribution des gluons durs. Enfin, il importe de noter que nos résultats, relatifs à la contribution de couleur, sont invariants de jauge, indemnes des divergences $\mathcal{UV}$ et $\mathcal{IR}$ et stables relativement à l'énergie de coupure des gluons réels.

2.5 Corrections Electrofaible et QCD : résultats et discussions

2.5.1 Paramètres d'entrée

Tous nos résultats des sections efficaces des processus $W^-W^+ \rightarrow t \bar{t}$ et $ZZ \rightarrow t \bar{t}$, sont obtenus via l'utilisation des paramètres d'entrée suivants :

$$\begin{array}{lll} \alpha^{-1} = 137.0359895 & m_e = 0.51099907 \text{ MeV} & m_\mu = 105.658389 \text{ MeV} \\ m_\tau = 1.777 \text{ GeV} & m_u = m_d = 53.8 \text{ MeV} & m_c = 1.5 \text{ GeV} \\ m_s = 150 \text{ MeV} & m_b = 4.7 \text{ GeV} & m_t = 173.7 \text{ GeV} \\ M_Z = 91.1875 \text{ GeV} & M_W = 80.45 \text{ GeV} & \end{array}$$

- La valeur qu'on utilise pour la masse du quark top est celle fournie par la collaboration D0 [66]. Cette valeur est très proche de la valeur $m_t = 174.2 \pm 3.3 \text{ GeV}$ donnée par la collaboration PDG [49]. Par ailleurs CDF et D0 ont actualisé cette valeur, qui est maintenant 170.9 ± 1.8 [93]. Ces différences entre ces différentes valeurs de la masse du top, sont sans incidence notables sur nos résultats, vu qu'elles se trouvent dans la marge d'erreur 2σ d'une part, et d'autre part, du fait de la coupure qu'on impose sur la masse invariante $m_{t\bar{t}}$ ($m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$), ce qui nous amène loin du seuil de la réaction de création de paires de quarks top.

- Les valeurs des masses des quarks légers sont des valeurs effectives ajustées de manière

à reproduire perturbativement à l'ordre de la boucle, la valeur de la constante de structure fine à l'échelle de M_Z établie dispersivement (voir chapitre 2).

- Pour la constante de couplage fort α_s , on utilise une constante évoluant en fonction de l'échelle de renormalisation μ ($\mu = \sqrt{s_{VV}}$). La dépendance en μ qu'on utilise est évaluée dans le cadre du schéma de renormalisation $\overline{MS}$, via un calcul à l'ordre de la troisième boucle et qui prend en considération les cinq saveurs de quarks les plus légères tout en imposant la condition de normalisation $\alpha_s(M_Z) = 0.1172$ [49]. Ainsi par exemple $\alpha_s(\sqrt{s_{WW}} = 500 \text{ GeV}) = 0.09432$ et $\alpha_s(\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}) = 0.08776$.
- Dans notre calcul, on ne s'intéresse pas aux angles de mélanges entre les différents états des particules, ainsi on prend la matrice CKM égale à l'unité.

2.5.2 Section efficace totale à une boucle

Pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$, la figure 2.9 montre l'effet des corrections radiatives sur la section efficace totale pour des énergies, dans le centre de masse du système VV , variant du voisinage du seuil jusqu'à 1 TeV . Nos résultats pour $M_{Higgs} = 200, 300 \text{ GeV}$ sont présentés dans le tableau 2.7. Notons tout d'abord la caractéristique commune à toutes les valeurs de masse du Higgs qu'on a considérées. Les corrections photoniques (QED) qu'on a extraites sont relativement petites et par suite il n'y a qu'une petite différence entre les corrections EW complètes incluant les photons durs et les corrections purement électrofaibles obtenues après soustraction de la partie photonique universelle telle que décrite précédemment. Cette différence prend ces plus grandes valeurs ($\sim 2\%$) au voisinage du seuil ($\sim 400 \text{ GeV}$) dans le cas du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$. Ailleurs cette différence est inférieure à 1% conjointement pour les deux processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$. Donc dans la suite de l'exposé, en parlant des corrections EW, cela fera référence aux corrections électrofaibles complètes incluant les photons durs. Dans le domaine d'énergie qu'on considère, les corrections EW pour ZZ et WW , sont positives et deviennent grandes près du seuil du fait de la contribution Coulombienne. Entre ZZ et WW les corrections, qu'elles soient EW ou QCD, ne dépassent pas une différence de 3% . Pour les corrections QCD, on remarque une hausse près du seuil qui devient de plus en plus importante lorsque la masse de Higgs varie de 120 GeV à 300 GeV . Au delà de la région du seuil, les corrections QCD décroissent puis deviennent négatives et

atteignent environ -10% à $\sqrt{s_{VV}} = 1\text{TeV}$. Ainsi et spécialement pour les hautes énergies, les corrections EW ont tendance à annuler une grande partie de l'effet des corrections QCD. Il est donc important, pour le traitement des processus $VV \rightarrow t\bar{t}$, de considérer conjointement les corrections EW et QCD et non pas chacune toute seule.

Enfin de cette discussion, on remarque qu'en exprimant la section efficace à l'arbre en terme de G_μ , une contributions EW importante liée à la désintégration du muon, peut être soustraite. Dans ce schéma G_μ , les corrections purement électrofaibles propres à nos processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ (voir équation :2.19), s'étalent alors approximativement dans l'intervalle $2 - 5\%$. Ces dernières corrections purement électrofaibles restent toujours compétitives avec les corrections QCD.

Cette compétitivité des corrections électrofaibles aux corrections QCD est en fait un fait prévisible, vu que d'une part les bosons vecteurs ne se couplent pas aux gluons, ce qui agit comme un modérateur des corrections QCD en plus du fait qu'en augmentant l'énergie, la grandeur de la constante de couplage fort diminue, et d'autre part vu que le fort couplage des W au Higgs et la grande valeur du couplage de yukawa du quark top qui agissent en faveur d'un rehaussement des corrections électrofaibles.

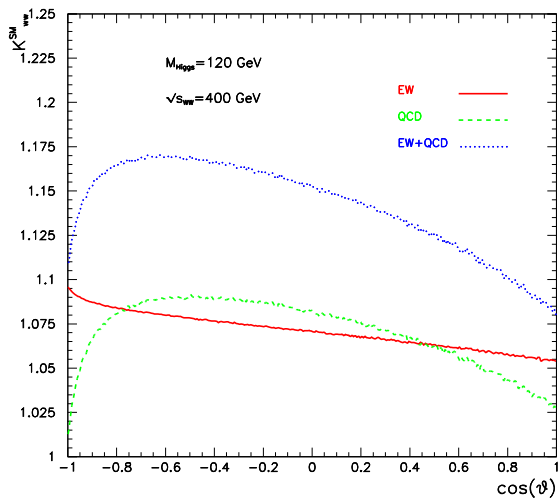
2.5.3 Distributions angulaires à une boucle

Dans la figure 2.8, pour $M_{Higgs} = 120\text{GeV}$ et pour des particules non-polarisées, on présente, respectivement pour deux cas d'énergies, l'une proche du seuil ($\sqrt{s_{WW}} = 400\text{GeV}$) et l'autre égale à 1TeV , les distributions angulaires du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, ainsi que les facteurs K_{WW}^{SM} correspondants. Le facteur K_{WW}^{SM} est défini comme étant le rapport de la section efficace différentielle corrigée à une boucle sur la section efficace correspondante à l'arbre. Pour les basses énergies, lorsque la section efficace est grande (voir figure 2.4), les corrections EW dominent les corrections QCD dans les directions avant et arrière relativement au W^- . Dans la région centrale, par contre, des deux corrections EW et QCD sont toutes deux du même ordre de grandeur. Par contre pour de hautes énergies la correction électrofaible est très grande dans la direction avant, modeste dans la direction arrière et presque nulle dans la région centrale. Alors en prenant en considération le fait que la section efficace différentielle est quatre ordres de grandeur plus importante dans la direction arrière

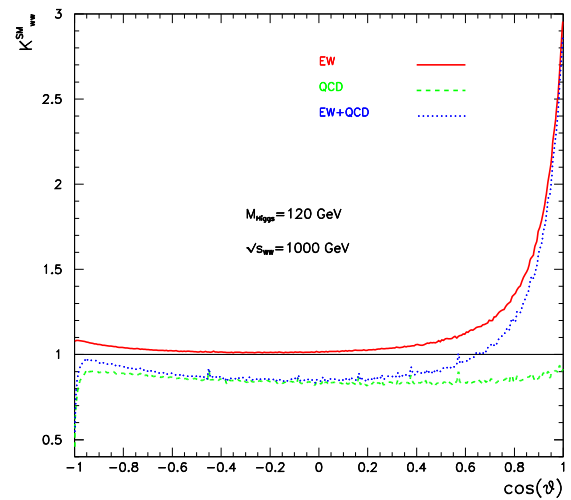
$W_L^- W_L^+$	$M_{Higgs} = 200 \text{ GeV}$					$M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$				
$\sqrt{s_{WW}} \text{ (GeV)}$	$\sigma_0 \text{ (pb)}$	δ^{EW}	δ^{PEW}	δ^{pew}	δ^{QCD}	$\sigma_0 \text{ (pb)}$	δ^{EW}	δ^{PEW}	δ^{pew}	δ^{QCD}
400	144.33	9.35	11.17	4.97	6.44	163.77	10.25	11.93	5.42	10.54
500	196.13	8.23	9.43	3.23	-4.99	201.23	9.41	10.52	4.00	-3.97
600	188.49	7.96	8.91	2.72	-8.33	189.66	8.93	9.82	3.30	-7.89
700	168.84	7.79	8.61	2.41	-9.87	169.04	8.67	9.43	2.92	-9.59
800	148.57	7.63	8.36	2.16	-10.61	148.52	8.43	9.12	2.60	-10.42
900	130.46	7.48	8.15	1.95	-10.96	130.36	8.22	8.84	2.33	-10.81
1000	114.95	7.33	7.95	1.75	-11.07	114.84	8.01	8.59	2.08	-10.93

$Z_L Z_L$	$M_{Higgs} = 200 \text{ GeV}$					$M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$				
$\sqrt{s_{ZZ}} \text{ (GeV)}$	$\sigma_0 \text{ (pb)}$	δ^{EW}	δ^{PEW}	δ^{pew}	δ^{QCD}	$\sigma_0 \text{ (pb)}$	δ^{EW}	δ^{PEW}	δ^{pew}	δ^{QCD}
400	21.87	9.96	10.14	3.94	22.46	98.10	10.18	10.36	3.85	30.87
500	44.24	10.13	10.46	4.26	2.93	96.56	10.19	10.51	3.99	7.9
600	48.49	10.15	10.57	4.37	-4.06	78.83	10.21	10.62	4.10	-1.42
700	46.89	10.04	10.53	4.33	-7.83	65.39	10.72	11.20	4.68	-6.55
800	43.53	9.84	10.38	4.18	-10.17	55.45	10.78	11.32	4.80	-9.69
900	39.81	9.57	10.16	3.96	-11.77	47.85	10.61	11.20	4.68	-11.74
1000	36.23	9.27	9.91	3.71	-12.91	41.87	10.33	10.96	4.44	-13.14

Tableau 2.7: Section efficace totale de Born σ_0 et corrections relatives pour les contributions électrofaibles (δ^{EW}), “purement” électrofaibles (δ^{PEW}), dans le cadre du schéma G_μ (δ^{pew}) et QCD (δ^{QCD})



(a) K_{WW}^{SM} rates for $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$



(b) K_{WW}^{SM} rates for $\sqrt{s_{WW}} = 1000 \text{ GeV}$

Figure 2.8: Correction relative K_{WW}^{SM} dans le cadre du $\mathcal{MS}$, de la section efficace non-polarisée de $W_U^- W_U^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$, (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$, (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1000 \text{ GeV}$. Les distributions angulaires de Born dans le cadre du $\mathcal{MS}$ sont présentées en Fig. 2.4.

que dans la direction avant (voir figure 2.4), on peut rattacher l'importance apparente des corrections EW dans la direction avant à une migration des photons durs de la région la plus peuplée. Les corrections QCD sont par ailleurs négatives et modestes dans presque tout le domaine à l'exception de la direction arrière, où elles s'accroissent. Ceci représente donc l'origine de la caractéristique négative et de l'importance en grandeur des valeurs des corrections qu'on trouve au niveau des sections efficaces intégrées.

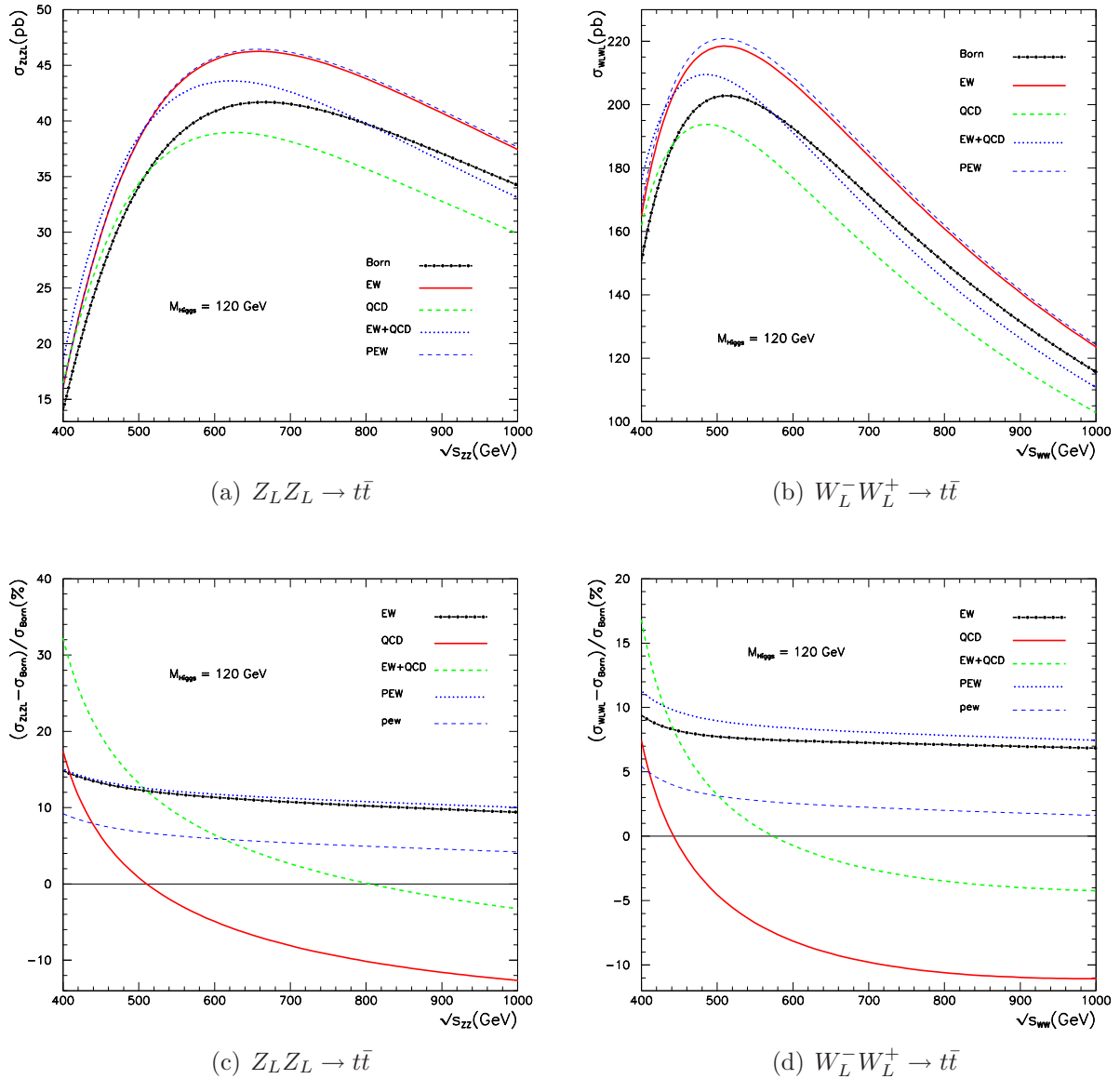


Figure 2.9: Section efficace totale de Born, et à l'ordre de la boucle pour les contributions complètes électrofaibles (EW), QCD, purement électrofaibles (PEW) avec extraction de la contribution photonique universelle (QED) et aussi dans le cadre du schéma G_μ (pew). a) $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$; $M_{Higgs} = 120$ GeV. c) et d) donnent les taux de variations relatifs des corrections à l'ordre de la boucle

CHAPITRE 3

INTERACTION ANOMALE $W^-W^+t\bar{t}$ ET RECHERCHE D'UNE NOUVELLE PHYSIQUE

La future génération de collisionneurs leptoniques linéaires, avec leur énergie dans le domaine du TeV et avec leur grande luminosité intégrée, permettront de fournir une abondance de paires $t\bar{t}$ provenant de la fusion de bosons vecteurs [74, 5]. Ainsi le couplage du quark top avec les modes longitudinaux de ces bosons vecteurs pourra être déterminé avec une grande précision, d'où l'intérêt pressant d'explorer d'avantage ce couplage d'une manière indépendante du modèle qui succédera au $\mathcal{MS}$ à hautes énergies. Cet intérêt ferme à explorer ce couplage, trouve facilement son justificatif, vu que le quark top en plus de sa masse de l'ordre de l'échelle de la brisure de la symétrie électrofaible qui le qualifie à être une bonne sonde pour explorer le secteur scalaire ; sa position en haut de l'échelle de masse des particules élémentaire, le prédispose à être aussi la particule la plus sensible à toute nouvelle physique qui se manifesterait à hautes énergies et dont les effets résiduels à basses énergies (de l'ordre de l'échelle de la brisure de symétrie électrofaible) seraient plus marqués via le top quark qu'à travers toute autre particule plus légère. Ces effets attendus consisteraient en des déviations “anomales” relativement au couplage prévu par le $\mathcal{MS}$.

3.1 Lagrangien effectif

Ainsi, les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ auxquels on s'intéresse en plus du fait, qu'ils constituent une bonne sonde pour explorer le secteur de la brisure spontanée de la symétrie électrofaible dans le cadre du $\mathcal{MS}$, sont par ailleurs susceptible de révéler la présence de nouvelles interactions entre les quarks top et les modes longitudinaux des bosons vecteurs massifs. Cette situation ouvre ainsi une fenêtre sur la nouvelle physique. Pour paramétrer Ce secteur de la nouvelle physique peut être régit par une nouvelle théorie succédant au $\mathcal{MS}$, et dans ce contexte, une multitude de modèles théoriques a été proposée. Mais on préfère ici étudier cette interaction

d'une manière indépendante de tout modèle dynamique. Ainsi, on opte plutôt pour une approche basée sur un Lagrangien effectif. Comme établi dans [9], ce Lagrangien est constitué d'opérateurs effectifs invariants de Lorentz et invariant de jauge, représentant les ordres les plus bas de cette interaction, au delà de ceux qu'on trouve dans le Lagrangien du $\mathcal{MS}$. Parmi ces opérateurs, on ne considère que ceux qui sont liés au couplage $WWt\bar{t}$. Et on étudie leurs effets sur les distributions angulaires du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$. On aurait pu faire la même chose pour le processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ mais vu la dominance de la section efficace du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ relativement à celle du processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$, la statistique est plus importante pour le cas des W et par suite toute nouvelle physique se manifesterait plutôt via le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ auquel on concentre notre attention.

Par suite, le Lagrangien qui décrit le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ prend la forme :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{MS} + \mathcal{L}_{eff} \quad (3.1)$$

où $\mathcal{L}_{MS}$ est le Lagrangien du $\mathcal{MS}$ et $\mathcal{L}_{eff}$ le Lagrangien effectif auquel on s'intéresse :

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{eff}^{(a_1)} + \mathcal{L}_{eff}^{(a_2)} = \frac{a_1}{\Lambda} \bar{t} g^{\mu\nu} t W^+_{\mu} W^-_{\nu} + \frac{a_2}{\Lambda} \bar{t} (i\sigma^{\mu\nu}) t W^+_{\mu} W^-_{\nu} \quad (3.2)$$

- a_1 et a_2 sont des coefficients anomaux qui lorsque a_1 et a_2 sont nuls, permettent de retomber sur le $\mathcal{MS}$. Et par suite ils ne sont différents de zéro que si une nouvelle physique se manifeste et qu'alors ils permettent de la cerner.

- Λ est l'échelle de coupure, au dessous de laquelle notre approche via le Lagrangien effectif est valable. Cette échelle de coupure est imposée par l'analyse dimensionnelle lors de la construction des opérateurs effectifs à dimension cinq, et par suite elle a la dimension d'une énergie. En accord avec Yuan [9], on prend $\Lambda = 4\pi v \sim 3.1\text{TeV}$.

3.2 Section efficace totale et anomaux

Dans le chapitre précédent et dans le cadre du $\mathcal{MS}$, on a établi, entre autres, relativement à la section efficace totale de Born, les corrections électrofaible et QCD à l'ordre de la boucle pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$. Si maintenant dans la future génération de collisionneurs,

aucune nouvelle particule n'est détectée pour pouvoir affirmer le divorce avec le $\mathcal{MS}$ dans ce domaine et qu'en plus un signal experimental confirmerait nos résultats pour la correction à la section efficace totale, alors cela voudrait-il dire que le $\mathcal{MS}$ reste valable au delà de l'échelle de brisure spontanée de la symétrie électrofaible ou bien existerait-il un autre moyen permettant de vérifier l'applicabilité ou non du $\mathcal{MS}$ à ce domaine de hautes énergies? L'idée est alors d'aller regarder au niveau des distributions en espérant voir un écartement des distributions observées relativement aux distributions angulaires du $\mathcal{MS}$ à l'ordre de la boucle, pour pouvoir confirmer la naissance d'une nouvelle physique au delà du $\mathcal{MS}$. Notre stratégie est donc la suivante. Pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, on détermine d'abord les valeurs des coefficients anomaux a_1 et a_2 qui permettent à la section efficace totale anormale d'imiter les valeurs numériques de la section efficace totale calculée à l'ordre de la boucle dans le cadre du $\mathcal{MS}$. Pour ces valeurs trouvées des coefficients anomaux a_1 et a_2 , on établit les distributions angulaires anormales correspondantes. On compare alors ces dernières distributions avec les distributions angulaires établies à l'ordre de la boucle dans le cadre du $\mathcal{MS}$ et qui donne après intégration sur toutes les directions de l'espace, la valeur de la section efficace ayant servie à déterminer les valeurs des coefficients anomaux correspondants.

Pour exécuter ce programme, on détermine tout d'abord, pour le processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, les expressions des amplitudes d'hélicités dans le cadre du $\mathcal{MS}$ $\mathcal{M}^{MS}$ et purement anormales $\mathcal{N}$. Pour se faire, on suit les prescriptions de la technique spinorielle adaptée au cas des particules massives, tel que décrite dans [67, 94]. Les expressions des amplitudes ainsi trouvées, sont présentées en appendice. Alors, la section efficace anormale totale est obtenue à travers la formule suivante :

$$\sigma^{anom} = \frac{N_c}{32\pi s} \frac{\beta_t}{\beta_W} \frac{1}{9} \sum_{pol} \int_{-1+\cos\theta_{cut}}^{1-\cos\theta_{cut}} |\mathcal{M}^{SM} + \mathcal{N}|^2 d(\cos\theta) \quad (3.3)$$

où la somme inclue toutes les combinaisons possibles des hélicités des états initiaux et finaux. $\cos\theta_{cut}$ est, par ailleurs, fixée à travers la coupure $P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 GeV$.

La figure.3.1 donne dans le cas du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$, et pour une énergie dans le système du centre de masse $\sqrt{s_{WW}} = 500 GeV$, $M_{Higgs} = 120 GeV$ et $P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 GeV$, la dépendance de la section efficace anormale totale non-polarisée, en fonction des coefficients

anomaux a_1 et a_2 . Cette dépendance est établie en mettant l'un des deux coefficients à zéro et en faisant varier l'autre de -1 à 1. Dans le cas $a_1 = a_2 = 0$, on retrouve évidemment le résultat du $\mathcal{MS}$. L'allure parabolique des courbes est dû au fait que l'on met l'un des coefficient à zéro tout en faisant varier l'autre.

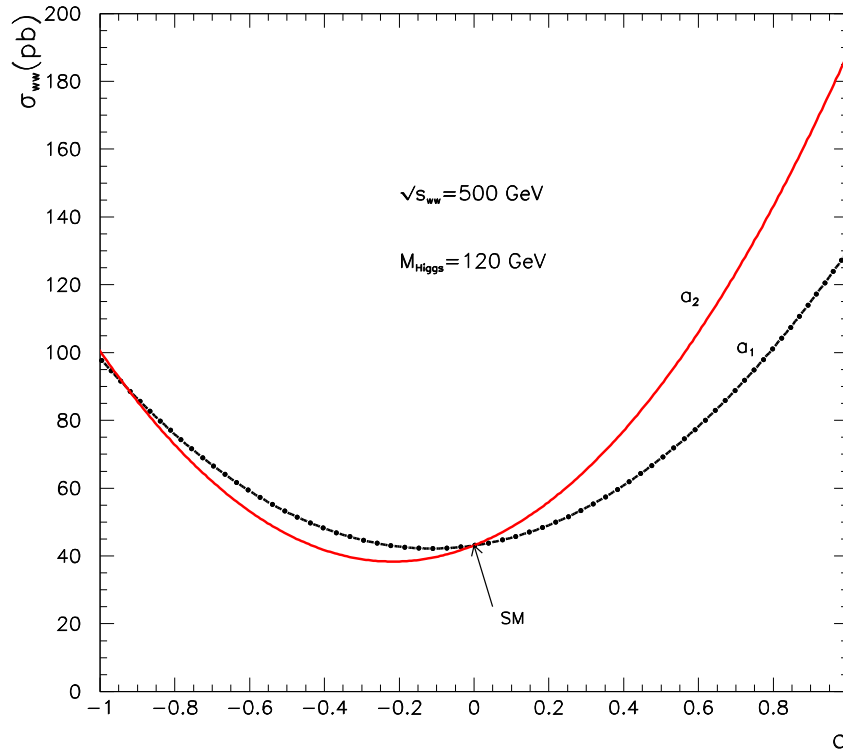


Figure 3.1: Section efficace anormale totale non-polarisée pour le processus $W^-W^+ \rightarrow \bar{t}t$ en fonction des coefficients anomaux a_1 et a_2 , pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et $p_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}$.

On s'intéresse maintenant, à la détermination des valeurs des coefficients libres a_i . On fixe ces coefficients de manière à ce que pour une énergie donnée, la valeur numérique de la section efficace totale anormale non-polarisée coïncide avec la valeur de la section efficace totale complète non-polarisée du $\mathcal{MS}$ corrigée à une boucle et ceci en laissant l'un des coefficient libre et en mettant l'autre à zéro. Par exemple a_1^{ew} est la valeur de a_1 qui permet de reproduire la valeur de la correction électrofaible complète à une boucle pour la section efficace totale lorsque a_2 est mis à zéro :

$$\sigma^{anomal\text{ew}}(a_1^{ew}) \doteq \sigma_{1loop}^{SM}(EW) \quad \text{avec} \quad a_2 = 0 \quad (3.4)$$

De même les a_i^{qcd} correspondent aux corrections QCD et les a_i^{ew+qcd} aux corrections globales EW et QCD. Comme la dépendance de la section efficace anormale est parabolique en fonction des a_i (voir figure 3.1) alors on peut obtenir deux solutions pour les a_i . Mais puisqu'on s'intéresse aux petites déviations relativement aux résultats du $\mathcal{MS}$, on choisit toujours de prendre la plus petite des deux solutions, c'est à dire celle qui est la plus proche de la valeur qu'on obtiendrait si dans le calcul de la section efficace anormale on négligeait les termes quadratiques en a_i . Par ailleurs, notant bien que dans nos calculs, on ne néglige pas les termes quadratiques en a_i , qui correspondent ici aux termes $\mathcal{N}^2$.

En se restreignant au cas $M_{\text{Higgs}} = 120\text{GeV}$ et aux énergies $\sqrt{s_{WW}} = 400\text{GeV}$ et $\sqrt{s_{WW}} = 1000\text{GeV}$, on trouve respectivement :

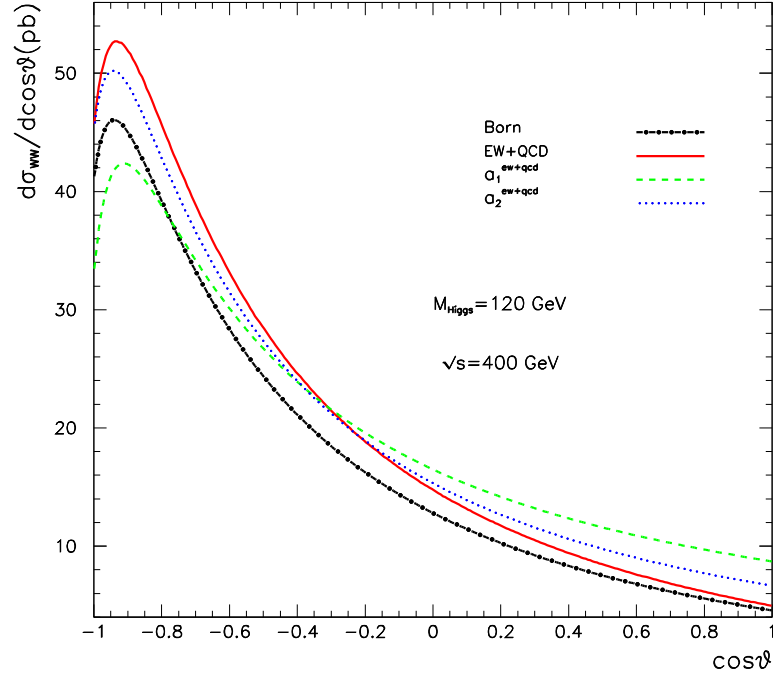
$\sqrt{s_{WW}} = 400\text{GeV}$			$\sqrt{s_{WW}} = 1000\text{GeV}$	
$a_1^{ew} = 0.318$	$a_1^{qcd} = 0.316$	$a_1^{ew+qcd} = 0.518$	$a_1^{ew} = 0.020$	$a_1^{ew+qcd} = 0.006$
$a_2^{ew} = 0.082$	$a_2^{qcd} = 0.081$	$a_2^{ew+qcd} = 0.151$	$a_2^{ew} = 0.021$	$a_2^{ew+qcd} = 0.005$

On remarque que pour $\sqrt{s_{WW}} = 1000\text{GeV}$, du fait que les corrections QCD sont négatives (voir tableau 2.7 et figure 2.9), il n'y a pas de valeurs réelles correspondantes pour les a_i .

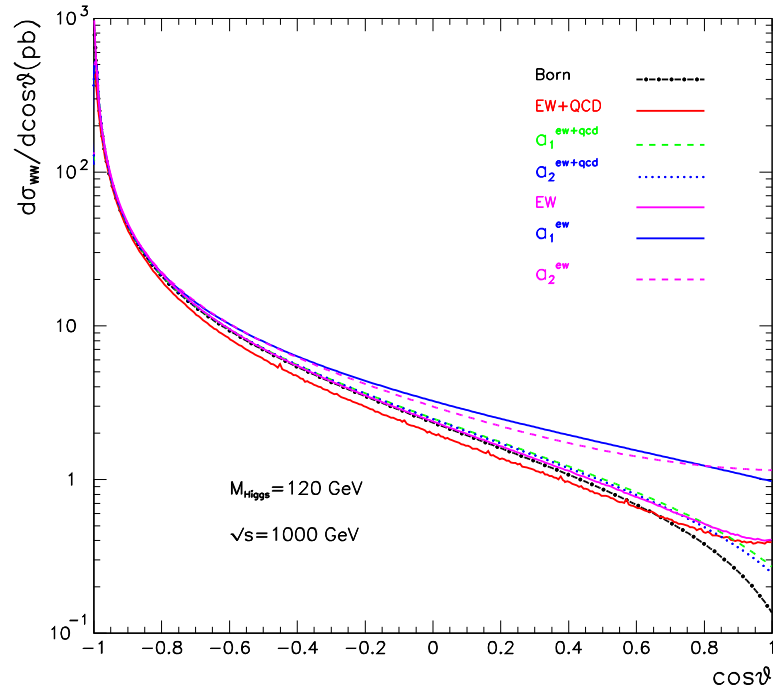
3.3 Distribution angulaire : résultats et discussion

La figure 3.2 présente nos résultats pour les distributions angulaires anormales, pour les cas des valeurs numériques des a_i précédemment trouvées. Et pour mieux apprécier la différence entre ces résultats et ceux des distributions obtenues via les corrections radiatives du $\mathcal{MS}$ (voir figure : 2.8), la figure 3.3 donne les taux anormaux K_{WW}^a . Ces taux K_{WW}^a sont définis comme étant la rapport, pour un $\cos\theta$ donné, de la section efficace différentielle anormale sur la section efficace différentielle du $\mathcal{MS}$ à l'arbre correspondante. On voit donc bien que la structure des distributions anormales est différente de celles des distributions via les corrections radiatives du $\mathcal{MS}$ et qu'elles tendent à affaiblir l'asymétrie avant-arrière du $\mathcal{MS}$. Cette différence de structure est intéressante dans le sens où elle permet de contraindre tout signal de nouvelle physique en terme des coefficients a_i . Donc dans l'analyse des signaux expérimentaux, il est important de prendre en considération les corrections EW et QCD. Mais d'autre part dans la recherche d'une nouvelle physique, il est aussi important de ne pas

restreindre l'analyse aux sections efficaces totales, comme prescrit dans [9, 74] mais il faut aussi analyser conjointement les distributions expérimentales et théoriques.



(a) Distributions pour $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$



(b) Distributions pour $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$

Figure 3.2: Distributions angulaires anormales pour $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ avec $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ for (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$, and (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$

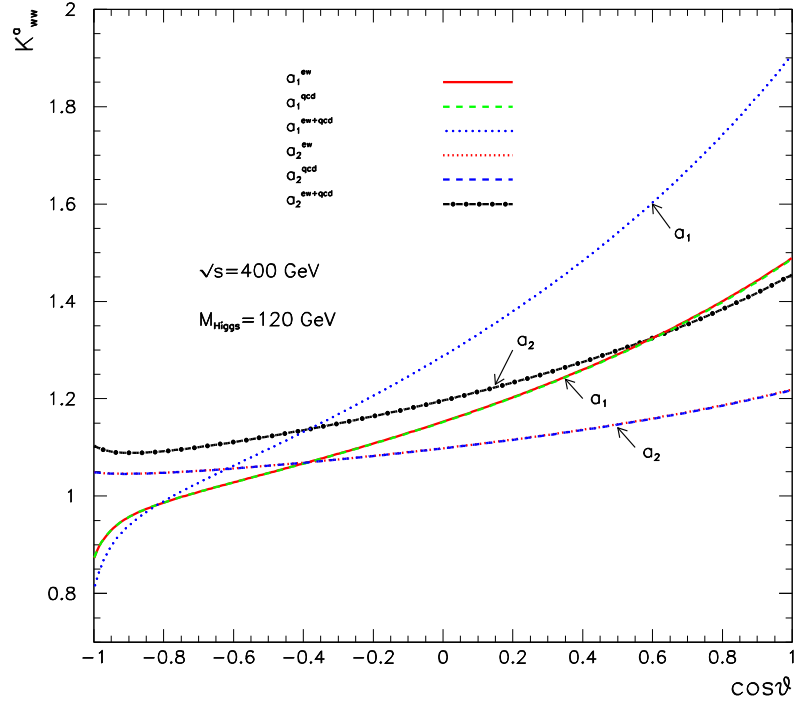
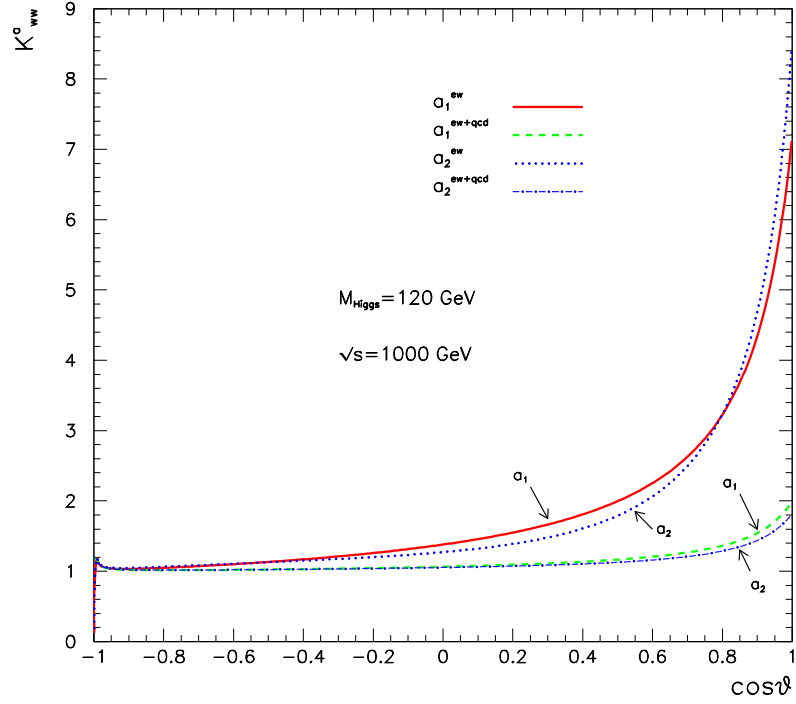
(a) K_{WW}^a for $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$ (b) K_{WW}^a for $\sqrt{s_{WW}} = 1000 \text{ GeV}$

Figure 3.3: Taux anomaux K_{WW}^a du processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et (a) $\sqrt{s_{WW}} = 400 \text{ GeV}$ and (b) $\sqrt{s_{WW}} = 1 \text{ TeV}$

CHAPITRE 4

APPLICATIONS À L'ILC ET AU LHC

Aux collisionneurs du futur avec leur énergie dans le domaine du TeV et leurs luminosités élevées, les bosons vecteurs seront abondamment produits, et les événements probablement enregistrés de fusion de ces bosons vecteurs massifs en quarks top, aussi important, qu'une étude du branchement de ces processus fils dans les différents processus pères qui ont lieu dans ces collisionneurs se trouve bien justifiée. Dans ce chapitre, il est question de ce branchement dans le cadre de l'ILC (International Linear Collider) et du LHC (Large Hadron Collider).

4.1 L'approximation des bosons vecteurs effectifs

Aux très hautes énergies du LHC et de l'ILC, les fermions et les antifermions élémentaires se scindent en paires de [fermions(antifermion)+boson vecteur]. En notant l'impulsion transversale du processus de scission par le symbole $p_{\perp}$, on peut estimer la durée de vie de cet état par $\tau \sim E_{scin}/(p_{\perp}^2 + M_W^2) \sim 10^{-1} GeV^{-1}$ pour $E_{scin} \simeq 1 TeV$. Par ailleurs, l'échelle à laquelle on commence à apprécier l'effet de l'interaction faible est de $\tau_W \sim M_W^{-1} \sim 10^{-2} GeV^{-1}$. On peut donc considérer les bosons vecteurs comme des partons (V-partons) à l'intérieur des quarks ou des leptons, et par suite, il est vrai que les collisionneurs du futur avec leur énergie dans le domaine du TeV, peuvent être considérés comme des générateurs de bosons vecteurs massifs. D'autre part, on a montré au chapitre 2 que les modes longitudinaux sont les modes les plus dominants à hautes énergies, par conséquent dans ce qui suit, on concentre notre attention sur les processus $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ qu'on branche dans les processus pères. Cette opération est concrétisée via l'utilisation de l'approximation des bosons vecteurs effectifs (ABVE) [10, 11, 12, 13, 14, 15, 95]. Dans cette approximation, les fonctions de structure décrivant le contenu, à très hautes énergies, des leptons et des quarks en bosons vecteurs longitudinaux V_L , sont données par les équations suivantes :

$$f_{fermion/Z_L}(x) = \frac{\alpha}{4\pi S_W^2} \left[(T_f^{(3)})^2 + (T_f^{(3)} - Q_f S_W^2)^2 \right] \left[\frac{1-x}{x} \right] \quad (4.1)$$

et

$$f_{fermion/W_L}(x) = \frac{\alpha}{4\pi S_W^2} \left[\frac{1-x}{x} \right] \quad (4.2)$$

où $S_W^2 = 1 - C_W^2 = 1 - M_W^2/M_Z^2$, Q_f et $T_f^{(3)}$ sont respectivement la charge et la troisième composante de l'isospin du fermion père (lepton ou quark), et $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$. x est la fraction de la quadri-impulsion communiquée au boson vecteur fils par le fermion père. τ est le carré de la fraction d'énergie disponible pour le processus fils par rapport à l'énergie totale du processus père.

Ainsi, dans la collision de deux fermions élémentaires pères f_1 et f_2 de charge et d'isospin respectifs $(Q_{f_1}, T_{f_1}^{(3)})$ et $(Q_{f_2}, T_{f_2}^{(3)})$, la luminosité des bosons vecteurs fils est alors donnée par :

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \Big|_{f_1 f_2 / V_L V_L}(\tau) = \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} f_{f_1/V_L}(x) f_{f_2/V_L}\left(\frac{\tau}{x}\right) \quad (4.3)$$

En remplaçant respectivement 4.1 et 4.2 dans 4.3, on trouve les expressions suivantes pour la luminosité des bosons vecteurs [95] :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \Big|_{f_1 f_2 / Z_L Z_L}(\tau) &= \left[\frac{\alpha}{4\pi S_W^2} \right]^2 \left[\frac{(T_{f_1}^{(3)})^2 + (T_{f_1}^{(3)} - Q_{f_1} S_W^2)^2}{C_W^2} \right] \left[\frac{(T_{f_2}^{(3)})^2 + (T_{f_2}^{(3)} - Q_{f_2} S_W^2)^2}{C_W^2} \right] \\ &\quad \frac{1}{\tau} \left((1+\tau) \ln \frac{1}{\tau} - 2(1-\tau) \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \Big|_{f_1 f_2 / W_L W_L}(\tau) = \left[\frac{\alpha}{4\pi S_W^2} \right]^2 \frac{1}{\tau} \left((1+\tau) \ln \frac{1}{\tau} - 2(1-\tau) \right) \quad (4.5)$$

4.2 Application aux collisionneurs e^+e^-

Pour les collisionneurs e^+e^- du futur dont fait partie l'ILC, les luminosités respectives des bosons vecteurs Z et W en fonction de la fraction d'impulsion qui leur est communiquée, sont représentées en figure 4.1¹. Ainsi pour une énergie $\sqrt{s_{ee}}$ dans le système du centre de

¹On prendra $T_{e^-}^{(3)} = -T_{e^+}^{(3)} = -1/2$ et $Q_{e^-} = -Q_{e^+} = -1$

masse de e^+e^- , la section efficace totale de diffusion $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ à travers $W_L^-W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ est donnée par :

$$\hat{\sigma}_{(e^+e^- \xrightarrow{W_L W_L} t\bar{t})}(s_{ee}) = \int_{\tau_{min}}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}}{d\tau} \Big|_{e^+e^-/W_L W_L}(\tau) \tilde{\sigma}_{W_L W_L \rightarrow t\bar{t}}(s_{WW} = \tau s_{ee}), \quad \tau_{min} = \frac{4M_{top}^2}{s_{ee}} \quad (4.6)$$

Pour le cas de la diffusion $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ à travers $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$, une formule similaire peut être dérivée.

Pour une valeur donnée $\sqrt{s_{ee}}$ de l'énergie dans le centre de masse du système e^+e^- , on évalue, à la manière décrite au chapitre 2, la section efficace totale $\tilde{\sigma}$ du processus fils $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ en tous les points de quadrature correspondant à des énergies $\sqrt{s_{VV}}$ variant de $m_{t\bar{t}} = 400 GeV$ jusqu'à $\sqrt{s_{ee}}$, tout en imposant la coupure $P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 GeV$. Ces derniers points de quadrature sont alors pondérés avec les valeurs respectives de la luminosité avant d'effectuer la somme pour obtenir la section efficace totale intégrée à valeur $\sqrt{s_{ee}}$ donnée. À l'ordre de la boucle, on vérifie bien que la section efficace totale intégrée $\hat{\sigma}$ ainsi évaluée, est bien invariante de jauge, $\mathcal{UV}$ et $\mathcal{IR}$ invariante et aussi stable relativement aux énergies de coupure des photons et des gluons réels.

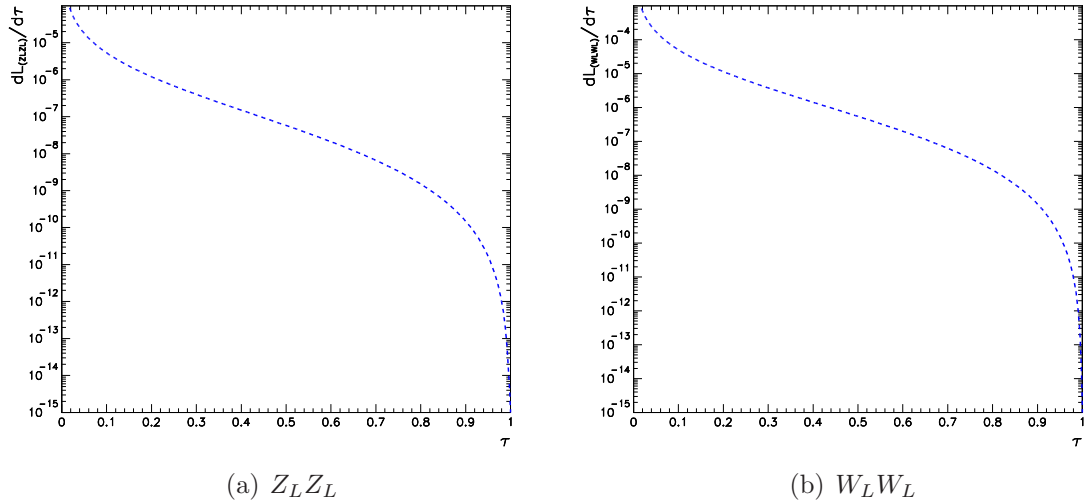


Figure 4.1: Luminosité des bosons vecteurs massifs dans un collisionneurs e^+e^- , en fonction du carré de la fraction d'énergie transférée pour (a) $Z_L Z_L$ et (b) $W_L W_L$.

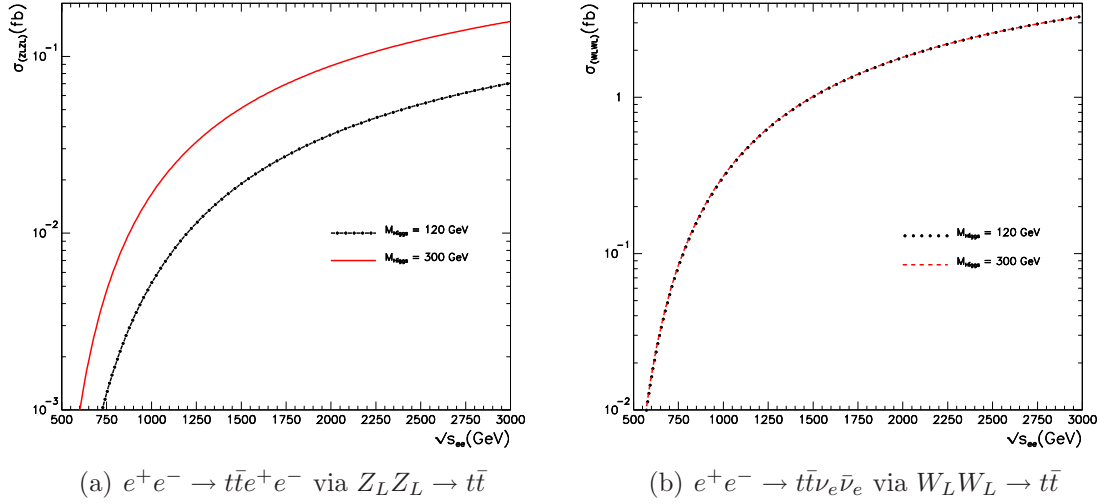


Figure 4.2: Section efficace totale intégrée de Born pour (a) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ via $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et (b) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$

Pour les valeurs de la masse du Higgs $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et $M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$, la figure 4.2 présente nos résultats pour la dépendance en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$ (variant ici de 0.5 TeV à 3 TeV) de la section efficace totale intégrée de Born, des processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ via $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$.

Par ailleurs, la figure 4.3 présente, pour les mêmes valeurs de la masse du Higgs, à savoir $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et $M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$, la dépendance des corrections à l'ordre de la boucle électrofaible(EW), QCD, EW+QCD, purement électrofaible (PEW) et purement électrofaible exprimée dans le schéma G_μ (pew) en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$ (variant de 0.5 TeV à 3 TeV). Pour mieux apprécier les différentes variations relativement à la section efficace de Born, ces dépendances sont exprimées en terme du taux relatif K_{VV} définie par :²

$$K_{VV} = (\hat{\sigma}_{VV}^{NLO})/\hat{\sigma}_{VV}^{LO} \equiv 1 + \delta^{NLO}. \quad (4.7)$$

Dans la figure 4.4, on trouve pour les valeurs $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ et $M_{Higgs} = 300 \text{ GeV}$ et pour le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$, la dépendance en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$, du taux anomal des corrections intégrées K_{WW} pour $a_1 = a_2 = 0.03$. Pour des raisons de comparaison on y trouve aussi les taux K_{WW} pour les corrections EW, QCD et EW+QCD à une boucle dans le cadre du $\overline{\text{MS}}$.

²Notant ici la similitude dans la définition entre ce taux K_{VV} et le taux anomal K_{VV}^a .

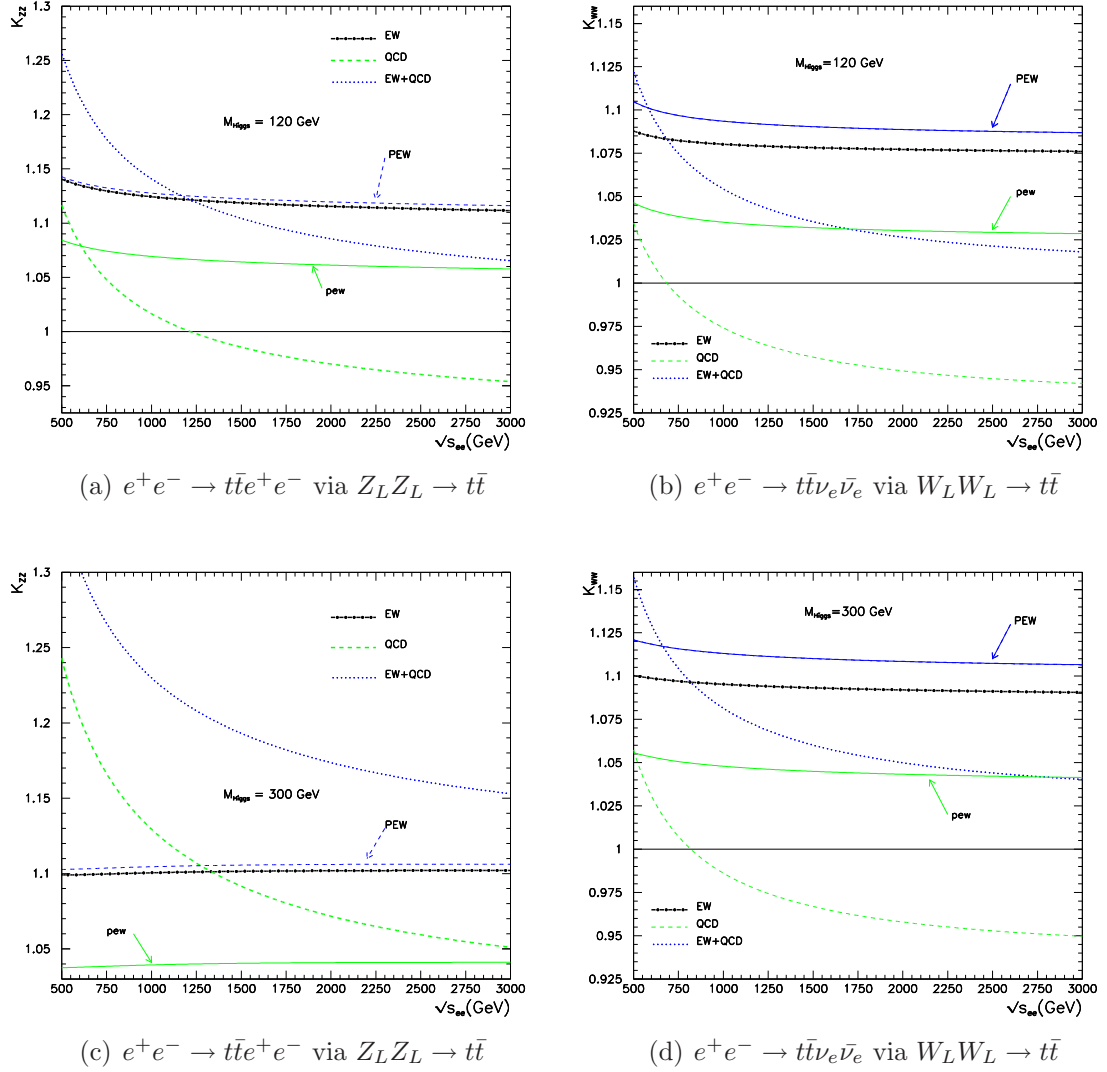


Figure 4.3: Facteurs K_{VV} représentant les corrections à une boucle aux processus : (a,c) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}e^+e^-$ via $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et (b,d) $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$. (a,b) sont pour $M_{Higgs} = 120\text{GeV}$ et (c,d) pour $M_{Higgs} = 300\text{GeV}$.

4.2.1 Discussion des résultats

- Dans le processus complet de diffusion $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ (e^+e^-) (voir appendice C pour les diagrammes à l'arbre), en plus du canal $t\bar{t}Z$ (Z peut se désintégrer en $\nu_e\bar{\nu}_e$ (e^+e^-)) qui constitue un sous ensemble invariant de jauge à part, interviennent dans le même autre sous ensemble invariant de jauge les diagrammes de fusion des bosons vecteurs $VV \rightarrow t\bar{t}$ et les diagrammes de bremsstrahlung [94] (voir figure 4.5). Mais comme démontré par Lafage [94] (chose qu'on a vérifié en utilisant CompHep), les diagrammes via la fusion de bosons vecteurs sont les plus dominants. Par suite, ce canal de fusion est susceptible de se révéler au sein de

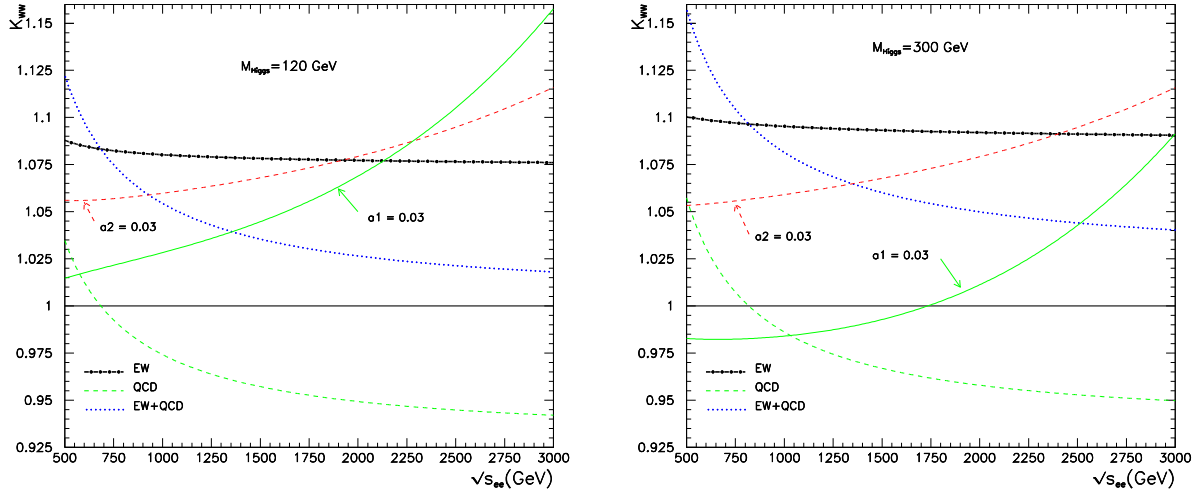


Figure 4.4: K_{WW} avec les coefficients anomaux $a_1 = a_2 = 0.03$ pour $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$ via $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$ comparé aux facteurs K_{WW} à l'ordre de la boucle.

l'ILC.

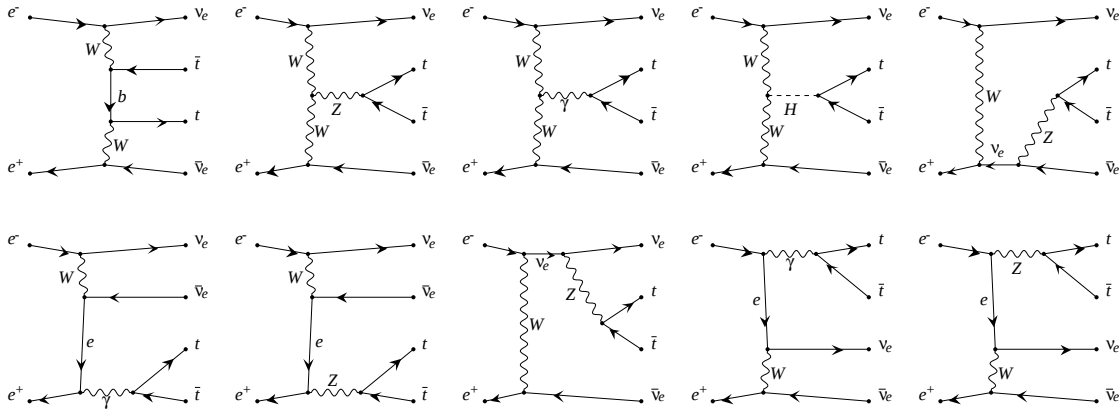


Figure 4.5: Diagrammes de fusion et diagrammes de bremsstrahlung pour le processus $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$

- Après l'opération de convolution via les fonctions de structure, la section efficace de $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ à travers la fusion de bosons vecteurs se trouve réduite de manière notable relativement à celle du processus fils $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ (voir figure 4.2 et comparée avec 2.3). Ceci implique que probablement, le résultat de cette section efficace intégrée ne peut être exploité qu'au niveau de la seconde génération des collisionneurs leptoniques linéaires d'énergie excédant 1 TeV .

- La petite dépendance en fonction de la masse du Higgs de la section efficace totale du processus $W_L W_L \rightarrow t\bar{t}$ disparaît à l'échelle de e^+e^- . Par contre pour le canal $Z_L Z_L$ cette dépendance persiste. Néanmoins cette dernière est défavorisée d'un ordre de grandeur par

rapport au canal WW , du fait de la petitesse du couplage du Z à l'électron relativement au couplage du W à l'électron.

- Notant aussi que dans [73] une étude comparative de l'ABVE et du calcul exact à l'arbre via le code CompHep [87], a montré que l'ABVE est mieux adaptée pour l'utilisation dans le cas des hautes énergies $\sqrt{s_{ee}} \geq 1.5\text{TeV}$. Par ailleurs, nos calculs montrent que les modes LT sont aussi d'une importance pas toujours négligeable (voir figure 2.2) et par suite mériterait une considération spéciale. On adoptera tout de même (malgré une petite gêne) pour l'utilisation de l'ABVE de manière à pouvoir comparer nos résultats sur QCD avec ceux de [71].

- La figure 4.3 montre entre autres la dépendance des corrections QCD en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$. Pour $\sqrt{s_{ee}} = 500\text{GeV}$, ces corrections QCD pour ZZ sont de 10% lorsque $M_{Higgs} = 120\text{GeV}$ et d'une importance double lorsque $M_{Higgs} = 300\text{GeV}$. Elles décroissent rapidement au fur et à mesure que l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$ augmente, pour enfin rejoindre l'ordre de grandeur que celles correspondant à WW . Par ailleurs, pour $M_{Higgs} = 120\text{GeV}$, ces corrections QCD virent vers des valeurs négatives de l'ordre de -5% à $\sqrt{s_{ee}} = 3\text{TeV}$. Cette structure de la section efficace à l'échelle de e^+e^- n'est pas étrange mais reflète celle qu'on a rencontré à l'échelle VV . Enfin, il est ici aussi important de noter que notre résultat pour $M_{Higgs} = 120\text{GeV}$ est en accord avec celui de [71].

- Les corrections EW, PEW et pew à l'échelle de e^+e^- sont par ailleurs presque constantes lorsque l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$ varie de 500GeV à 3TeV . Ce comportement à l'échelle de e^+e^- reflète celui qu'on a trouvé à l'échelle de VV . Ces corrections "EW" à l'échelle de e^+e^- sont de l'ordre de 10% et deviennent de l'ordre de 4% dans le schéma G_μ . Donc à hautes énergies où l'ABVE est bien établie, les corrections pew compensent bien les corrections QCD dans tous les cas sauf pour le canal ZZ avec $M_{Higgs} = 300\text{GeV}$ où les deux corrections ont la même grandeur et le même signe, et par suite elles se renforcent.

- Les contributions anormales présentées dans la figure 4.4 avec les valeurs particulières $a_1 = a_2 = 0.03$ pour illustration, montrent que ces corrections sont croissantes en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{ee}}$. Ce comportement est clairement différent de celui des corrections radiatives du $\mathcal{MS}$ présentées sur la même figure. Cette différence de comportement plaide en faveur d'un moyen utilisable pour déceler la nouvelle physique via l'étude du comportement de

la section efficace totale ; évidemment si cette nouvelle physique veut bien se révéler à une échelle inférieure à notre énergie de coupure Λ .

- Par ailleurs, dans la figure 4.4, pour les points d'intersections des courbes anormales avec les courbes du $\mathcal{MS}$, les valeurs numériques des sections efficaces totales correspondantes coïncident. Dans ces cas, une étude des distributions s'avère nécessaire pour pouvoir déceler l'existence d'une nouvelle physique.

- A l'issue de cette discussion, il devient évident que les corrections électrofaibles et QCD pour les processus de fusion de bosons vecteurs en paires de quarks top, ont le même degré d'importance, et appartiennent au même domaine du pour cent et par suite doivent être prises en considération, conjointement dans toute comparaison des résultats établis via le $\mathcal{MS}$ avec les résultats expérimentaux correspondant qui ne cessent de s'améliorer en terme de précision. Si une telle comparaison révèle des déviations par rapport au $\mathcal{MS}$ et que ces déviations ne saurait être absorber dans un calcul d'erreur ; alors cela sera la manifestation directe d'une nouvelle physique au delà du $\mathcal{MS}$ et on pourra alors cerner quantitativement les couplages anomaux effectifs entre le quark top et les bosons vecteurs.

4.3 Application aux collisionneurs pp

On s'intéresse à présent, à l'étude des processus $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ dans la cadre de la collision proton-proton du LHC avec une énergie nominale de 14 TeV dans le centre de masse du système des protons incidents. On a donc une convolution supplémentaire par rapport au cas de l'ILC. Les bosons vecteurs sont d'abord convolués dans les quarks et/ou les antiquarks³ pour ensuite être convolués dans les protons.

La probabilité de trouver un parton q_i dans un proton p s'exprime en terme des fonctions de structures $f_{p/q_i}(x_{q_i})$ où x_{q_i} est la fraction du quadri-moment du proton transférée au parton. Ces fonctions de structures sont déduites à partir des expériences de collisions des hadrons puis tabulées et mises à jour régulièrement. Pour nos calculs, on utilise les fonctions de structures tabulées par la collaboration CTEQ [96, 97, 98, 99, 100] ainsi que les sous-routines d'interpolations développées par cette même collaboration. La fonction de structure du quark top est négligeable et par suite on l'ignore.

³Les gluons n'interviennent pas du fait qu'ils ne se couplent pas aux bosons vecteurs

Notant s_{pp} , $\hat{s}_{qq}$ et $\tilde{s}_{VV}$ respectivement, les carrés des énergies dans le centre de masse des systèmes pp , qq et VV . Notant aussi σ , $\hat{\sigma}$ et $\tilde{\sigma}$ respectivement, les sections efficaces à l'échelle de pp , qq et VV . La section efficace σ de production de paire $t\bar{t}$ à travers la fusion de bosons vecteurs massifs $V_L V_L$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \sigma_{(pp \rightarrow V_L V_L + \dots \rightarrow t\bar{t} + \dots)}(s_{pp}) &= \frac{1}{9} \sum_{q_i, q_j} \int dx_{q_i} dx_{q_j} \left[f_{p(1)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(2)/q_j}(x_{q_j}) \right. \\ &\quad \left. + [f_{p(2)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(1)/q_j}(x_{q_j})] (1 - \delta_{q_i, q_j}) \right] \\ &\quad \times \hat{\sigma}_{q_i q_j \rightarrow V_L V_L + \dots \rightarrow t\bar{t} + \dots}(\hat{s}_{qq} = \tau s_{pp}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

où le signe somme sous-entend aussi la somme sur les degrés de liberté de couleurs, q_i représente les quarks (antiquarks) u, d, s, c, b ($\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{c}, \bar{b}$). x_{q_i} varie de $x_{q_i}^{min}$ correspondant à l'ouverture du canal $t\bar{t}$ jusqu'à 1 (correspondant au transfert complet de toute l'énergie du proton au parton q_i)⁴. $s_{pp} = x_{q_i} x_{q_j} \hat{s}_{qq} \equiv \hat{\tau} \hat{s}_{qq}$ avec $\hat{\tau}$ qui varie de $\hat{\tau}_{min} = x_{q_i}^{min} x_{q_j}^{min} = \frac{4m_t^2}{s_{pp}}$ (carré de la fraction d'énergie nécessaire pour ouvrir le canal $t\bar{t}$) jusqu'à 1.

En passant des variables (x_{q_i}, x_{q_j}) aux variables $(\hat{\tau}, x_{q_i})$ ⁵, l'expression de la section efficace hadronique totale σ devient :

$$\begin{aligned} \sigma_{(pp \rightarrow V_L V_L + \dots \rightarrow t\bar{t} + \dots)}(s_{pp}) &= \frac{1}{9} \sum_{q_i, q_j} \int_{\hat{\tau}_{min}}^1 d\hat{\tau} \int_{\hat{\tau}}^1 \frac{dx_{q_i}}{x_{q_i}} \left[f_{p(1)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(2)/q_j}\left(\frac{\hat{\tau}}{x_{q_i}}\right) \right. \\ &\quad \left. + [f_{p(2)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(1)/q_j}\left(\frac{\hat{\tau}}{x_{q_i}}\right)] (1 - \delta_{q_i, q_j}) \right] \\ &\quad \times \hat{\sigma}_{(q_i q_j \rightarrow V_L V_L + \dots \rightarrow t\bar{t} + \dots)}(\hat{s}_{qq} = \hat{\tau} s_{pp}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

On peut alors écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\hat{\tau}}(\hat{\tau}) = \sum_{q_i, q_j} \frac{d\mathcal{L}_{q_i, q_j}}{d\hat{\tau}}(\hat{\tau}) \hat{\sigma}_{q_i q_j}(\hat{s}_{qq} = \hat{\tau} s_{pp}) \quad (4.10)$$

⁴on néglige ici la masse des quarks u, d, c, s et b

⁵le Jacobien s'écrit $1/x_{q_i}$.

avec la luminosité des quarks dans le proton :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{L}_{q_i, q_j}}{d\hat{\tau}}(\hat{\tau}) = \frac{1}{9} \int_{\hat{\tau}}^1 \frac{dx_{q_i}}{x_{q_i}} & \left[f_{p(1)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(2)/q_j}\left(\frac{\hat{\tau}}{x_{q_i}}\right) \right. \\ & \left. + [f_{p(1)/q_i}(x_{q_i}) f_{p(2)/q_j}\left(\frac{\hat{\tau}}{x_{q_i}}\right)] (1 - \delta_{q_i, q_j}) \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Et on obtient ainsi une expression plus compacte de la section efficace totale hadronique sous la forme :

$$\sigma_{pp}(s_{pp}) = \sum_{q_i, q_j} \int_{\hat{\tau}_{min}}^1 d\hat{\tau} \frac{d\mathcal{L}_{q_i, q_j}}{d\hat{\tau}}(\hat{\tau}) \hat{\sigma}_{q_i q_j}(\hat{s}_{q_i q_j} = \hat{\tau} s_{pp}) \quad (4.12)$$

Et comme on s'intéresse aux processus fils $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ et $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$, et que l'on a choisi de travailler avec une matrice CKM égale à l'unité, nos paires de quarks se combinent comme suit ⁶ :

un W^+ provenant d'un quark q_i : fusionne avec un W^- provenant d'un quark q_j :	
u	d, s, b, $\bar{u}$, $\bar{c}$
c	d, s, b, $\bar{u}$, $\bar{c}$
$\bar{d}$	d, s, b, $\bar{u}$, $\bar{c}$
$\bar{s}$	d, s, b, $\bar{u}$, $\bar{c}$
$\bar{b}$	d, s, b, $\bar{u}$, $\bar{c}$

⁶On rappelle que la fonction de structure du quark top dans le proton est négligeable devant celles des autres quarks

un Z provenant d'un quark q_i : fusionne avec un Z provenant d'un quark q_j :

u	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
d	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
s	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
c	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
b	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
$\bar{u}$	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
$\bar{d}$	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
$\bar{s}$	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
$\bar{c}$	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$
$\bar{b}$	u, d, s, c, b, $\bar{u}$, $\bar{d}$, $\bar{s}$, $\bar{c}$, $\bar{b}$

4.3.1 Procédure du calcul numérique

Pour une énergie donnée $\sqrt{s_{pp}}$ du système pp , la fraction d'énergie $\hat{\tau}$ transférée aux quarks, varie de $\sqrt{\frac{4m_t^2}{s_{pp}}}$ à 1. Et pour une énergie $\sqrt{s_{qq}} = \sqrt{\hat{\tau}s_{pp}}$ du système qq , la fraction d'énergie τ transférée aux bosons vecteurs varie de $\sqrt{\frac{4m_t^2}{s_{qq}}}$ à 1. Pour calculer $\sigma_{pp}(s_{pp})$, on procède donc comme il suit :

- Pour une énergie $\sqrt{s_{VV}}$ du système de bosons vecteurs, on calcule d'abord la section efficace totale complète $\tilde{\sigma}_{VV}$ (EW,QCD PEW) du processus fils $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ à la manière décrite dans le chapitre deux. Comme précédemment on utilise les coupures $P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}$ et $m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$ (i.e $\hat{\tau}_{min} = m_{t\bar{t},min}/s_{pp}$ et $\tau_{min} = m_{t\bar{t},min}/s_{qq}$).

- Pour chaque valeur de l'énergie $\sqrt{s_{VV}}$ variant de $\sqrt{m_{t\bar{t}}}$ à $\sqrt{s_{qq}}$, on calcule à l'aide de l'ABVE décrite dans la section précédente, la luminosité $\frac{d\mathcal{L}_{V_L, V_L}}{d\tau}(\tau)$ des bosons vecteurs dans les quarks. Il est important ici, lors de l'application de l'ABVE aux bosons Z , de faire attention au fait que les fonctions de structure effectives correspondantes dépendent de la charge Q_f et de la composante de l'isospin $T_f^{(3)}$. Il y a par suite trois classes (UU,UD,DD) de combinaison des fonctions $f_{fermion/Z_L}$. Pour les W la luminosité est par contre indépendante de la charge et de la composante de l'isospin des quarks qui donnent naissance aux W .

- La section efficace totale $\hat{\sigma}_{qq}$ observe alors la formule :

$$\hat{\sigma}_{qq}(s_{qq}) = (1 + \delta_{V,Z}) \int_{\tau_{min}}^1 d\tau \frac{d\mathcal{L}_{V_L, V_L}}{d\tau}(\tau) \tilde{\sigma}_{V_L V_L}(\tilde{s}_{VV} = \tau \hat{s}_{qq}) \quad (4.13)$$

- On applique alors le schéma de la formule : (4.12), pour enfin obtenir σ_{pp} .

4.3.2 Résultats et discussion

Pour $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$ la figure 4.6 donne la dépendance en fonction de l'énergie $\sqrt{s_{pp}}$, respectivement des sections efficaces intégrées de Born, et corrigées EW, QCD et PEW à l'échelle de pp, via les sous processus $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$. Les taux correspondants des corrections radiatives sont présentés en figure 4.7.

Pour les W la structure des corrections est similaire à celle du cas e^+e^- , par contre pour les Z , on remarque que la structure des corrections QCD est complètement perturbée par la convolution à travers les quarks qui font intervenir trois classes de luminosités effectives.

Par ailleurs les valeurs très basses des sections efficaces totales de ces processus relativement à ceux pour le cas de la production de paire de quarks via la fusion de gluons qui sont largement majoritaire dans le LHC [101] font que l'étude de ces processus ne peut être exploitée dans le cadre du LHC [102].

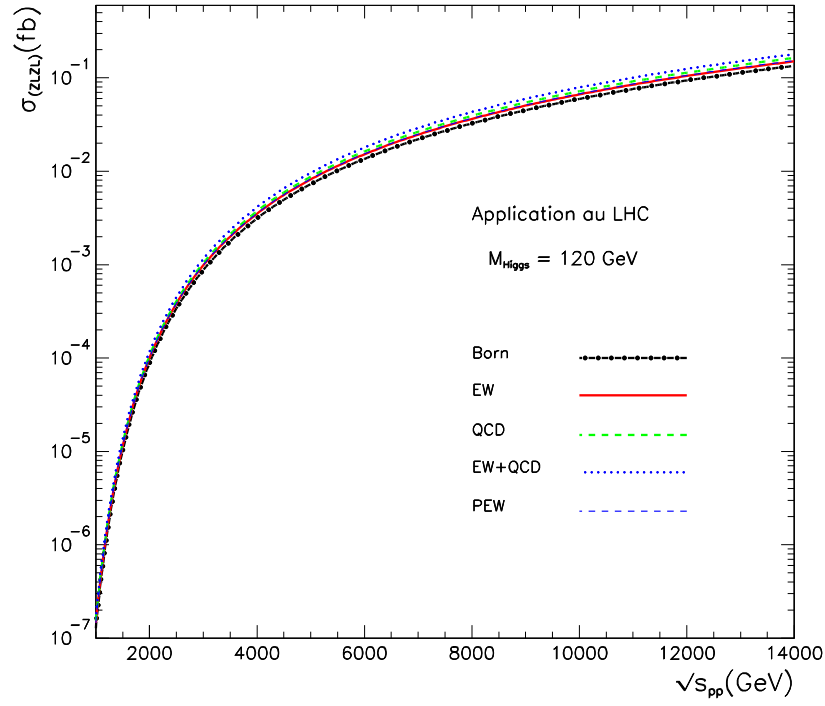
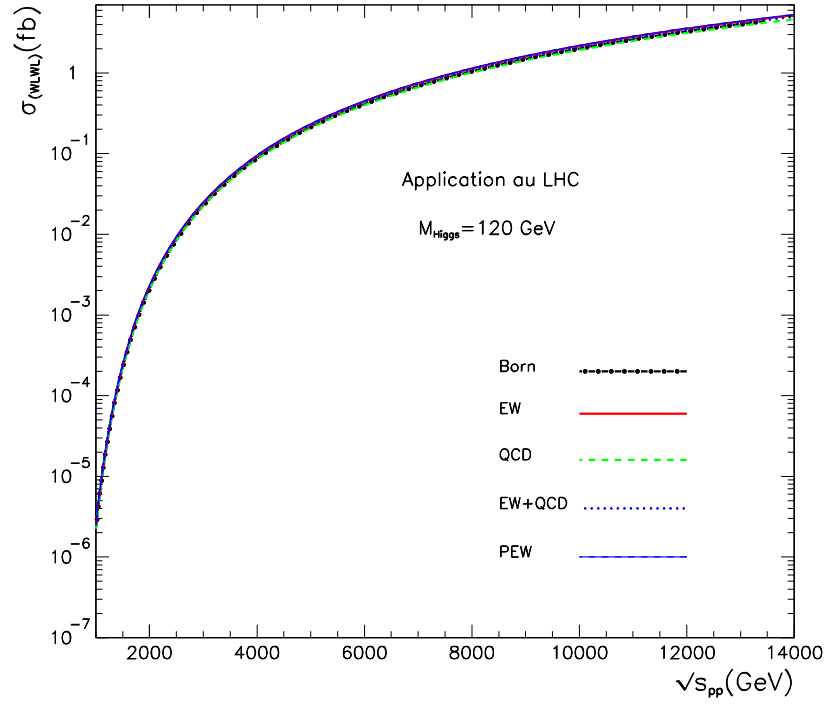
(a) $Z_L Z_L$ (b) $W_L^- W_L^+$

Figure 4.6: Section efficace totale de Born et corrigées EW, QCD, EW+QCD et PEW pour la création de paires de quarks top via les processus a) $Z_L Z_L \rightarrow t\bar{t}$ et b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t\bar{t}$ lors de la collision de deux protons. $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$, $P_T^{t,\bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}$, $m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$.

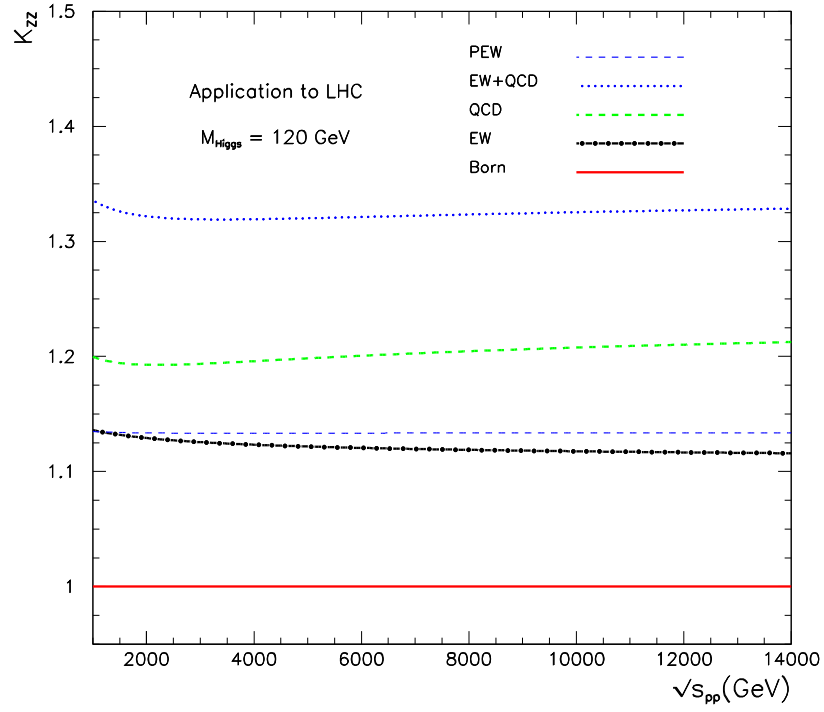
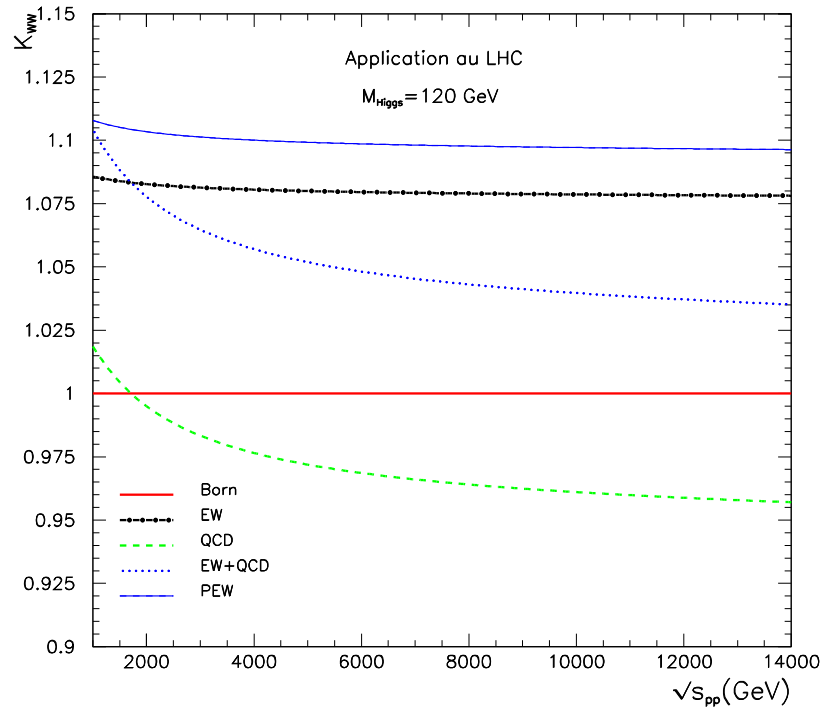
(a) $Z_L Z_L$ (b) $W_L^- W_L^+$

Figure 4.7: Facteurs K représentant les corrections à une boucle pour les processus $pp \rightarrow X t \bar{t}$ via
 a) $Z_L Z_L \rightarrow t \bar{t}$ b) $W_L^- W_L^+ \rightarrow t \bar{t}$. $M_{Higgs} = 120 \text{ GeV}$, $P_T^{t, \bar{t}} \geq 10 \text{ GeV}$, $m_{t\bar{t}} \geq 400 \text{ GeV}$.

CHAPITRE 5

MODÈLE DISPERSIF POUR L'AMPLITUDE DU PROCESSUS $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$

Dans les chapitres précédents, on a concentré notre attention sur l'étude de la situation la plus favorisée par les données des expériences de précisions électrofaibles, à savoir la situation d'un Higgs léger développant des couplages faibles et par suite s'adaptant aux calculs perturbatifs. Toutefois il existe une autre éventualité, le Higgs peut être lourd et peut par suite développer à l'échelle du TeV, des couplages forts avec lui même et avec les modes longitudinaux des bosons vecteurs W et Z qui à hautes énergies se rappellent de leur identité en tant que Goldstones fournissant ainsi l'essence au théorème d'équivalence.

En fait, pour un Higgs lourd ($M_{Higgs} \sim TeV$) Lee-Quigg-Tacker [103] ont montré via un calcul perturbatif que l'interaction faible du $\mathcal{MS}$ développe un comportement en force forte pour des énergies supérieures à la masse du Higgs et par suite l'unitarité est violée dans ce domaine. Par ailleurs, Veltman [104] a aussi présenté d'autres arguments basés sur l'universalité, en faveur d'un changement du comportement de la force de l'interaction faible du $\mathcal{MS}$ pour de grandes valeurs de la masse de Higgs et à des énergies élevées ($M_{Higgs} \equiv M_H, \sqrt{s} \gg M_W$).

Du point de vue expérimental, la situation n'est pas encore tranchée de manière définitive, malgré la tendance des données des tests de précisions électrofaibles à favoriser le Higgs léger [105]. Cette indécision règne du fait que, l'identité de la nouvelle physique agissant au niveau des corrections radiatives utilisées dans le calcul de précision, n'est pas encore dévoilée. Donc, seule une investigation expérimentale directe et précise de la diffusion des bosons vecteurs W et Z à l'échelle du TeV et qui vient de commencer avec le démarrage du LHC le 10 septembre dernier, pourra déterminer l'intensité des couplages et l'échelle de masse des quanta intervenants dans la brisure de symétrie [106, 107, 108, 72]. Et pour répondre à la question, si l'intensité de la force d'interaction faible est faible ou forte à l'échelle du TeV,

le LHC cherchera la signature du signal de diffusion WW . Un haut signal voudra dire que l'interaction est forte et un bas signal tranchera pour une interaction faible.

Par ailleurs, que le Higgs s'avère au LHC, léger ou lourd ou bien toujours fuyant, le LHC est capable de répondre à la question importante sur l'identité forte ou faible de l'interaction électrofaible dans le domaine du TeV [109]. Notant toutefois que, même si le LHC trouve un Higgs léger, l'interaction faible peut développer un comportement en force forte à l'échelle du TeV du fait que le rétablissement de l'unitarité apportée par ce Higgs léger peut être partielle et un autre Higgs lourd ou une autre dynamique d'interaction forte seront toujours recherchés [110]. L'étude de la diffusion WW dans le domaine du TeV s'avère donc importante, tant sur le plan expérimental que théorique.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à voir, à travers le processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$, certaines manifestations possibles de ce comportement en force forte de l'interaction faible. On cherche alors si notre processus présente des résonances dans le domaine du TeV. On cherche aussi s'il existe une résonance self-consistante (bootstrap) qui peut être assimilée au Higgs lui même. Et comme les résonances sont des comportements non-perturbatifs définies avec un moment angulaire défini et une parité déterminée, il est possible que leur position et leur nature émergent facilement dans le cadre d'une étude des amplitudes des ondes partielles via un traitement non-perturbatif. De plus, comme dans l'approche non-perturbative, les prescriptions de l'unitarité et de l'analyticité de l'amplitude de transition formulées dans le cadre de la représentation de Mandelstam [111, 112] fournissent un cadre approprié pour l'étude des amplitudes des ondes partielles, on opte alors pour la formulation de l'amplitude de notre processus en termes de relations de dispersion d'une manière s'appuyant à une résolution via la méthode N/D de Chew-Mandelstam [16]. Néanmoins cette approche, indépendante du modèle de l'interaction, introduit inévitablement des contraintes et des simplifications qui peuvent compromettre l'obtention de prédictions quantitatives précises. Ainsi notre but, dans ce chapitre, est plutôt modeste. Il consiste à contribuer à éclaircir certains des effets que peut manifester un Higgs lourd. Et pour concrétiser notre action on procède par, la construction d'un modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ [8]¹, à

¹Ce chapitre donne une actualisation de l'article [8] via : Premièrement, l'introduction de corrections appropriées entre autres dans les formules de construction du modèle. Deuxièmement, l'utilisation d'une procédure différente pour mener le calcul numérique. Troisièmement, l'exposition de nouveaux résultats numériques. Finalement, une estimation de la masse du Higgs lourd ainsi que d'une nouvelle limite pour la

la manière initiée par Contogouris dans [113, 114]. La résolution de l'équation intégrale de Fredholm qui s'ensuit de l'application de la méthode N/D à notre modèle de l'amplitude, nous permet de calculer l'amplitude dispersive partielle S et de montrer qu'elle préserve bien l'unitarité en plus du fait qu'elle manifeste un état de résonance en accord avec un comportement en force forte de l'interaction faible dans le domaine du TeV. La dépendance de cette résonance en fonction de l'énergie dans le centre de masse du système et de la masse du Higgs nous permet de trouver une solution self-consistante qu'on interprète comme étant le Higgs lui même. On déduit aussi une nouvelle limite pour la validité du calcul perturbatif.

5.1 Construction de modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$

L'application du formalisme des relations de dispersion aux processus de diffusion est largement simplifiée lorsqu'on a à faire avec des interactions entre particules scalaires. Hors pour notre cas d'intérêt, on s'intéresse plutôt à la diffusion de particules vectorielles : $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$. Heureusement dans le domaine des hautes énergies, dans lequel on se positionne, le théorème d'équivalence nous permet de faire la transition entre les modes longitudinaux des bosons vecteurs $W_L^\pm$ et les Goldstones scalaires correspondants $\chi^\pm$.

5.1.1 Le théorème d'équivalence

En fait, d'après le théorème d'équivalence établi par Lee-Quigg-Tacker [27, 28] : Pour des énergies de collisions ($\sqrt{s} \gg M_W, M_Z$) et dans la jauge de 't Hooft-Feynman ($\xi = 1$), l'amplitude de transition $T(W_L^+, W_L^-, Z_L, H)$ de diffusion des modes longitudinaux des bosons vecteurs et du Higgs est reliée à l'amplitude correspondante $T(\chi^+, \chi^-, \chi_3, H)$ de diffusion de particles Goldstones ($\chi^+, \chi^-, \chi_3, H$) par :

$$T(W_L^+, W_L^-, Z_L, H) = T(\chi^+, \chi^-, \chi_3, H) + \mathcal{O}\left(\frac{M_W}{\sqrt{s}}\right) \quad (5.1)$$

Donc puisqu'on s'intéresse au domaine des hautes énergies et à des valeurs élevées pour la masse du Higgs ($\sqrt{s}, M_H \gg M_W$), le problème de la diffusion $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ se ramène

validité du calcul perturbatif.

à l'étude de la diffusion des Goldstones correspondants $\chi^+(q_1)\chi^-(q_2) \rightarrow \chi^+(q_3)\chi^-(q_4)$; qu'on se propose alors d'étudier dans le cadre du formalisme non-perturbatif des relations de dispersion. Ainsi, pour construire l'amplitude dispersive pour ce processus, on aura besoin tout d'abord de connaître la structure de l'amplitude perturbative de ce même processus.

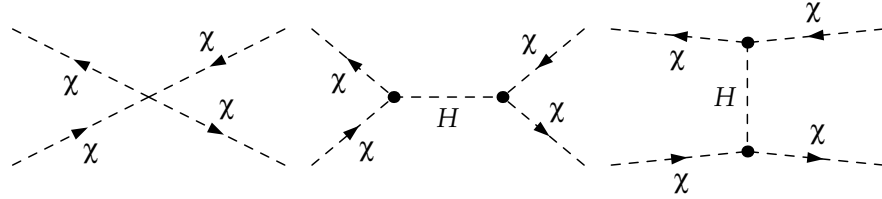


Figure 5.1: Quelques diagrammes de Feynman pour le processus $\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-$

Pour notre processus $\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-$ (voir figure 5.1 pour les diagrammes de Feynman correspondants), l'amplitude perturbative de transition invariante de Lorentz évaluée à l'arbre, prend la forme [27] :

$$A^{pert.}(s, t) = \lambda \left(-\frac{2}{M_H^2} + \frac{1}{M_H^2 - s} + \frac{1}{M_H^2 - t} \right), \quad \text{avec} \quad \lambda = \frac{\sqrt{2}G_\mu M_H^4}{8\pi} \quad (5.2)$$

où s et t sont les variables de Mandelstam :

$$s = 4(\nu + M_W^2), \quad t = -2\nu(1 - \cos \theta)$$

avec $\nu = |\vec{q}|^2$ et $\vec{q}$ étant l'impulsion du Goldstone χ^+ . θ est l'angle de diffusion dans le système du centre de masse.

5.1.2 Construction du modèle dispersif et méthode N/D

À basses énergies, la théorie perturbative standard ($\mathcal{MS}$) décrit bien le monde physique. On s'inspire donc de l'expression de l'amplitude perturbative $A^{pert.}(s, t)$ du processus $\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-$, pour construire notre amplitude dispersive correspondante dans le domaine non-perturbatif.

Considérant alors le développement en ondes partielles de l'amplitude perturbative à l'arbre $A^{pert.}(s, t)$:

$$A^{pert.}(s, t) = \sum_l (2l + 1) a_l^{pert.}(\nu) P_l(\cos \theta) \quad (5.3)$$

où les projections en ondes partielles s'écrivent :

$$a_l^{pert.}(\nu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) A^{pert.}(\nu, \cos \theta) P_l(\cos \theta) \quad (5.4)$$

Alors en utilisant l'orthogonalité des polynômes de Legendre ($\int_{-1}^1 dz P_l(z) P_{l'}(z) = \frac{2\delta_{ll'}}{2l+1}$) et la relation ² :

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \frac{P_l(\cos \theta)}{\xi - \cos \theta} = Q_l(\xi) \quad (5.5)$$

L'onde partielle $a_l^{pert.}(\nu)$ s'exprime par :

$$\begin{cases} a_l^{pert.}(\nu) = \lambda \left(-\frac{2}{M_H^2} + \frac{1}{M_H^2 - s} \right) \delta_{l0} + B_l(\nu) \\ B_l(\nu) = \frac{\lambda}{2\nu} Q_l \left(1 + \frac{M_H^2}{2\nu} \right) \end{cases} \quad (5.6)$$

On remarque alors que les fonctions de Legendre $Q_l(\xi)$ ont une coupure dans l'intervalle réel $-1 \leq \xi \leq 1$, ce qui se ramène dans notre cas à une coupure en fonction de ν dans l'intervalle $-\infty < \nu \leq -\frac{M_H^2}{4}$. Dans cet intervalle, la discontinuité de l'amplitude de l'onde partielle est ³ :

$$\Delta a_l^{pert.}(\nu) = a_l^{pert.}(\nu + i\epsilon) - a_l^{pert.}(\nu - i\epsilon) = 2i \mathcal{I}m [a_l^{pert.}(\nu + i\epsilon)] = \frac{\lambda\pi}{4\nu} P_l \left(1 + \frac{M_H^2}{2\nu} \right) \quad (5.7)$$

D'autre part pour l'intervalle physique $\nu \geq 0$, la condition de l'unitarité élastique (voir par exemple [16]) permet d'écrire :

$$\mathcal{I}m [a_l^{pert.}(\nu + i\epsilon)] = \rho(\nu) |a_l^{pert.}(\nu)|^2, \quad \nu \geq 0 \quad (5.8)$$

avec

$$\rho(\nu) = \sqrt{\frac{\nu}{s}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu}{\nu + M_W^2}} \quad (5.9)$$

² P_l et Q_l sont respectivement les polynômes de Legendre de première et de seconde espèces.

³D'après la symétrie de réflexion : $a_l^{pert.}(\nu - i\epsilon) = a_l^{pert.}(\nu + i\epsilon)^*$

En n'incluant comme terme de Born que le canal t (*i.e* $B_l(\nu)$), on peut maintenant construire notre modèle de l'amplitude partielle dispersive sous la forme :

$$a_l^{disper.}(\nu) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu' \frac{\mathcal{I}m \left[a_l^{disper.}(\nu') \right]}{\nu' - \nu - i\epsilon} + B_l(\nu). \quad (5.10)$$

Cette amplitude doit aussi observer la condition d'unitarité 5.8. Alors en choisissant dans le plan complexe de ν , un contour d'intégration circulaire avec un coupure gauche de $-\infty$ à $-M_H^2/4$ et une coupure droite de zéro à $+\infty$ (voir figure 5.2), les conditions d'unitarité et d'analycité de l'amplitude partielle, en plus de l'absorption du terme de Born $B_l(\nu)$ sous l'intégrale [112, 115], nous permettent d'exprimer notre modèle de l'amplitude partielle dispersive sous la forme :

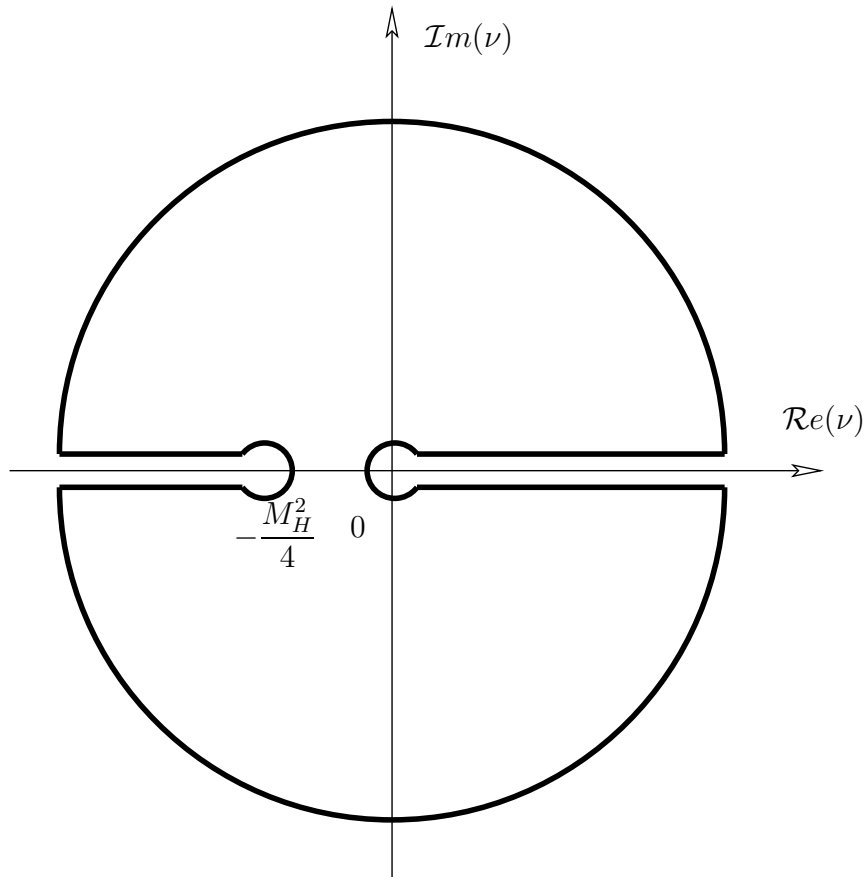


Figure 5.2: Contour d'intégration pour l'amplitude dispersive

$$a_l^{disper.}(\nu) = \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{-M_H^2/4} d\nu' \frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu'})}{\nu'(\nu' - \nu - i\epsilon)} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} d\nu' \frac{\rho(\nu') |a_l^{disper.}(\nu')|^2}{\nu' - \nu - i\epsilon} \quad (5.11)$$

Pour ramener cette équation intégrale compliquée, à une forme que l'on peut résoudre

numériquement, on procède par la méthode N/D établit par Chew-Mandelstam [16]. L'astuce est d'écrire l'amplitude partielle dispersive sous la forme d'un rapport de deux fonctions ; Une fonction $N_l(\nu)$ avec un coupure sur l'axe des réels négatifs et une fonction $D_l(\nu)$ avec un coupure sur l'axe des réels positifs :

$$a_l^{disp.}(\nu) = \frac{N_l(\nu)}{D_l(\nu)}. \quad (5.12)$$

puis on impose séparément l'analytité des fonctions $N_l(\nu)$ et $D_l(\nu)$.

Mais en fait, notre amplitude dispersive s'apprête par construction, à cette démarche de décomposition à la N sur D .

Comme pour $\nu \geq 0$ la fonction $N_l(\nu)$ est réelle et pour $\nu \leq -\frac{M_H^2}{4}$ la fonction $D_l(\nu)$ est aussi réelle, alors en utilisant les équations 5.12, 5.8 et 5.7, on peut facilement extraire les parties imaginaires :

$$\begin{cases} \mathcal{I}m D_l(\nu) = -\frac{N_l(\nu)}{|a_l^{disp.}(\nu)|^2} \mathcal{I}m a_l^{disp.}(\nu) = -\rho(\nu) N_l(\nu), & \nu \geq 0 \\ \mathcal{I}m N_l(\nu) = D_l(\nu) \mathcal{I}m a_l^{disp.}(\nu) = \frac{\lambda \pi}{4} \frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu})}{\nu} D_l(\nu), & \nu \leq -\frac{M_H^2}{4} \end{cases} \quad (5.13)$$

Et comme $(\frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu})}{\nu} \rightarrow 0)$ lorsque $(\nu \rightarrow +\infty)$, ceci nous suggère d'utiliser une représentation sans-soustraction pour décrire $N_l(\nu)$. Par ailleurs, pour $D_l(\nu)$ on utilise, comme de coutume, une représentation avec une soustraction au point $\nu_0 = 0$ et avec la condition de normalisation : $D_l(\nu = \nu_0 = 0) = 1$, soit :

$$\begin{cases} N_l(\nu) = \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{-M_H^2/4} d\nu' \frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu'}) D_l(\nu')}{\nu'(\nu' - \nu - i\epsilon)} \\ D_l(\nu) = 1 - \frac{\nu}{\pi} \int_0^{+\infty} d\nu' \frac{\rho(\nu') N_l(\nu')}{\nu'(\nu' - \nu - i\epsilon)} \end{cases} \quad (5.14)$$

En introduisant alors l'expression de $D_l(\nu)$ dans celle de $N_l(\nu)$, on peut facilement ramener

notre équation intégrale à la forme suivante :

$$g_l(\nu) = \beta_l(\nu) + \int_0^\infty d\nu' g_l(\nu') K_l(\nu, \nu') \quad (5.15)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_l(\nu) = \left[\frac{\rho(\nu)}{\nu} \right]^{1/2} N_l(\nu) \\ \beta_l(\nu) = \frac{\lambda}{4} \left[\frac{\rho(\nu)}{\nu} \right]^{1/2} \int_{-\infty}^{-M_H^2/4} d\nu' \frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu'})}{\nu'(\nu' - \nu - i\epsilon)} \\ K_l(\nu, \nu') = K_l(\nu', \nu) = \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{\rho(\nu)\rho(\nu')}{\nu\nu'} \right]^{1/2} \int_{-\infty}^{-M_H^2/4} d\nu'' \frac{P_l(1 + \frac{M_H^2}{2\nu''})}{(\nu'' - \nu - i\epsilon)(\nu'' - \nu' + i\epsilon)} \end{array} \right. \quad (5.16)$$

Le noyau $K_l(\nu, \nu')$ ainsi obtenu a une norme fini :

$$||K_l(\nu, \nu')|| \equiv \int_0^\infty \int_0^\infty d\nu d\nu' |K_l(\nu, \nu')|^2 = fini \quad (5.17)$$

Donc l'équation intégrale 5.15 est une équation intégrale de Fredholm de second genre, qu'on peut résoudre par la méthode usuelle de Neumann [116]. Mais vu que via cette méthode le calcul numérique est lourd à mener, et que de plus, on perd de la précision, on préfère plutôt, mener le calcul d'une manière beaucoup plus simple et qui aboutit à des résultats avec une précision meilleure. Ainsi, on opte pour la réduction de notre équation intégrale en un système d'équations linéaires et ceci via le procédure de Nystrom [91].

5.2 Cas de l'onde S et schéma du calcul numérique

Comme, on s'attend à ce que le Higgs se manifeste via le canal s, sous forme d'une résonance scalaire avec une parité positive et puisque ce canal présente la symétrie sphérique, il est plus probable que cette résonance se révèle via l'onde partielle S. Ainsi, on confine notre étude dans le cas de l'onde partielle S ($l = 0$). Pour ce cas, notre équation intégrale de Fred-

holm de seconde espèce, prend la forme suivante ⁴ :

$$g_0(\nu) = \int_0^\infty d\nu' \left[\frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{\rho(\nu)\rho(\nu')}{\nu\nu'} \right)^{1/2} \frac{\ln(4\nu + M_H^2) - \ln(4\nu' + M_H^2)}{\nu - \nu'} \right] g_0(\nu') \\ + \frac{\lambda}{4\nu} \left[\frac{\rho(\nu)}{\nu} \right]^{1/2} \ln \frac{4\nu + M_H^2}{M_H^2} \quad \text{avec} \quad \rho(\nu) = \frac{1}{2} \left[\frac{\nu}{\nu + M_W^2} \right]^{1/2} \quad (5.18)$$

Le terme de Born $B_0(\nu)$ s'écrit ⁵ :

$$B_0(\nu) = \frac{\lambda}{2\nu} Q_0 \left(1 + \frac{M_H^2}{2\nu} \right) = \frac{\lambda}{4\nu} \ln \left(1 + \frac{4\nu}{M_H^2} \right) \\ = \frac{\sqrt{2} G_\mu}{32\pi} \frac{M_H^4}{\nu} \ln \left(1 + \frac{4\nu}{M_H^2} \right) \quad (5.19)$$

Et pour raison de comparaison ultérieure, on écrit aussi le terme globale de Born $S_0(\nu)$:

$$a_0^{pert.}(\nu) \equiv S_0(\nu) = \frac{\sqrt{2} G_\mu M_H^2}{8\pi} \left[-2 + \frac{1}{1 - 4\left(\frac{\nu}{M_H^2} + \frac{M_W^2}{M_H^2}\right)} + \frac{M_H^2}{4\nu} \ln \left(1 + \frac{4\nu}{M_H^2} \right) \right] \quad (5.20)$$

Comme on s'intéresse au domaine dans lequel on fait tendre simultanément l'énergie et la masse du Higgs vers de grandes valeurs en comparaison avec la masse des bosons vecteurs, on trouve qu'il est plus simple d'exprimer nos résultats en fonction du rapport ν/M_H^2 . Ainsi pour une valeur donnée ν/M_H^2 , le domaine des valeurs élevées de la masse du Higgs M_H correspond à de grandes valeurs de l'énergie $\sqrt{s}$. ⁶

Pour ν/M_H^2 donnée, les termes de Born $B_0(M_H)$ et $S_0(M_H)$ croissent paraboliquement en fonction de la masse du Higgs M_H (voir figure 5.5-b). L'unitarité perturbative est ainsi violée par l'onde partielle S perturbative.

Pour trouver l'amplitude de l'onde partielle S dispersive, on adopte la démarche suivante :

1. On résout d'abord l'équation 5.18 pour en tirer $N_0(\nu)$.
2. On tire $\mathcal{I}m D_0(\nu) = -\rho(\nu) N_0(\nu)$

⁴ $P_0(x) = 1$.

⁵ $Q_0(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$

⁶On rappelle que : $s = 4(\nu + M_W^2)$

3. On cherche alors $\mathcal{R}e D_0(\nu)$ via la formule :

$$\mathcal{R}e D_0(\nu) = 1 - \frac{\nu}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty d\nu' \frac{\rho(\nu') N_0(\nu')}{\nu'(\nu' - \nu)}. \quad (5.21)$$

4. On en déduit :

$$|D_0(\nu)| = \sqrt{\mathcal{R}e D_0^2(\nu) + \mathcal{I}m D_0^2(\nu)}.$$

5. Pour enfin obtenir :

$$a_l^{disper.}(\nu) \equiv |F_0(\nu)| = \frac{N_0(\nu)}{|D_0(\nu)|} \quad \text{pour } \nu > 0.$$

6. Les valeurs numériques qu'on a utilisées pour obtenir nos résultats sont :

$$G_\mu = 11.6639 \text{ TeV}^{-2} \text{ et } M_W = 80.45 \text{ GeV}.$$

La masse du Higgs M_H est un paramètre libre.

• **Résolution de l'équation inhomogène de Fredholm de seconde espèce :**

Pour résoudre l'équation intégrale de Fredholm de seconde espèce, on suit de près la procédure de Nystrom telle que décrite dans [91] :

1. Tout d'abord dans l'équation 5.18, on fait la substitution :

$$\nu = \frac{1-x}{1+x} \quad \text{et} \quad \nu' = \frac{1-y}{1+y}, \quad \text{soit} \quad d\nu' = \frac{-2 dy}{(1+y)^2}.$$

Ceci nous permet de faire passer le domaine des variables de $(0 \rightarrow +\infty)$ à $(-1 \rightarrow 1)$

2. On fait alors correspondre aux fonctions $g_0(\nu)$, $\beta_0(\nu)$ et $K_0(\nu, \nu')$ les fonctions $\bar{g}_0(x)$, $\bar{\beta}_0(x)$ et $\bar{K}_0(x, y)$ tel que les égalités numériques suivantes soit vérifiées :

$$\bar{g}_0(x) \doteq g_0(\nu), \quad \bar{\beta}_0(x) \doteq \beta_0(\nu) \quad \text{et} \quad \bar{K}_0(x, y) \doteq K_0(\nu, \nu'). \quad (5.22)$$

3. Par la méthode de quadrature de Gauss, on transforme l'intégrale en série, selon le schéma :

$$\int_{-1}^1 f(y) dy = \sum_{j=1}^N w_j f(y_j)$$

où $\{w_j\}$ représente l'ensemble des poids aux points de quadrature $\{y_j\}$.

4. Notre équation intégrale de Fredholm de seconde espèce prend alors la forme :

$$\bar{g}_0(x) = \bar{\beta}_0(x) + \sigma \sum_{j=1}^N w_j \tilde{K}_0(x, y_j) \bar{g}(y_j), \quad \text{avec} \quad \tilde{K}_0(x, y) = \frac{2}{(1+y)^2} \bar{K}_0(x, y) \quad (5.23)$$

et aux points de quadrature on a :

$$\bar{g}_0(x_i) = \bar{\beta}_0(x_i) + \sigma \sum_{j=1}^N w_j \tilde{K}_0(x_i, y_j) \bar{g}(y_j) \quad (5.24)$$

5. Soit $\mathbf{g}$ le vecteur de dimension N et de composantes $\bar{g}_0(x_i)$, $\mathbf{b}$ le vecteur de dimension N et de composantes $\bar{\beta}_0(x_i)$ et $\hat{\mathbf{K}}$ la matrice carrée de dimension $N \times N$ et d'éléments $\sigma w_j \tilde{K}_0(x_i, y_j)$. L'équation 5.24 prend alors la forme matricielle :

$$(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{K}}) \cdot \mathbf{g} = \mathbf{b} \quad (5.25)$$

C'est un système linéaire de N équations avec N inconnues, que l'on peut résoudre avec les techniques standards ⁷.

6. Une fois les solutions obtenues pour les points de quadrature, alors on utilise la formule 5.23 comme formule d'interpolation afin de préserver la précision des résultats $\bar{g}_0(x)$ et par suite celle de $N_0(M_H)$.

7. Pour une valeur fixée $\nu/M_H^2 = cste$, la correspondance entre x , ν et M_H est régie par :

$$M_H = \sqrt{\frac{\nu}{cste}} = \frac{1}{\sqrt{cste}} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad (5.26)$$

8. Il faut maintenant résoudre l'équation 5.21. Pour cela on utilise les mêmes astuces de changement de variables que précédemment ainsi que les méthodes usuelles de quadratures, tout en faisant attention à prendre la partie principale pour $\nu = 0$ et $\nu' = \nu$. On obtient ainsi $\mathcal{R}e D_0(M_H)$

9. L'obtention de $\mathcal{I}m D_0(M_H)$, $|D_0(M_H)|$ et $|F_0(M_H)|$ est alors automatique.

⁷Pour $\nu' \rightarrow \nu$, on utilise la limite : $\frac{\ln(4\nu + M_H^2) - \ln(4\nu' + M_H^2)}{\nu - \nu'} \rightarrow \frac{4}{4\nu + M_H^2}$

5.3 Résultats et discussion

Tout d'abord vu que, pour les raisons évoquées précédemment, on préfère présenter nos résultats pour des valeurs déterminées du rapport ν/M_H^2 , la figure 5.3-a permet de faciliter la lecture de la correspondance entre l'énergie dans le centre de masse du système $\sqrt{s}$ et la masse du Higgs M_H , pour certaines valeurs particulières de ν/M_H^2 (0.11 et 0.08) utilisées pour établir les graphes présentés ci-après..

Ainsi, dans l'espace physique correspondant à $\nu \geq 0$ et plus particulièrement dans le domaine des énergies (masses du Higgs) auquel on s'intéresse, les figures 5.3-b et 5.4 montrent (pour les valeurs particulières 0.11 et 0.08 de ν/M_H^2 à titre d'illustration) que le numérateur $N_0(M_H)$ de l'amplitude dispersive et par suite la partie imaginaire correspondante $\mathcal{I}mD_0(M_H)$ présentent respectivement un extrémum au voisinage du zéro de la partie réelle $\mathcal{R}eD_0(M_H)$. Ces zéros de $\mathcal{R}eD_0(M_H)$ ⁸ correspondent à des résonances de l'amplitude dispersive $F_0(M_H)$. Chose qu'on observe facilement dans la figure 5.5-a. Ce comportement constitue une manifestation claire de la présence d'interactions fortes, confirmant ainsi la transformation de l'interaction faible en interaction interagissant fortement dans ce secteur de valeurs élevées de la masse du Higgs. Cette interprétation trouve aussi un soutien dans le comportement de l'amplitude perturbative S_0 , qui est divergent à hautes énergies et qu'on observe bien dans la figure 5.5-b.

Il est aussi important de noter ici que quoique, pour des valeurs élevées de la masse du Higgs, les amplitudes dispersive et perturbative ont des structures totalement différentes, ce qui est tout à fait normale et même souhaitable; leur comportement à basses énergies sont similaires. Ce rapprochement à basses énergies est en fait un bon signe, qui atteste que notre modèle comporte en son sein des éléments de réalité physique.

⁸Par ailleurs il semble important de noter que, le fait que pour de petites valeurs de la masse du Higgs (petites énergies) $\mathcal{R}eD_0(M_H)$ tend vers l'unité, ne représente pas une particularité physique mais reflète seulement notre condition de normalisation $D_0(\nu = \nu_0 = 0) = 1$.

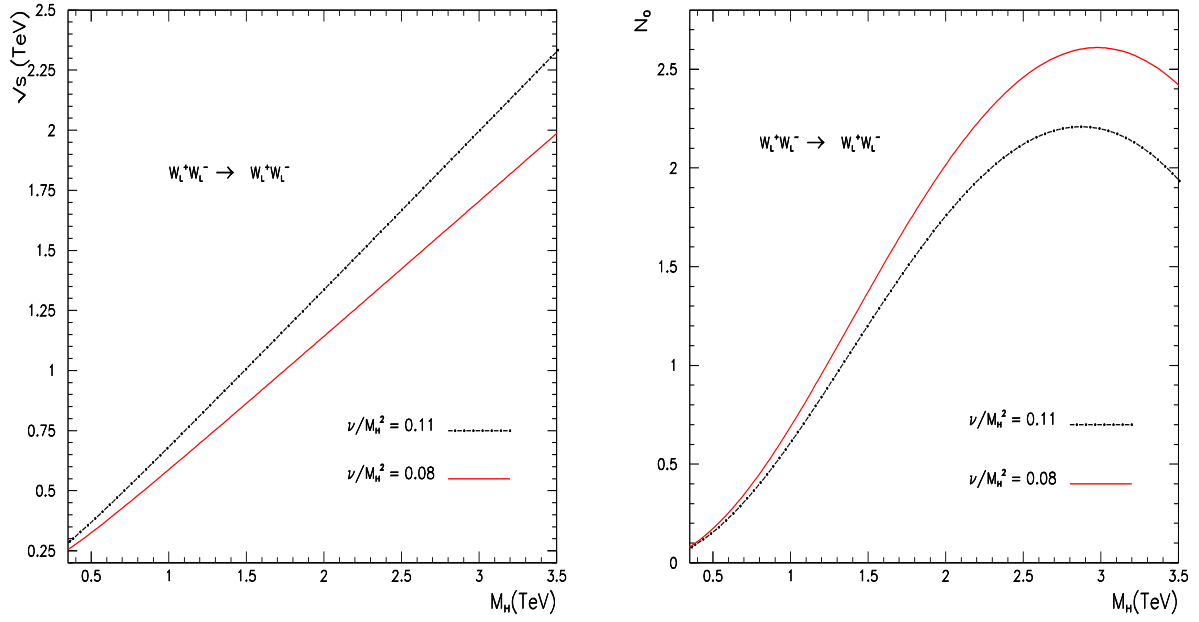


Figure 5.3: Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs fixes du rapport ν/M_H^2) : a) de l'énergie $\sqrt{s}$ dans le centre de masse du système $W_L^+ W_L^-$; b) du numérateur N_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive.

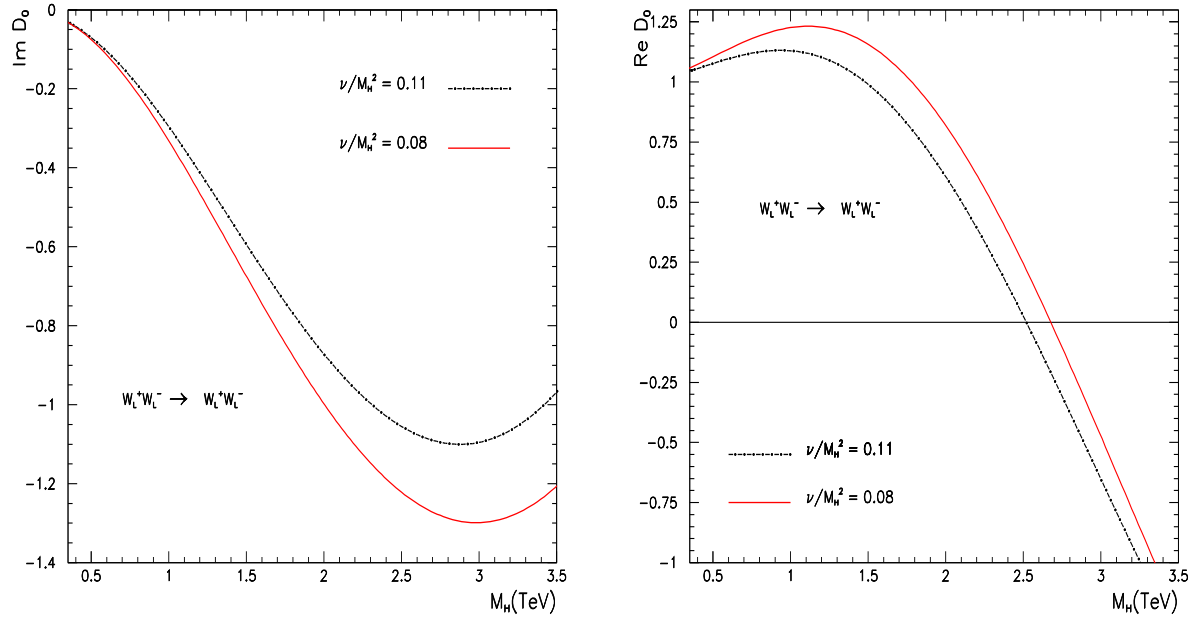


Figure 5.4: Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs fixées du rapport ν/M_H^2) des parties (a) imaginaire et (b) réelle, du dénominateur D_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive.

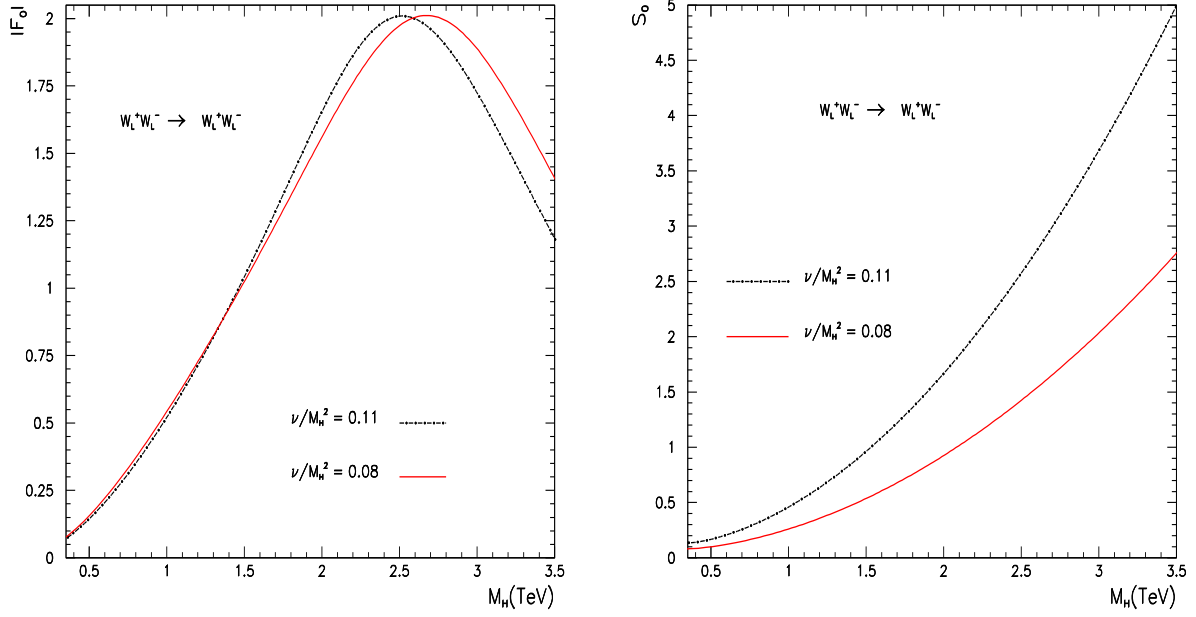


Figure 5.5: Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour des valeurs données du rapport ν/M_H^2) : a) du module $|F_0|$ de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive, b) l'amplitude S_0 de l'onde partielle S perturbative.

Revenons au fait que l'amplitude perturbative viole l'unitarité pour des valeurs élevées de la masse du Higgs et remarquons que le seuil de violation de l'unitarité varie en fonction de la masse du Higgs. Et que par ailleurs, l'amplitude dispersive observe bien la condition d'unitarité qui lui a été inculquée par construction et ceci pour toute valeur de la masse du Higgs. On remarque aussi que, quelque soit la valeur choisie pour le rapport ν/M_H^2 , l'amplitude dispersive ne dépasse pas la valeur maximale $|F_0^{(max)}| = 2$. Cette limite qu'on adopte comme repère, correspond à la saturation de l'unitarité. Par suite, on définit la saturation de l'unitarité pour l'amplitude perturbative avec $S_0^{(max)} = 2$. Cette définition cohérente, nous permet d'établir les résultats des deuxième et troisième colonnes du tableau 5.1, qui donnent les seuils particuliers de violation de l'unitarité. Et en analysant ces résultats, on remarque que pour $M_H = 510 \text{ GeV}$ (qui correspond à la situation $\sqrt{s} \simeq M_H$) la violation de l'unitarité est observée dès l'énergie $\sqrt{s} = 530 \text{ GeV}$. Alors que pour $M_H > 510 \text{ GeV}$, l'unitarité est violée de manière générale dans le domaine du TeV, et ceci que l'énergie soit supérieure ou inférieure à la masse du Higgs. On déduit alors une nouvelle limite sur la masse du Higgs

pour la validité du calcul perturbatif. Cette limite est :

$$M_H^{seuil} = 510 GeV \quad (5.27)$$

Notre limite est bien inférieure à la limite déduite par Lee-Quigg-Tacker [103] à savoir la valeur $M_H^{(L.Q.T.)} = \sqrt{\frac{4\pi\sqrt{2}}{G_\mu}} \simeq 1.23 TeV$. Cette différence trouve son justificatif dans le fait que la limite de Lee-Quigg-Tacker est déduite d'une manière totalement différente à notre manière de procéder. Elle correspond en outre au cas $\sqrt{s} \gg M_H$ alors que nous, on se positionne au voisinage de la masse du Higgs lourd $\sqrt{s} \sim M_H$.

$\chi^+\chi^- \rightarrow \chi^+\chi^-$	seuil de violation de l'unitarité perturbative :		résonance dispersive à :	
$\nu/M_H^2 =$	M_H (TeV)	$\sqrt{s}$ (TeV)	M_H (TeV)	$\sqrt{s}$ (TeV)
1.	1.26	2.52	2.84	5.68
0.5	1.12	1.59	3.2	4.5
0.3	0.75	0.83	1.5	1.65
0.25	0.51	0.53	1.83	1.84
0.2	0.77	0.71	2.09	1.87
0.11	2.19	1.46	2.51	1.67
0.08	2.96	1.68	2.67	1.52

Tableau 5.1: Valeurs respectives de M_H et de $\sqrt{s}$ pour lesquelles on observe la violation de l'unitarité de l'amplitude perturbative et pour lesquelles on a des résonances de l'amplitude dispersive .

Le tableau 5.1 renferme par ailleurs dans ses quatrième et cinquième colonnes les valeurs respectives de l'énergie et de la masse du Higgs correspondant aux positions de la résonance de l'amplitude dispersive pour différentes valeurs choisies du rapport ν/M_H^2 . On y remarque tout d'abord que toutes ces résonances sont situées dans le domaine du TeV, c'est à dire le domaine non-perturbative. De plus, relativement à la masse du Higgs, la résonance $M_H = 1.83 TeV \simeq \sqrt{s}$ constitue une solution self-consistante. Par suite on peut interpréter cette dernière valeur de M_H comme étant la valeur de la masse du Higgs s'il est lourd. Cette interpretation trouve de plus son justificatif dans le fait qu'au voisinage de cette résonance self-consistante, la contribution du canal s de l'amplitude perturbative S_0 est de loin le plus dominant relativement à la contribution du canal t représenté par B_0 (voir figure 5.7).

Pour être plus complet, on représente dans la figure 5.6 le module de l'amplitude dis-

persive self-consistante ainsi que le comportement de la phase $\delta_0(\sqrt{s}) = \frac{N_0}{2\mathcal{R}eD_0}$ ⁹ lorsqu'on parcourt cette résonance self consistante. On y remarque que la phase $\delta_0(\sqrt{s})$ croit comme il se doit continuellement (de ~ 0 à $\sim \pi$) en passant, à la résonance ($\sqrt{s} = M_H = 1.83 \text{ TeV}$), par la valeur $\frac{\pi}{2}$. De plus, un calcul à la Breit-Wigner, nous permet de déterminer la largeur de raie Γ_H correspondante. On trouve $\Gamma_H \simeq \frac{M_H}{2} \simeq 0.9 \text{ TeV}$.

Ainsi à croire notre modèle pour l'amplitude du processus $W_L^+ W_L^- \rightarrow W_L^+ W_L^-$ dans le domaine du TeV, on a :

$$M_H^{(lourd)} = 1.83 \text{ TeV} \quad \Gamma_H^{(lourd)} = 0.9 \text{ TeV} \quad \text{et} \quad M_H^{seuil} = 510 \text{ GeV} \quad (5.28)$$

Mais, il importe de dire ici que la valeur élevée de la largeur de raie du Higgs lourd entrave la détermination précise de sa masse. En outre, on note la compatibilité de la valeur qu'on trouve pour la masse du Higgs lourd avec la résonance trouvée par Iddir *et al* dans [117] en utilisant une méthode de techni-couleur. Néanmoins, cette dernière résonance n'est pas scalaire alors que notre résonance l'est et par suite pouvant être interprété comme étant le Higgs lui même.

Enfin, on a essayé à travers ce chapitre de mettre un peu de lumière sur le comportement non-perturbatif de l'interaction faible à l'échelle du TeV. Mais, seule une investigation directe du secteur scalaire au niveau des collisionneurs à énergies dans le domaine du TeV (le LHC qui vient d'être mis en fonction, l'ILC, ...), permettra d'apporter des éléments de réponse clairs, directes et précis tant pour la masse du Higgs que pour le comportement des couplages électrofaibles liés au secteur de brisure spontanée de la symétrie électrofaible à l'échelle du TeV et aussi sur la manifestation de la nouvelle physique.

⁹Pour établir cette relation, on remarque que $\rho(\nu) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu}{\nu + M_W^2}} \simeq \frac{1}{2}$, pour $\nu/M_H^2 = 0.25$ et pour l'intervalle de masse M_H qui encadre la self-résonance 1.83 TeV, c'est à dire l'intervalle de 1 TeV à 2.5 TeV qu'on considère dans la figure 5.6-b.

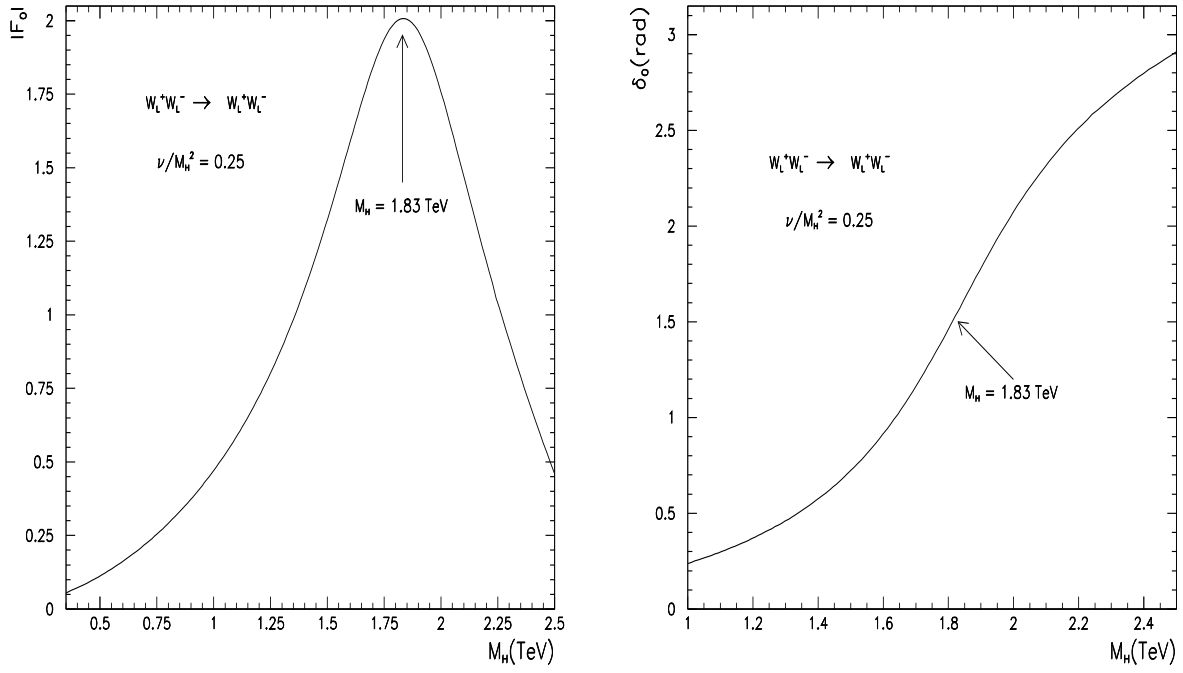


Figure 5.6: Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour $\sqrt{s} \simeq M_H$) du a) module $|F_0|$ et de b) la phase δ_0 de l'amplitude de l'onde partielle S dispersive.

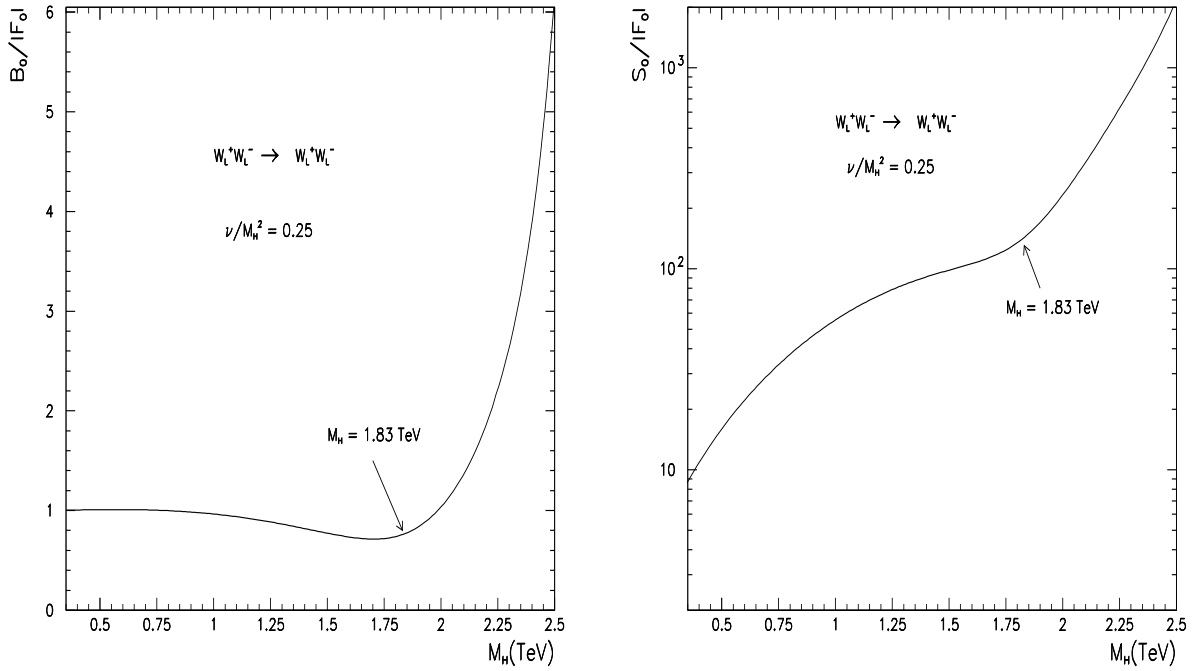


Figure 5.7: Dépendance en fonction de la masse du Higgs M_H (pour $\sqrt{s} \simeq M_H$) des rapports : a) $\frac{B_0}{|F_0|}$ et b) $\frac{S_0}{|F_0|}$, respectivement du terme de Born (B_0) et de l'amplitude perturbative (S_0) relativement à l'amplitude dispersive (F_0).

CONCLUSION

Dans cette thèse, on a contribué à explorer le secteur qui demeure encore mystérieux dans la physique des particules élémentaires et qui constitue le dernier maillon restant à vérifier dans le modèle standard. Les processus les plus sensibles à ce secteur de brisure spontanée de la symétrie électrofaible étant ceux qui font intervenir la fusion des bosons vecteurs massifs Z et W . Ainsi, en prenant en compte le fait que la masse du Higgs résiste toujours à la découverte, deux voies à explorer se sont ouvertes devant nous : Celle d'un Higgs léger ne violant pas le principe d'unitarité et par suite s'adaptant bien au calcul perturbatif ; Et celle d'un Higgs lourd nécessitant le recours aux méthodes non-perturbatives.

Dans le cas du Higgs léger, et vu que, d'une part les corrections radiatives pour les processus $ZZ \rightarrow ZZ$ et $W^-W^+ \rightarrow W^-W^+$ ont reçu suffisamment d'attention, et que d'autre part, vu la grande valeur de la masse du quark top, "une valeur qui est proche de l'échelle de brisure spontanée de la symétrie électrofaible, et aussi une valeur qui se trouve en haut de la hiérarchie des masses des particules élémentaires", qualifiant le quark top à être une sonde privilégiée pour l'étude du secteur scalaire et pour la recherche d'une nouvelle physique ; on s'est particulièrement concentré sur l'étude des corrections radiatives électrofaibles et QCD pour les processus $ZZ \rightarrow t\bar{t}$ et $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ ainsi que sur l'étude de la manière avec laquelle on peut cerner les effets de la nouvelle physique sur les sections efficaces totales et les distributions angulaires pour nos processus d'intérêt.

La lourdeur des calculs qu'on a réussi à mener à l'ordre de la boucle, incluant des centaines de diagrammes de Feynman, est loin d'être négligeable et a nécessité en premier lieu, la définition d'une stratégie pour mener intelligemment le calcul et pour pouvoir assurer les différentes invariances requises ; en deuxième lieu, la maîtrise des codes automatisant les calculs à une boucle (SloopS, FormCalc et Grace) et à l'arbre (CompHep), ce qui nous a facilité leur utilisation combinée et complémentaire en vu d'atteindre nos objectifs ; et en troisième lieu, la capacité à introduire des modifications sur ces codes lorsque cela s'avère nécessaire. Chose qu'on a fait sur FormCalc, lorsqu'on y a inclu les gluons réels mous et la coupure sur l'impulsion transversale du quark top.

En menant ces calculs pour nos processus d'intérêt, on a cherché comment analyser de manière quantitative et séparée, les contributions purement électrofaibles et les contributions de couleur. On a aussi cherché, comment on pourrait mettre en évidence les effets d'une nouvelle physique à travers la comparaison entre les corrections radiatives dans le cadre du modèle standard et les effets d'opérateurs effectifs paramétrant le domaine de la nouvelle physique.

Ainsi pour réaliser cet objectif, on a tout d'abord montré la dominance des modes longitudinaux des bosons vecteurs, ce qui nous a permis de concentrer l'étude essentiellement sur ces modes ; puis on a établi une formule analytique pour les contributions QED universelles ; pour ensuite définir la manière avec laquelle on extrait les contributions purement électrofaibles propres à nos processus d'intérêt. On a alors calculé les différentes corrections électrofaible, purement électrofaible et QCD, à l'ordre de la boucle. Et comme on a mené le calcul en utilisant la constante de structure fine défini à la limite de Thomson, l'évolution de cette constante pour accompagner l'échelle de réalisation de nos réactions s'est faite d'un côté à travers les valeurs effectives des masses des quarks légers qu'on a utilisé et qui sont définis de manière à reproduire la valeur de la constante α à l'échelle M_Z et de l'autre côté via le passage au schéma G_μ pour pouvoir rendre compte d'une correction importante en m_t^2 . Enfin on a incorporé nos processus fils via une approche fonctions de structure pour une phénoménologie électrofaible et de couleur au sein de la nouvelle génération de collisionneurs ayant des énergies de l'ordre du TeV, à savoir le LHC qui vient de démarrer le 10 septembre dernier (souffrant actuellement d'un pépin, il est probable qu'il redémarrera en mars 2009) et l'ILC prévu pour le futur proche.

En outre, il est important de noter ici que dans le LHC la création de paires de quarks top via la fusion de bosons vecteurs est masquée par la grande abondance des gluons qui fusionnent en paires de quarks top et par suite rendent le signal provenant de la fusion des bosons vecteurs inexploitable. Par contre l'ILC ne souffre pas de cette pathologie, et par suite offre un meilleur environnement pour l'épanouissement du canal de fusion de bosons vecteurs en quarks top et par conséquent à l'exploration du secteur scalaire du modèle standard et à la détermination précise du couplage du quark top aux bosons vecteurs, ouvrant ainsi une fenêtre sur la nouvelle physique.

Cette étude nous a premièrement permis de montrer qu'à l'ordre de la boucle, les corrections purement électrofaibles pour les processus $VV \rightarrow t\bar{t}$ sont compétitives avec les corrections QCD et qu'elles sont toutes deux de l'ordre du pour cent et par suite doivent être conjointement prises en compte dans toute confrontation avec les résultats expérimentaux dont la précision ne cesse de s'améliorer. Deuxièmement, on a mis en évidence que les effets de la nouvelle physique peuvent se révéler via une déviation des résultats expérimentaux relativement à la section efficace totale standard, mais aussi en cas d'égalité numérique des sections efficaces totales théoriques à l'ordre de la boucle et des données expérimentales, une distortion de la distribution angulaire sera très révélatrice. Ces déviations par rapport au modèle standard sont alors cerner de manière quantitative via les coefficients libres du Lagrangien effectif paramétrant ce domaine d'interaction pathologique.

Par ailleurs, pour le cas du Higgs lourd, l'interaction faible manifeste un comportement en force forte et par suite le calcul perturbatif ne devient plus justifiable. On a donc utilisé le formalisme des relations de dispersion qui est basé sur les prescriptions d'unitarité et d'analyticité de l'amplitude de transition. On a aussi profité du théorème d'équivalence pour construire un modèle dispersif pour l'amplitude du processus $W_L^- W_L^+ \rightarrow W_L^- W_L^+$. En outre on a mené cette construction d'une manière qui prédispose notre modèle à la résolution par la méthode N/D. La résolution numérique des équations intégrales qu'on a construit, nous a premièrement permis de mettre en relief les effets sur l'amplitude du comportement en force forte de l'interaction faible, deuxièmement d'estimer une valeur pour le Higgs lourd et troisièmement d'établir une nouvelle limite pour la validité du calcul perturbatif.

Enfin, comme tout travail scientifique, malgré l'effort aussi considérable soit-il nécessaire pour sa réalisation, reste toujours incomplet, et on s'aperçoit lors de sa réalisation qu'il admet inévitablement des extensions, on énumère alors dans la section suivante, les différentes perspectives qui nous semblent envisagables pour cette thèse.

RECOMMANDATIONS

A l'issue de ce travail plusieurs voies se sont avérées intéressantes à explorer.

- Notant d'abord que dans notre étude, on a signalé que les modes LT ont un poids difficilement négligeable. Il est donc important de les prendre en considération, en parallèle avec une amélioration de l'ABVE qui souffre de la dépendance de ses modes transversaux de la présence d'un facteur dépendant de l'échelle d'énergie Q via le terme : $\text{Log}(Q^2)$.
- Notant aussi que l'étude complète du processus de fusion de bosons vecteurs au niveau des collisionneurs nécessite l'introduction des calculs à l'ordre de la boucle des processus $2 \rightarrow 4$. Une tâche ardue mais intéressante.
- Il semble aussi intéressant d'analyser à l'ordre de la boucle, la situation du $\mathcal{MS}$ sans Higgs.
- L'application du formalisme des relations de dispersion au processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$ semble aussi intéressante, dans le sens où elle peut révéler une corrélation entre la masse du top et celle du Higgs.

APPENDICE A

AMPLITUDES D'HELICITÉ À L'ARBRE POUR $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$

L'amplitude $\mathcal{M}^{SM}$ correspondant au processus $W^-W^+ \rightarrow t\bar{t}$:¹ s'écrit :

$$\mathcal{M}^{SM} = \mathcal{M}_H^{SM} + \mathcal{M}_\gamma^{SM} + \mathcal{M}_Z^{SM} + \mathcal{M}_b^{SM} \quad (A1)$$

On utilise alors le formalisme spinoriel dans le cas de particules massives avec les notations $\lambda_1 = \pm 1$ et $\lambda_1 = 0$ pour représenter respectivement les modes transversaux et le mode longitudinal pour les bosons W incidents. Ainsi que $\lambda_2 = \pm 1$ pour représenter les polarisations du quark top.² On définit aussi $\beta_i^2 = 1 - 4m_i^2/s$, $\gamma_i^2 = 1/(1 - \beta_i^2) = s/4m_i^2$ et le propagateur réduit π_i par $(\pi_i = s \Pi_i)$, où $\sqrt{s}$ est l'énergie dans le centre de masse du système WW et les propagateurs qui interviennent dans ce processus s'écrivent :

$$\Pi_\gamma = \frac{1}{s}, \quad \Pi_Z = \frac{1}{s - M_Z^2}, \quad \Pi_H = \frac{1}{s - M_{Higgs}^2}, \quad \Pi_b = \frac{-4}{s(\beta_t^2 + \beta_W^2) + 4m_b^2 + 2s\beta_t\beta_W \cos\theta} \quad (A2)$$

θ est l'angle entre le W^- et le quark t .

Les amplitudes d'hélicité à l'arbre dans le $\mathcal{MS}$ sont données par $\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4}^{SM}$ pour le processus $W^-(\lambda_1)W^+(\lambda_2) \rightarrow t(\lambda_3)\bar{t}(\lambda_4)$:

$$\mathcal{M}_{\lambda_1, -\lambda_1, -\lambda_2, \lambda_2}^{SM} = -\lambda_1 \lambda_2 \frac{g^2}{8} \pi_b \beta_t (1 - \lambda_2 \beta_t) (1 - \lambda_1 \lambda_2 \cos \theta) \sin \theta \quad (A3)$$

¹Voir diagrammes de Feynman correspondants en figure 2.1-b.

²La troisième composante de l'isospin du quark top est $I_3 = \frac{1}{2}$ et sa charge est $Q = \frac{2}{3}$.

$$\mathcal{M}_{\lambda_1, -\lambda_1, \lambda_2, \lambda_2}^{SM} = \lambda_1 \frac{g^2}{8} \pi_b \frac{\beta_t}{\gamma_t} \sin^2 \theta \quad (\text{A4})$$

$$\mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_1, -\lambda_2, \lambda_2}^{SM} = \frac{g^2}{4} \sin \theta \left[\frac{\pi_b}{2} (1 - \lambda_2 \beta_t) (\beta_W + \beta_t \cos \theta) + 2\pi_Z (I_3 (1 - \lambda_2 \beta_t) - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) \beta_W \right] \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\lambda_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_2}^{SM} = & -\frac{g^2}{4} \frac{1}{\gamma_t} \left[\lambda_1 \frac{\pi_b}{2} (\beta_W + \beta_t \cos \theta) (1 + \lambda_1 \lambda_2 \cos \theta) + \lambda_2 \pi_H \beta_t \right. \\ & \left. + 2\lambda_2 \pi_Z (I_3 - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) \beta_W \cos \theta \right] \quad (\text{A6}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{0, \lambda_1, -\lambda_2, \lambda_2}^{SM} = & \lambda_1 \frac{g^2}{2\sqrt{2}} \gamma_W (1 + \lambda_1 \lambda_2 \cos \theta) \left[\frac{\pi_b}{4} (1 - \lambda_2 \beta_t) (\beta_W \beta_t + \lambda_1 \beta_t - \lambda_2 \beta_W + \lambda_1 \lambda_2 \beta_W^2 \right. \\ & \left. - 2\lambda_2 \beta_t \cos \theta) - 2\lambda_2 \pi_Z (I_3 (1 - \lambda_2 \beta_t) - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) \beta_W \right] \quad (\text{A7}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_{-\lambda_1, 0, -\lambda_2, \lambda_2}^{SM} = \mathcal{M}_{0, \lambda_1, -\lambda_2, \lambda_2}^{SM} \quad (\text{A8})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_2}^{SM} = & -\sqrt{2} \frac{g^2}{4} \frac{\gamma_W}{\gamma_t} \sin \theta \left[\frac{\pi_b}{4} (\beta_W \beta_t + \lambda_1 \beta_t + \lambda_2 \beta_W - \lambda_1 \lambda_2 \beta_W^2 + 2\lambda_2 \beta_t \cos \theta) \right. \\ & \left. + 2\lambda_2 \pi_Z (I_3 - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) \beta_W \right] \quad (\text{A9}) \end{aligned}$$

$$\mathcal{M}_{-\lambda_1,0,\lambda_2,\lambda_2}^{SM} = \mathcal{M}_{0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_2}^{SM} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{0,0,-\lambda_2,\lambda_2}^{SM} = \frac{g^2}{4} \gamma_W^2 \sin \theta \left[\frac{\pi_b}{2} (1 - \lambda_2 \beta_t) (2\lambda_2 \beta_W \beta_t - \beta_W (1 - \beta_W^2) - 2\beta_t \cos \theta) \right. \\ \left. - 2\pi_Z (I_3 (1 - \lambda_2 \beta_t) - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) (3 - \beta_W^2) \beta_W \right] \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{0,0,\lambda_2,\lambda_2}^{SM} = -\lambda_2 \frac{g^2}{4} \frac{\gamma_W^2}{\gamma_t} \left[\frac{\pi_b}{2} ((1 + \beta_W^2) \beta_t - (1 - \beta_W^2) \beta_W \cos \theta - 2\beta_t \cos^2 \theta) \right. \\ \left. + \pi_H (1 + \beta_W^2) \beta_t - 2\pi_Z (I_3 - 2Q \frac{M_Z^2}{s} \sin^2 \theta_W) (3 - \beta_W^2) \beta_W \cos \theta \right] \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

Les amplitudes d'hélicité anormales $\mathcal{N}$, faisant intervenir les opérateurs de l'équation 3.2 s'écrivent :

$$\mathcal{N}_{\lambda_1,-\lambda_1,-\lambda_2,\lambda_2} = \mathcal{N}_{\lambda_1,-\lambda_1,\lambda_2,\lambda_2} = \mathcal{N}_{\lambda_1,\lambda_1,-\lambda_2,\lambda_2} = 0 \quad (\text{A13})$$

$$\mathcal{N}_{\lambda_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_2} = \frac{\sqrt{s}}{\Lambda} \beta_t (\lambda_2 a_1 + \lambda_1 a_2 \cos \theta) \quad (\text{A14})$$

$$\mathcal{N}_{0,\lambda_1,-\lambda_2,\lambda_2} = -\lambda_1 \lambda_2 \frac{a_2}{\Lambda} \sqrt{\frac{s}{2}} \frac{\gamma_W}{\gamma_t} \beta_W (1 + \lambda_1 \lambda_2 \cos \theta) \quad (\text{A15})$$

$$\mathcal{N}_{-\lambda_1,0,-\lambda_2,\lambda_2} = \mathcal{N}_{0,\lambda_1,-\lambda_2,\lambda_2} \quad (\text{A16})$$

$$\mathcal{N}_{0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_2} = \frac{a_2}{\Lambda} \sqrt{\frac{s}{2}} \gamma_W (\lambda_1 \beta_t - \lambda_2 \beta_W) \sin \theta \quad (\text{A17})$$

$$\mathcal{N}_{-\lambda_1,0,\lambda_2,\lambda_2} = \mathcal{N}_{0,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_2} \quad (\text{A18})$$

$$\mathcal{N}_{0,0,-\lambda_2,\lambda_2} = -2a_2 \frac{\sqrt{s}}{\Lambda} \frac{\gamma_W^2}{\gamma_t} \beta_W \sin \theta \quad (\text{A19})$$

$$\mathcal{N}_{0,0,\lambda_2,\lambda_2} = \lambda_2 \frac{\sqrt{s}}{\Lambda} \gamma_W^2 (a_1(1 + \beta_W^2) \beta_t + 2a_2 \beta_W \cos \theta) \quad (\text{A20})$$

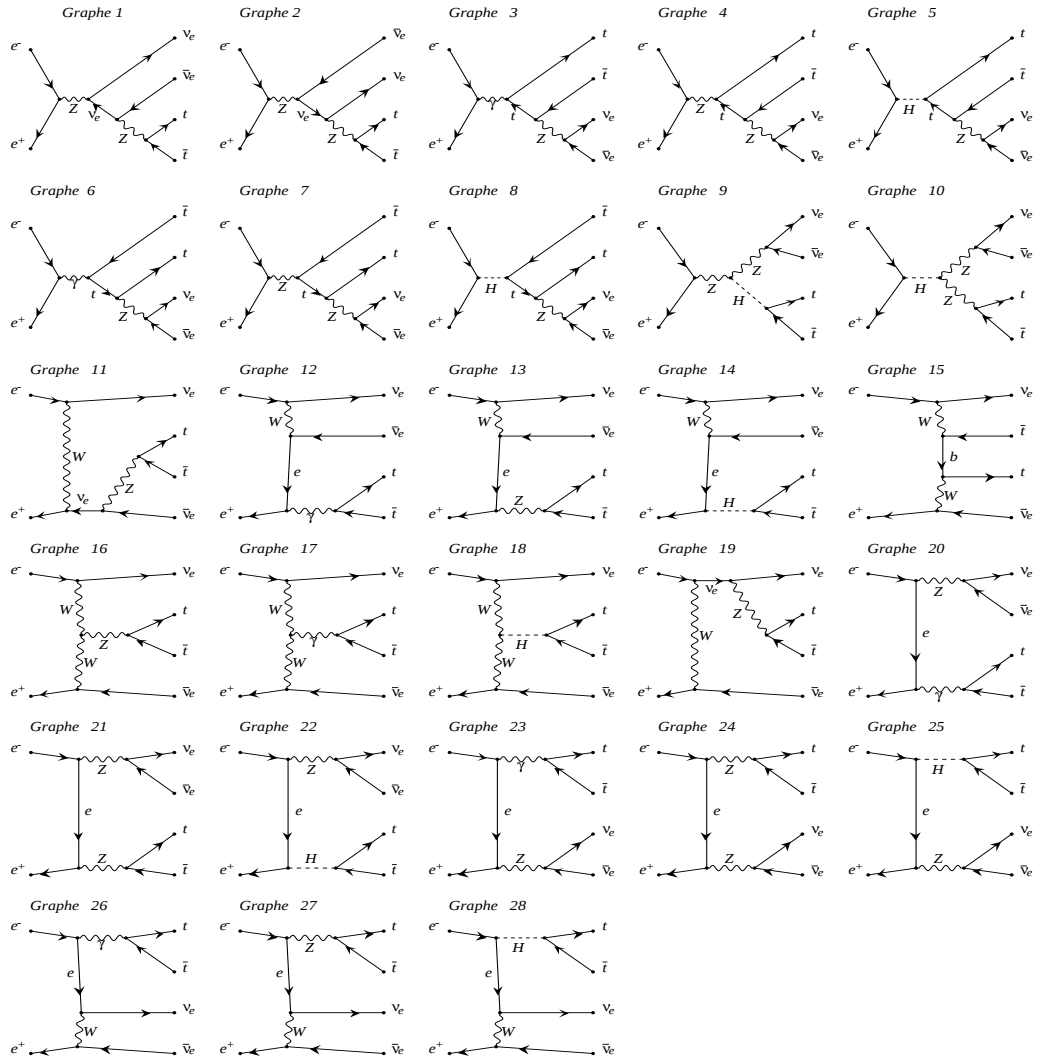
Ces expressions ont fait l'objet de plusieurs test à travers des comparaisons avec des résultats numériques via FormCalc, CompHep et un code utilisant la méthode du carré de l'amplitude globale. Par ailleurs ces expressions sont en accord complet avec ceux trouvées par [94]. À hautes énergies la partie anormale pour les bosons vecteurs doublement longitudinaux s'écrit :

$$\mathcal{N}_{0,0,-\lambda_2,\lambda_2} \simeq -a_2 \frac{m_t}{\Lambda} \frac{s}{M_W^2} \sin \theta, \quad \mathcal{N}_{0,0,\lambda_2,\lambda_2} \simeq \lambda_2 \frac{\sqrt{s}}{2\Lambda} \frac{s}{M_W^2} (a_1 + a_2 \cos \theta) \quad (\text{A21})$$

Ce comportement à hautes énergies est en accord avec celui donné par [9]. La dépendance angulaire de a_2 permet de classer l'opérateur correspondant comme onde-P et l'opérateur correspondant à a_1 comme onde-S [9].

APPENDICE B

DIAGRAMMES DE FEYNMAN À L'ARBRE POUR LE PROCESSUS $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}\nu_e\bar{\nu}_e$



APPENDICE C

LISTE DES ABRÉVIATIONS

- **ABVE** : Approximation des Bosons Vecteurs Effectifs
- **BRS** : transformations de Becchi-Rouet-Stora
- **$\mathcal{BSSE}$** : Brisure Spontanée de la Symétrie Electrofaible
- **CKM** : matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa
- **EW** : Electro-Weak
- **$\mathcal{IR}$** : Infra-Rouge
- **$\mathcal{MS}$** : Modèle Standard
- **$\mathcal{NP}$** : Nouvelle Physique
- **PEW** : Purely Electro-Weak
- **QCD** : Quantum Chromo-Dynamic
- **QED** : Quantum Electro-Dynamic
- **$\mathcal{UV}$** : Ultra-Violet

RÉFÉRENCES

1. Boudjema F. “Renormalization of the EW theory - Precision tests of the SM”, Lecture note presented at the seventh constantine high energy physics school, (2004); <http://lappweb.in2p3.fr/~boudjema/courses.htm>.
2. Altarelli G., Mangano M.L. “Standard Model physics (and more) at the LHC”, CERN yellow report-2000-004 (2000).
3. Aguilar-Saavedra J.A. *et al.* (ECFA/DESY LC physics working group collaboration), “TESLA Technical Design Report Part III : Physics at an e^+e^- Linear Collider” [arXiv :hep-ph/0106315].
4. Abe K. *et al.* (ACFA linear collider working group collaboration), “Particle Physics Experiments at JLC”, KEK-REPORT-2001-11 (2001) 457 pages; [arXiv :hep-ph/0109166].
5. James B. *et al.*, “International Linear Collider reference design report : ILC Global Design Effort and World Wide Study”, CERN Yellow report, cernrep / 2007-006, Geneva CERN (2007) 1-778, [arXiv :0709.1893 [hep-ph]].
6. Bouayed N. and Boudjema F., “One-loop electroweak and QCD corrections to vector boson scattering into top pairs and application to the ILC”, Physical Review. **D 77** 013004 (2008) 13 pages; [arXiv :hep-ph/0709.4388].
7. Bouayed N., “Production de paires de quarks top via la fusion de bosons vecteurs : calcul précis à une boucle” Proceeding des Journées Jeunes Chercheurs 06 (2006) 113-116.
8. Mebarki N., Mimouni J., Benhazia K. and Bouayed N., “What if the Higgs mass violate unitarity?”, Czechoslovak Journal of Physics **47** (1997) 979-999.
9. Larios F. and Yuan C.P., “Top Quark Interactions and the Search for New Physics”, Physical Review **D 55** (1997) 7218-7240, [arXiv :hep-ph/9606397].
10. Cahn R. and Dawson S., “Production of very massive Higgs bosons”, Physics Letters **B 136** (1984) 196-200; **B 138** (1984) 464Erratum.

11. Dawson S., “The effective W approximation”, Nuclear Physics **B249** (1985) 42-60.
12. Chanowitz M.S. and Gaillard M.K, “Multiple production of W and Z signal of new strong interaction” Physics Letters **B 142** (1984) 85-90.
13. Kane G., Repko W. and Rolnick W., “The effective $W^\pm$, Z^0 approximation for high energy collisions” Physics Letters **B 148** (1984) 367-372.
14. Lindfors J., “Distribution fonctiond for heavy vector bosons inside colliding particle beams”, Zeitschrift Fur Physik **C 28** (1985) 427-532.
15. Chamowitz M.S., Gaillard M.K., “The TeV physics of strongly interacting W’s and Z’s”, Nuclear Physics, **B 261** (1985) 379-431.
16. Chew G.F and Mandelstam S., “Theory of the Low-Energy Pion-Pion Interaction”, Physical Review **119** (1960) 467-477.
17. Glashow S., “ Partial Symmetries of Weak Interactions”, Nuclear Physics **22** (1961) 579-588.
18. Weinberg S., “A Model of Leptons”, Physical Review Letters **19** (1967) 1264-1266.
19. Salam A., in “Elementary Particle Theory”, edited by Svartholm N., Stockholm (1969) 367.
20. Glashow S.L., Illiopoulos J. and Maiani L., “Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry”, Physical Review **D2** (1970) 1285-1292.
21. Higgs P.W. Physics Letters **12** (1964) 132-133.
22. Higgs P.W. Physical Review Letters **13** (1964) 508-509.
23. Higgs P.W. Physical Review **145** (1966) 1156-1163.
24. Englert F. and Brout R. Physical Review Letters **13** (1964) 321-323.
25. Kibble T.W. Physical Review **155** (1967) 1554-1561.
26. Djouadi A., “The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking. I : The Higgs boson in the Standard Model”, Physics reports **457** (2008) 1-216 ; [arXiv :hep-ph/0503172].
27. Lee B.W., Quigg C. and Thacker H.B., “Weak interactions at very high energies : The role of the Higgs-boson mass”, Physical Review **D16** (1977) 1519-1531.
28. Veltman H., “The equivalence theorem”, Physical Review **D41** (1990) 2294-2311.

29. Feynman R.P., “Quantum theory of gravitation”, *Acta Physica Polonica* **26** (1963) 697-722.
30. Faddeev L.D. and Popov V.N., “Feynman diagrams for the Yang-Mills field”, *Physics Letters* **B25** (1967) 29-30.
31. Becchi C., Rouet A. and Stora R., “Renormalization of gauge theories”, *Annals of Physics* **98** (1976) 287-321.
32. Ward J.C., “An Identity in Quantum Electrodynamics”, *Physical Review* **78**(1950)182.
33. Ward J.C., “Renormalization Theory of the Interactions of Nucleons, Mesons, and Photons”, *Physical Review* **84** (1951) 897-901.
34. Belanger G., Boudjema F., Fujimoto J., Ishikawa T., Kaneko T., Kato K. and Shimizu Y., “GRACE at ONE-LOOP : Automatic calculation of 1-loop diagrams in the electroweak theory with gauge parameter independence checks”, *Physics Reports* **430** (2006) 117-209 ; [arXiv :hep-ph/0308080].
35. Aoki K., Hioki Z., Kawabe R., Komuna M., Muta T., “Electroweak Theory - Framework of On-Shell Renormalization and Study of Higher-Order Effects”, *Progress of Theoretical Physics Supplement***73** (1982) 1.
36. Bardin D., “Field Theory and the Standard Model”, *CERN Yellow reports*, **007** (2000).
37. Bardin D. and Passarino G., “The Standard Model in the Making”, *Oxford University Press* (1999).
38. Denner A., “Techniques for the calculation of electroweak radiative corrections at the one-loop level and results for W-physics at LEP200”, *Fortschritte Physik*, **41** (1993)307 ; [arXiv :0709.1075[hep-ph]].
39. 't Hooft G., “Renormalization of massless Yang-Mills fields”, *Nuclear Physics* **B33** (1971) 173-199.
40. 't Hooft G., “Renormalizable Lagrangians for massive Yang-Mills fields”, *Nuclear Physics* **B35** (1971) 167-188.
41. Cabibbo N., “Unitary Symmetry and Leptonic Decays”, *Physical Review Letters* **10** (1963) 531-532.

42. Kobayashi M. and Maskawa K., “CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction”, *Progress in Theoretical Physics* **49** (1973) 652-657.
43. 't Hooft G., Veltman M., “Scalar one-loop integrals”, *Nuclear Physics* **B153** (1979) 365-401.
44. van Oldenborgh G.J., “New algorithms for one-loop integrals”, *Zeitschrift Fur Physik* **C46** (1990) 425-437.
45. Hahn T. and Perez-Victoria M., “Automated one-loop calculations in four and D dimensions”, *Computer Physics Communications.* **118** (1999) 153-165.
46. Consoli M. *et al*, “Electroweak radiative corrections for Z physics” CERN Yellow report, CERN-89-08-1 (1989) 7-54.
47. Burgers G. *et al*, “ Δr or the relation between the electroweak couplings and the weak vector boson masses”, Cern Yellow report, CERN-89-08-1 (1989) 55-88.
48. Tarasov O.V., Vladimirov A.A and Zharkov A.Y., “The Gell-Mann-low function of QCD in the three-loop approximation”, *Physics Letters* **B93** (1980) 429-432.
49. Yao W-M. *et al*, “Review of Particle Physics”, *Journal of Physics* **G33** (2006) 1, (<http://pdg.lbl.gov>).
50. Gell-Mann M., Goldberger M.L. and Thiring W., “Use of Causality Conditions in Quantum Theory”, *Physical Review* **95** (1954) 1612-1627.
51. Adam N.E. *et al*, “Higgs Working Group Summary Report.” (2008) 102 pages, arXiv :0803.1154 [hep-ph].
52. Denner A. and Hahn T., “Radiative Corrections to $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ in the Electroweak Standard Model”, *Nuclear Physics* **B 525** (1998) 27-50; [arXiv :hep-ph/9711302].
53. Miransky V.A., Tanabashi M. and Yamawaki K., “Dynamical electroweak symmetry breaking with large anomalous dimension and t quark condensate”, *Physics Letters* **B 221** (1989) 177-183.
54. Bardeen W.A., Hill C.T. and Lindner M., “Minimal dynamical symmetry breaking of the standard model”, *Physical Review* **D 41** (1990) 1647-1660.
55. Hill C.T., “Topcolor : top quark condensation in a gauge extension of the standard model”, *Physics Letters* **B 266** (1991) 419-424.

56. Lane K.D and Eichten E., “Natural Topcolor–Assisted Technicolor”, Physics Letters **B 352** (1995) 382-387; [arXiv :hep-ph/9503433].
57. Chivukula R.S., Simmons E.H. and Terning J., “A Heavy Top Quark and the $Zb\bar{b}$ Vertex in Non-Commuting Extended Technicolor”, Physics Letters **B 331** (1994) 383-389; [arXiv :hep-ph/9404209].
58. Dobrescu B.A. and Hill C.T., “Electroweak Symmetry Breaking via Top Condensation Seesaw”, Physical Review Letters **81** (1998) 2634-2637; [arXiv :hep-ph/9712319].
59. Chivukula R.S, Dobrescu B.A, Georgi H. and Hill C.T., “Top Quark Seesaw Theory of Electroweak Symmetry Breaking”, Physical Review **D 59** 075003 (1999) 14 pages; [arXiv :hep-ph/9809470].
60. He H.J, Hill C.T. and Tait T.M.P., “Top Quark Seesaw, Vacuum Structure and Electroweak Precision Constraints”, Physical Review **D 65** 055006 (2002) 31 pages; [arXiv :hep-ph/0108041].
61. Agashe K., Belyaev A., Krupovnickas T., Perez G. and Virzi J., “LHC Signals from Warped Extra Dimensions”, Physical Review **D 77** : 015003 (2008) 11 pages; [arXiv :hep-ph/0612015].
62. Lillie B., Randall L. and Wang L.T., “The Bulk RS KK-gluon at the LHC”, Journal of High Energy Physics 0709 :074 (2007); [arXiv :hep-ph/0701166].
63. Guchait M., Mahmoudi F. and Sridhar K., “Tevatron constraint on the Kaluza-Klein gluon of the Bulk Randall-Sundrum model”, Journal of High Energy Physics 0705 :103 (2007); [arXiv :hep-ph/0703060].
64. Djouadi A., Moreau G. and Singh R.K., “Kaluza–Klein excitations of gauge bosons at the LHC”, Nuclear Physics **B 797** (2008) 1-26; [arXiv :0706.4191 [hep-ph]].
65. Agashe K. *et al.*, “LHC Signals for Warped Electroweak Neutral Gauge Bosons”, Physical Review **D 76** : 115015 (2007) 23 pages; [arXiv :0709.0007 [hep-ph]].
66. Abazov V.M *et al.* (D0 collaboration), “Measurement of the top quark mass in the lepton+jets channel using the Ideogram Method”, Physical Review **D 75** (2007) 092001 (21pages), [arXiv :hep-ex/0702018].
67. Kleiss R. and Stirling W.J., “Spinor techniques for calculating $p\bar{p} \rightarrow W^\pm/Z^0 + jets$ ”, Nuclear Physics **B262** (1985) 235-262.

68. Kauffman R.P., “Production of top quarks via vector-boson fusion in e^+e^- collisions”, Physical Review **D 41** (1990) 3343-3347.
69. Kauffman R.P., “Production and decay of heavy top quarks”, PhD Thesis - SLAC-348 - Stanford University(1989).
70. Gintner M. and Godfrey S., “ $t\bar{t}$ Production via Vector Boson Fusion at High Energy e^+e^- Colliders”, proceeding of snowmass 1996 in new directions for high enrgy physics 824-828 ; [arXiv :hep-ph/9612342].
71. Godfrey S., Zhu S., “Study of $V_L V_L \rightarrow t\bar{t}$ at the ILC Including $O(\alpha_s)$ QCD Corrections”, Physical Review **D 72** (2005) 074011 (8 pages), [arXiv :hep-ph/0511329].
72. Barklow T.L., *et al*, “ Strong coupling electroweak symmetry breaking”, SLAC-PUB-7397, CLNS 97/1473 (1997) 25 pages ; [hep-ph/9704217].
73. Alcaraz J. and Ruiz Morales E., “Measuring the Top Yukawa Coupling to a Heavy Higgs Boson at Future e^+e^- Linear Colliders”, Physical Review Letters **86** (2001) 3726-3729 ; [arXiv :hep-ph/0012109].
74. Larios F., Tait T. and Yuan C.-P., “Anomalous $W^+W^-t\bar{t}$ couplings at the e^+e^- linear collider”, Physical Review **D 57** (1998) 3106-3115 ; [arXiv :hep-ph/9709316].
75. Nicrosini O. and Trentadue L., “Soft photons and second order radiative corrections to $e^+e^- \rightarrow Z^0$ ”, Physics Letters **B196** (1987) 551-556.
76. Boudjema F., Semenov A. and Temes D., “Self-annihilation of the neutralino dark matter into two photons or a Z and a photon in the MSSM”, Physical Review **D72** :055024 (2005) 11pages ; [arXiv :hep-ph/0507127].
77. Boudjema F., Semenov A. and Temes D., “ SUSY dark matter loops and precision from particle physics”, Nuclear Physics Proceedings Supplements. **157** (2006) 172-176.
78. Hahn T. and Rauch M., “News from FormCalc and LoopTools” Nuclear Physics Proceedings Supplements **157** (2006) 236-240, [arXiv :hep-ph/0601248].
79. Hahn T. and Illana J.I, ”Excursions into FeynArts and FormCalc”, Nuclear Physics Proceedings Supplements **160** (2006) 101-105, [arXiv :hep-ph/0607049].
80. Semenov A., “LanHEP – a package for automatic generation of Feynman rules. User’s manual”, INP-MSU-96-24-431 (1996) 28 pages ; [arXiv :hep-ph/9608488].

81. Semenov A., “Automatic generation of Feynman rules from the Lagrangian by means of LanHEP package”, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research **A389** (1997) 293-294.
82. Semenov A., “LanHEP a package for automatic generation of Feynman rules from the Lagrangian”, Computer Physics Communications **115** (1998) 124-139.
83. Semenov A., “LanHEP - a package for automatic generation of Feynman rules in field theory. Version 2.0”, LAPTH-926-02 (2002) 34 pages ; [arXiv :hep-ph/0208011].
84. Baro N., Boudjema F. and Semenov A., “Full one-loop corrections to the relic density in the MSSM : A Few examples”, Physical Letter.**B660**(2008) 550-560 ;[arXiv :0710.1821[hep-ph]].
85. Belanger G., Boudjema F., Fujimoto J., Ishikawa T., Kaneko T., Kato K., Shimizu Y., “Full one-loop electroweak radiative corrections to single Higgs production in $e^+ e^-$ ”, Physics Letters **B 559** (2003) 252-262 [arXiv :hep-ph/0212261].
86. Vermaseren J.A.M., “New features of FORM”, (2000) 23 pages, [arXiv :math-ph/0010025].
87. Pukhov A. *et al*, “CompHEP - a package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multi-particle phase space. User’s manual for version 33” INP-MSU-98-41-542 (1999) (126 pages),[arXiv :hep-ph/9908288].
88. Boudjema F. and Chopin E., “Double Higgs Production at the Linear Colliders and the Probing of the Higgs Self-Coupling”, Zeitschrift Fur Physik **C73** (1996) 85-110, [arXiv :hep-ph/9507396].
89. Lepage G.P, “A new algorithm for adaptive multidimensional integration”, Journal of Computational Physics **27** (1978) 192-203.
90. Hahn T., “Cuba - a library for multidimensional numerical integration”, Computer Physics Communications **168** (2005) 78-95 ; [arXiv :hep-ph/0404043].
91. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T and Flannery B.P., “ Numerical recipes - The art of scientific computing”, Cambridge University Press (1997) 779-817.
92. Berends F.A., Kleiss R., “Initial-state radiation at LEP energies and the corrections to Higgs boson production”, Nuclear Physics **B260** (1985) 32-60.

93. Tevatron Electroweak Working Group (for CDF and D0 Collaborations) Report No. Fermilab-TM-2380-E and TEVEWWWG/top 2007/01.
94. Lafage V., “États à plusieurs particules dans les collisionneurs e^+e^- et $\gamma\gamma$: techniques de calcul et effets d’une nouvelle Physique”, Thèse de Doctorat, Université Paris Sud XI (1996).
95. Kuss I., Spiesberger H., “Luminosities for Vector-Boson Vector-Boson Scattering at High Energy Colliders”, Physical Review **D 53** (1996) 6078-6093; [arXiv :hep-ph/9507204].
96. Pumplin J., Stump D.R., Huston J., Lai H.L., Nadolsky P., Tung W.K., “New Generation of Parton Distributions with Uncertainties from Global QCD Analysis”, Journal of High Energy Physics 0207 :012(2002); [hep-ph/0201195].
97. Stump D., Huston J., Pumplin J., Tung W.K., Lai H.L., Kuhlmann S., Owens J., “Inclusive Jet Production, Parton Distributions, and the Search for New Physics”, Journal of High Energy Physics 0310 :046(2003); [hep-ph/0303013].
98. Olness F., Pumplin J., Stump S., Huston J., Nadolsky P., Lai H.L., Kretzer S., Owens F.J., Tung W.K., “Neutrino Dimuon Production and the Strangeness Asymmetry of the Nucleon”, European Physical Journal C40 :145(2005); [hep-ph/0312323].
99. Kretzer S., Lai H.L., Olness F., Tung W.K., “CTEQ6 Parton Distributions with Heavy Quark Mass Effects”, Physical Review **D69** 114005 (2004), [hep-ph/0307022].
100. Tung W.K., Lai H.L., Belyaev A., Pumplin J., Stump D., Yuan C.-P., “Heavy Quark Mass Effects in Deep Inelastic Scattering and Global QCD Analysis”, Journal of High Energy Physics **0702** : 053 (2007); [hep-ph/0611254].
101. Han R., Rainwater D.L., and Valencia G., “TeV resonances in top quark physics at the CERN LHC”, Physical Review **D 68**, 015003 (2003) 9 pages.
102. Brooijmans G. *et al* (New Physics Working Group), “New Physics at the LHC : A Les Houches Report. Physics at Tev Colliders 2007”, (2008) 127pages; [arXiv :0802.3715 [hep-ph]].
103. Lee B.W., Quigg C. and H.B.Thacker H.B., “Strength of Weak Interactions at Very High Energies and the Higgs Boson Mass”, Physical Review Letters **38** (1977) 883-885.

104. Veltman M., “Large Higgs mass and μe universality”, Physics Letters **B70** (1977) 253-254.
105. Peskin M.E and Wells J.D., “How can a heavy Higgs boson be consistent with the precision electroweak measurements”, Physical Review **D 64** 093003 (2001) 9 pages.
106. Chanowitz M.S., “Strong WW scattering at the end of the 90’s : theory and experimental prospects”, (1998) 28 pages; [arXiv :hep-ph/9812215].
107. Chanowitz M.S. and Gaillard M.K., “The TeV physics of strongly interacting W’s and Z’s”, Nuclear Physics **B261** (1985) 379-431.
108. Duncan M.J., Kane G.L. and Repko W.W., “ WW physics at future colliders”, Nuclear Physics **B272** (1986) 517-559.
109. Chanowitz M.S., “The no-Higgs signal : Strong WW scattering at the LHC”, Czechoslovak Journal of Physics **55**(2004) 45-58; hep-ph/0412203.
110. Cheung K., Chiang C-W. and Yuan T-C., “Partially strong WW scattering”, (2008); [arXiv :0803.2661[hep-ph]].
111. Mandelstam S., “Determination of the pion-nucleon scattering amplitude from dispersion relations and unitarity. General theory”, Physical Review **112** (1958) 1344-1360.
112. Gasiorowicz S., “Elementary particle physics”, John Wiley and Sons (1966).
113. Contogouris A.P., Mebarki N. and Arwood D., “Dispersion relations approach for heavy Higgs”, International Journal of Modern Physics **A2** (1987) 1075-1083.
114. Contogouris A.P, Mebarki N., Atwood A. and Tanaka H., “Bootstrapping a heavy Higgs”, Modern Physics Letters **A3** (1988) 295-301.
115. Nélipa N., “Physique des particules élémentaires”, Editions Mir Moscou (1981) 301-488.
116. Courant R. and Hilbert D., “Methods of mathematical Physics”, Vol.1 (1953) 112-163.
117. Iddir F., Le Yaouanc A., Olivier L., Pene O. and Raynal J.C., “ W^+W^- production in e^+e^- colliders : A test of strongly interacting Higgs sector”, Physical Review **D 41** (1990) 22-32.