

**Vergleich von Vertexalgorithmen
zur Messung der
Oszillationsfrequenz
von B_s^0 Mesonen
mit dem ATLAS Detektor am LHC**

Diplomarbeit
in der Studienrichtung Physik
zur Erlangung des akademischen Grades
Magister der Naturwissenschaften

eingereicht an der
**Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik
der Universität Innsbruck**

von
Harald Dür

durchgeführt bei Univ.-Doz. Mag. Dr. Emmerich Kneringer
am Institut für Astro- und Teilchenphysik

Innsbruck, Februar 2007

Danksagung

Ich möchte Herrn Univ-Doz. Dr. E. Kneringer für seine umfangreiche Betreuung und die Durchsicht dieser Arbeit herzlichst danken. Auch möchte ich mich bei Herrn Univ-Prof. Dr. D. Kuhn für sein Engagement der Gruppe gegenüber bedanken. Ebenso gilt mein Dank natürlich der gesamten Hochenergiegruppe in Innsbruck, die immer für Hilfestellungen offen waren. Nicht unerwähnt sollen die Mitglieder oder ehemalige Mitglieder der Innsbruck Gruppe am CERN bleiben, die mir während meiner Zeit in Genf immer mit Rat und Tat zur Seite gestanden sind.

Nun möchte ich mich bei denjenigen bedanken, die diese Arbeit und mein Studium erst ermöglicht haben: danke Mama, danke Oma und danke auch an meine Geschwister, dafür dass Ihr mich immer unterstützt habt.

Ein ganz besonderer Dank geht dabei an meine Freundin Sylvia, die seit Beginn meines Studiums immer für mich da war und es immer wieder geschafft hat mich zu motivieren. Danke für Deine Unterstützung!

Widmen möchte ich diese Arbeit meinem Vater Josef Dür, der das Ende meines Studiums leider nicht mehr miterleben durfte.

Danke auch an meine Freunde und Studienkollegen die Ihre Zeit mit mir auch nach Feierabend geteilt haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Das Standardmodell der Teilchenphysik	4
2.1.1	Die Elektroschwache Wechselwirkung - das GSW Modell	5
2.1.2	Spontane Symmetriebrechung und Higgsmechanismus	9
2.1.3	Die Fermionmassen und die CKM-Mischungsmatrix	11
2.2	Oszillation neutraler Mesonen	15
2.2.1	Das B_s^0 - $\bar{B}_s^0$ System	15
2.3	Die Produktion von b-Quarks in Proton-Proton-Kollisionen	19
2.3.1	Die Grundzüge der QCD	19
2.3.2	Der Wirkungsquerschnitt für die b-Quark Erzeugung	20
2.3.3	Der Hadronisationsprozess	21
3	Das Atlas Experiment	23
3.1	Der Grosse Hadronenbeschleuniger LHC	23
3.2	Der Atlas Detektor	24
3.2.1	Der Innere Detektor	26
3.2.2	Die Kalorimetersysteme von Atlas	28
3.2.3	Das Myonsystem	28
3.3	Das Atlas Triggersystem	30
3.3.1	Der B-Physik Trigger	31
4	Die Monte Carlo Produktionskette	33
4.1	Ereigniserzeugung	33
4.1.1	Signalereignisse	34
4.2	Die Detektor Simulation	38
4.3	Die Rekonstruktion	38
5	Die Analyse	42
5.1	Die Ereignisselektion	42
5.2	Ergebnisse der Analyse	43
5.2.1	Rekonstruktion der invarianten Massen	47
5.2.2	Proper Time, Zerfallsradius und g -Faktor	49

6	Vergleich zwischen CTMVFT- und VKalVrt-Vertexing Tool	54
6.1	Das VKalVrt Vertexing Tool	54
6.1.1	Der Algorithmus	54
6.1.2	Nebenbedingungen	56
6.1.3	Robuste Funktionale	57
6.1.4	Implementierung des VKalVrt-Vertexing Tools in den Analyse Code	58
6.2	Ergebnisse	60
7	Das Entdeckungspotential und die Sensitivität der Messung von Δm_s	70
7.1	Likelihood Funktion und Erzeugung des B_s^0 “Datensamples“	71
7.1.1	Bildung der Likelihoodfunktion	71
7.1.2	Erzeugung des B_s^0 “Datensamples“	72
7.2	Die Amplitudenfit-Methode	74
7.2.1	Die Abhängigkeit der Messung von Δm_s von der integrierten Lu- minosität	78
7.2.2	Die Abhängigkeit der Messung von Δm_s vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$. .	81
8	Diskussion	83
A	Das Light Job Submission Framework	86
	Literaturverzeichnis	89

Abbildungsverzeichnis

1.1	Entwicklung des Universums	3
2.1	Schematische Darstellung der Quarkübergänge	13
2.2	Reskalierte Darstellung des Unitaritätsdreiecks	14
2.3	Feynman Diagramme zu B_s^0 - $\bar{B}_s^0$ Oszillationen	15
2.4	Prozesse in niedrigster Ordnung der Störungsreihe	21
2.5	Einige Prozesse in nächst höherer Ordnung der Störungsreihe	21
2.6	Schematische Darstellung der Hadronisation	22
3.1	Schematische Darstellung des Large Hadron Colliders - LHC	23
3.2	Schematische Darstellung des Atlas Detektors	25
3.3	Der Innere Detektor	26
3.4	Ein Querschnitt durch das Myonsystem	29
3.5	Schematische Darstellung des Atlas Triggersystems	31
4.1	Schematische Darstellung der Monte Carlo Produktionskette	34
4.2	Massenspektrum der generierten Ereignisse	36
4.3	Transversalimpuls- und $ \eta $ -Verteilung der generierten B_s^0 Mesonen	37
4.4	Transversalimpuls- und $ \eta $ -Verteilung der Myonen	37
4.5	Transversalimpuls- und $ \eta $ -Verteilung aller generierten Teilchen	37
4.6	Schematische Darstellung der Rekonstruktionsschritte	39
4.7	Transversalimpulsverteilung aller rekonstruierten Spuren	40
4.8	Simulierte Ereignisse	41
5.1	Schematische Darstellung des $B_s^0 \rightarrow D_s^-(\phi\pi^-\pi^+)$ Zerfalls.	43
5.2	$ \Delta\theta $ und $ \Delta\phi $ zwischen den Kaonkandidaten	45
5.3	χ^2 Verteilungen der Vertex Fits von ϕ^0 , D_s^- und B_s^0	45
5.4	<i>Proper time</i> der rekonstruierten B_s^0 Mesonen	46
5.5	<i>Impact parameter</i> der rekonstruierten B_s^0 Mesonen	46
5.6	Transversalimpulsverteilung der rekonstruierten B_s^0 Mesonen	46
5.7	Rekonstruierte invariante ϕ Masse, normiert auf 10 fb^{-1}	47
5.8	Rekonstruierte invariante D_s Masse, normiert auf 10 fb^{-1}	48
5.9	Rekonstruierte invariante B_s^0 Masse, normiert auf 10 fb^{-1}	48
5.10	Verteilung des Fehlers des transversalen Zerfallsradius	49
5.11	Auflösung des transversalen Zerfallsradius	50
5.12	Pull des transversalen Zerfallsradius	51

5.13	Auflösung des g -Faktors im Verhältnis zu g_0	52
5.14	Der wahre Wert des g -Faktors der simulierten Ereignisse	53
5.15	Proper Time Auflösung parametrisiert mit zwei Gaussfunktionen	53
6.1	Effizienz der Vertexfit Methoden CTMVFT und VKalVrt	61
6.2	χ^2 -Verteilungen der ϕ , D_s und B_s^0 -Vertex-Rekonstruktionen	62
6.3	Auflösung und Pull der x-Koordinate des B_s^0 -Vertex	63
6.4	Auflösung und Pull der y-Koordinate des B_s^0 -Vertex	63
6.5	Auflösung und Pull der z-Koordinate des B_s^0 -Vertex	63
6.6	Auflösung und Pull der x-Koordinate des D_s -Vertex	64
6.7	Auflösung und Pull der y-Koordinate des D_s -Vertex	64
6.8	Auflösung und Pull der z-Koordinate des D_s -Vertex	64
6.9	Rekonstruktion der invarianten Massen	66
6.10	Die Verteilungen des Zerfallsradius	67
6.11	Verteilung des wahren g -Faktors g_0	68
6.12	Auflösung der <i>proper time</i> für die VKalVrt Methode	69
6.13	Auflösung der <i>proper time</i> für die CTMVFT Methode	69
7.1	Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s . . .	75
7.2	Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s . . .	76
7.3	Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s . . .	77
7.4	Die Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität. . .	78
7.5	Die Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität . .	79
7.6	Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität	80
7.7	Abhängigkeit der Δm_s Messung von der <i>proper time</i> Auflösung	80
7.8	Die Abhängigkeit der Δm_s Messung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$	81
8.1	Globaler CKM-Fit aus dem Jahre 2006	85
8.2	Globaler CKM-Fit aus dem Jahre 2005	85

Tabellenverzeichnis

2.1	Fundamentale Fermionen	4
2.2	Fundamentale Wechselwirkungen	5
5.1	Anzahl der erwarteten Ereignisse normiert auf 10 fb^{-1}	44
5.2	Zusammenfassung der Analyse	44
5.3	Fitergebnisse für die <i>proper time</i> Auflösung $\text{Res}(t t_{mean})$	52
6.1	Auflistung der Ergebnisse beider Vertex Methoden	60
7.1	Anzahl der zu erwartenden Hintergrundereignisse $B_d^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$	73
7.2	Anzahl der zu erwartenden Signalereignisse $B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$	73
7.3	Anzahl der zu erwartenden Hintergrundereignisse $B_d^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$	74
7.4	Die Abhängigkeit der Δm_s Messung	78
7.5	Abhängigkeit der Δm_s Messung von der <i>proper time</i> Auflösung	79
7.6	Die Abhängigkeit der Δm_s Messung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$	81

Kapitel 1

Einleitung

Das Standardmodell der Teilchenphysik ist zwar die am besten geprüfte Theorie in der Physik, doch trotz der Erfolge die diese Theorie in der Beschreibung der Materie vollbracht hat, lässt sie jedoch noch viele Fragen offen. So hat das Standardmodell viele freie Parameter (Massen der fundamentalen Teilchen, Anzahl der Teilchengenerationen, usw.), welche sich nicht aus der Theorie selbst herleiten lassen, sondern phänomenologische Fakten sind. Aus diesem Grund wurden Theorien entwickelt, welche, über das Standardmodell hinaus, Vorhersagen über die Gesetzmäßigkeiten des Mikrokosmos liefern. Die zur Zeit populärsten Theorien sind sogenannte supersymmetrische Theorien, diese sagen zusätzlich noch bisher unbeobachtete "Superpartner" zu den bereits bekannten Teilchen voraus. Hier spielt vor allem das letzte bis jetzt noch nicht entdeckte Teilchen, welches das Standardmodell vorhersagt, das Higgsteilchen, eine entscheidende Rolle. Aber es gibt auch noch andere Phänomene welche sich als Instrument zur Entdeckung neuer Physik, über das Standardmodell hinaus, eignen könnten. Eines davon ist das Phänomen der CP-Verletzung. CP-Verletzung bedeutet dabei, dass es bestimmte Prozesse gibt, welche mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten für Materie und Antimaterie ablaufen. Dies spiegelt sich in der Tatsache wieder, dass unser Universum von Materie dominiert wird, man kann also überspitzt formulieren, dass die CP-Verletzung im frühen Universum unsere Existenz gesichert hat, denn hätte es nicht irgendwann ein Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie gegeben, so hätten sie sich gegenseitig ausgelöscht. Im Standardmodell lässt sich dieses Phänomen zwar erklären, sagt aber sehr geringe Werte dafür vorher. Es ist daher fraglich ob die durch das Standardmodell erklärte CP-Verletzung alleine ausreichend war, um unser Universum so zu Erschaffen wie es ist, nämlich von Materie dominiert. Aus diesem Grund versucht man die Prozesse, in denen es zur CP-Verletzung kommt, genau zu untersuchen, um eventuell Abweichungen vom Standardmodell zu finden. So wurde in den letzten Jahrzehnten das System der Kaonen, in welchem die CP-Verletzung entdeckt wurde, genauestens untersucht, wobei die gemessene CP-Verletzung im Rahmen des Standardmodells liegt. Durch die Entwicklung auf dem Gebiet der Beschleunigertechnologie in den letzten 10-20 Jahren, hat sich nun ein neues Zielgebiet für die Erforschung der CP-Verletzung gefunden, das B-System. Als ein Instrument zur Messung der CP-Verletzung bietet hierbei das Phänomen der Teilchen-Antiteilchen-Oszillation neutraler Mesonen an. Denn im Standardmodell wird CP-Verletzung über eine komplexe Phase in der Quark-Mischungsmatrix eingeführt, welche eine unitäre Ma-

trix ist. Dadurch erhält man ein Gleichungssystem, welches ein Dreieck in der komplexen Ebene beschreibt, das sogenannte Unitaritätsdreieck. Der Flächeninhalt dieses Dreiecks ist nun ein Maß für die Stärke der CP-Verletzung. Bestimmt man die Frequenzen von B_d^0 - und B_s^0 -Oszillationen, und bildet deren Verhältnis zueinander, so kann man damit eine Seite des Unitaritätsdreieckes bestimmen. Die Oszillationsfrequenz im Falle des B_d^0 -Systems wurde schon bestimmt, doch im Falle des B_s^0 -Systems war die Oszillationsfrequenz zu Beginn dieser Arbeit noch nicht bekannt. Inzwischen wurde allerdings auch diese mit einer 5σ Signifikanz von der CDF-Kollaboration am Fermilab gefunden. Damit fallen nun auch allfällige Spekulationen, um Abweichungen der B_s^0 -Oszillationsfrequenz von der Standardmodellvorhersage, weg. Jedoch scheinen die Ressourcen am Fermilab ausgeschöpft, und genauere Messungen wird nur der LHC liefern können.

Um an die Grenzen der Bekannten Physik zu gelangen, oder diese zu Überschreiten, benötigt man ein Instrumentarium das ebenfalls an die Grenzen des technisch Möglichen geht. Solch ein Instrumentarium wird der *Large Hadron Collider* werden, denn er wird eine unglaubliche Schwerpunktsenergie von 14 TeV liefern, und vereinigt daher modernste Technologien in sich. Damit erzeugt man Energiedichten wie sie kurz (ca. 10^{-10} s) nach dem Urknall im Universum herrschten. Er wird aber nicht nur hohe Energien liefern, sondern auch sehr hohe Luminositäten (ungefähr 40 Millionen Proton-Proton Stöße pro Sekunde). Dies bedeutet einen Datenfluß den es bisher noch nicht gegeben hat. Um die riesigen Mengen an Daten zu verarbeiten, wurde die Entwicklung des Grid-Computings durch das LCG-Projekt maßgeblich vorangetrieben. Durch das Grid hat man die Möglichkeit Rechnerressourcen auf der ganzen Welt vernetzt zu nutzen, das heißt die Daten werden nicht mehr zentral am CERN verarbeitet, sondern verteilt an den Rechenzentren der Kollaborationsmitglieder. Bei so einem Großprojekt kann man natürlich nicht einfach abwarten bis es fertig ist und dann sehen was passiert, sondern man muss sich sehr gut darauf vorbereiten. Es müssen alle möglichen Szenarien simuliert werden, da man ungefähr wissen muss nach welchen Kriterien die Daten getriggert werden sollen. Dies ist speziell beim Atlas Experiment eine Herausforderung, da dieses Experiment ein Entdeckungsinstrument sein soll, und man vorher eben nicht weiß was es zu entdecken gibt. Aber nicht nur physikalische Szenarien müssen vorbereitet werden, sondern auch die Software die man zur Rekonstruktion und Analyse der Daten benötigt. Es gibt immer wieder neue Ideen und Methoden mit denen man versucht die Leistungen zu verbessern. Diese werden dann z.Bsp. mit etablierten Algorithmen verglichen und getestet, um zu sehen welche Methode die besseren Ergebnisse liefert. Diese Arbeit liefert dabei Beispiele für die Vorbereitungstätigkeiten eines solchen Großprojektes:

- In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen der CP-Verletzung und der Teilchen-Antiteilchen Oszillationen zusammengefaßt und erläutert. Ebenso wird kurz das theoretische Modell vorgestellt welches die Produktion von schweren Quarks in Proton-Proton Kollisionen beschreibt.
- In Kapitel 3 wird der LHC und das Atlas Experiment vorgestellt. Die einzelnen Subdetektoren welche für die B-Physik bedeutend sind werden etwas detaillierter beschrieben.

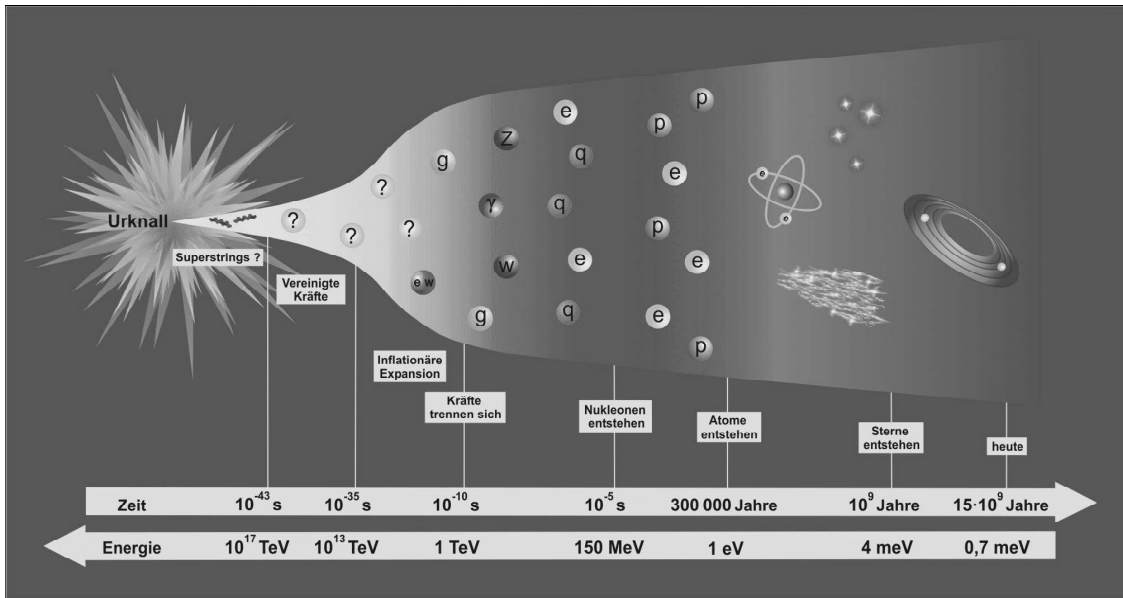


Abbildung 1.1: Die Entwicklung des Universums vom Urknall bis Heute. Mit der Energiedichte die der LHC liefert, wird es gelingen eine Zeitreise bis ungefähr 10^{-10} s nach dem Urknall zu machen, da man einen Zustand der Materie erzeugt, wie er zu diesem Zeitpunkt im Universums vorlag.

- Kapitel 4 beschäftigt sich mit der Erzeugung eines Datensamples und dessen Simulation und Rekonstruktion mit Hilfe des Grid-Computings.
- Kapitel 5 zeigt die Methodik wie die Daten analysiert und dadurch die für die Oszillationsmessung wichtigen Größen rekonstruiert werden.
- In Kapitel 6 wird eine neue Methode zur Sekundärvertexsuche vorgestellt, die VKalVrt Methode. Diese wurde in den Standard Analyse-Algorithmus implementiert und mit der etablierten CTMVFT Methode verglichen.
- In Kapitel 7 wird beschrieben wie man aus Informationen der Analyse die Sensitivität für die Messung von B_s^0 Oszillationen bestimmen kann.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Das Standardmodell [1, 2] der Teilchenphysik ist eine Quantenfeldtheorie, genauer gesagt eine $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Eichtheorie [3], wobei $SU(3)$ die Symmetriegruppe der starken Wechselwirkung (QCD), $SU(2)$ die Symmetriegruppe der schwachen Wechselwirkung und $U(1)$ die Symmetriegruppe der elektromagnetischen Wechselwirkung (QED) sind. Die vierte fundamentale Wechselwirkung, die Gravitation, ist im Standardmodell nicht enthalten, da es bis jetzt noch nicht gelungen ist, eine vernünftige quantenfeldtheoretische Beschreibung zu entwickeln. Da andererseits die Gravitation die weitaus schwächste aller Wechselwirkungen ist (siehe Tabelle 2.2), spielt sie in den Prozessen der Hochenergiephysik keine Rolle.

Der Theorie zufolge ist alle Materie aus fundamentalen Teilchen zusammengesetzt, welche allesamt *Fermionen* (Teilchen mit Halbzahligem Spin) sind. Diese lassen sich wiederum in Leptonen und Quarks einteilen, welche in 3 Generationen vorkommen, siehe Tabelle 2.1.

Generation	I	II	III	Ladung
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$	0 -1
Quarks	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$	2/3 -1/3

Tabelle 2.1: Fundamentale Fermionen

Leptonen existieren entweder als geladene oder neutrale Teilchen. Elektron, Myon und Tau besitzen die elektrische Ladung -1 , wobei jedem dieser Teilchen jeweils ein neutrales

linkshändiges Neutrino (ν_e, ν_μ, ν_τ) zugeordnet ist. Elektron, Myon und Tau unterliegen der elektrischen und der schwachen Kraft, wo hingegen die linkshändigen Neutrinos nur der schwachen Kraft unterliegen.

Quarks tragen drittelzahlige Ladung, $+2/3$ für die up-Typen (u,c,t) und $-1/3$ für die down-Typen (d,s,b) Quarks. Sie wechselwirken mit der elektrischen, schwachen und starken Kraft. Letzteres bedeutet, dass die Quarks noch eine weitere Ladung tragen, nämlich die Ladung der starken Wechselwirkung. Im Vergleich zur elektrischen Ladung, welche in positiver und negativer Form vorkommt, gibt es bei der starken Wechselwirkung drei Ladungen, welche mit rot, grün und blau bezeichnet werden, plus den dazugehörigen Antiladungen. Daher der Name Quantenchromodynamik für die Theorie der starken Wechselwirkung. Da jedes Quark Farbladung besitzt, diese in den Experimenten jedoch nicht direkt gemessen werden kann, handelt es sich bei den Hadronen¹ immer um farbneutrale Teilchen, d.h. Quarks existieren nicht als freie Teilchen. Dieses Phänomen wird als *Confinement* bezeichnet.

Die Wechselwirkungen zwischen den fundamentalen Fermionen werden durch Austauschteilchen vermittelt, sogenannten Eichbosonen (Teilchen mit Spin 1). Die fundamentalen Wechselwirkungen sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst.

Wechselwirkung	Träger der Wechselwirkung	Reichweite[m]	rel. Kopplungsstärke
Stark	8 Gluonen	10^{-15}	0.1-0.3
Elektromagnetisch	Photon γ	∞	1/137
Schwach	$Z^0, W^\pm$	10^{-17}	10^{-5}
Gravitation	Graviton (postuliert)	∞	10^{-39}

Tabelle 2.2: Fundamentale Wechselwirkungen

Das Standardmodell beinhaltet zwei unterschiedliche Sektoren. Die QCD beschreibt die starke Wechselwirkung zwischen Quarks, die elektromagnetische und schwache Wechselwirkung wird durch die Elektroschwache Theorie beschrieben. Alle Wechselwirkungen werden durch eine Quantenfeldtheorie beschrieben deren Grundkonzept die Invarianz der Lagrangedichte unter lokalen Eichtransformationen [3] ist. Um die geforderte Invarianz zu erhalten benötigt man zusätzliche Vektorfelder, welche dann als Austauschteilchen identifiziert werden. Auf diese Weise gelangt man automatisch zu einer Beschreibung der Fermionen mit ihren Wechselwirkungen.

2.1.1 Die Elektroschwache Wechselwirkung - das GSW Modell

Die Elektroschwache Theorie [1, 2] ist eine Vereinheitlichung von schwacher Wechselwirkung und elektromagnetischer Wechselwirkung. Sie wurde 1967 von Glashow, Sa-

¹Hadronen nennt man die aus den Quarks zusammengesetzten Teilchen.

lam und Weinberg begründet. Die der Theorie zugrunde liegende Symmetriegruppe ist $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Man geht aus von der freien Lagrangedichte von Elektron und Neutrino, beide repräsentiert durch Dirac Spinoren Ψ_e und Ψ_ν . Da man jedoch in der Natur noch nie ein rechtshändiges Neutrino beobachtet hat, teilt man die Fermionfelder in rechtshändige und linkshändige Felder auf.

$$\Psi = \Psi_L + \Psi_R \quad (2.1)$$

Wobei

$$\Psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\Psi, \quad \Psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\Psi \quad (2.2)$$

die Chiralen Eigenzustände [4, 2] sind, welche bei den masselosen Neutrinos identisch mit den Helizitätseigenzuständen sind.

Somit erhält man ein linkshändiges Dublett L und ein rechtshändiges Singlett R ,

$$L = \begin{pmatrix} \Psi_\nu \\ \Psi_e \end{pmatrix}_L, \quad R = \Psi_{eR}, \quad (2.3)$$

mit den dazugehörigen schwachen Isospins,

$$I_{3L} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ und } I_{3R} = 0, \quad (2.4)$$

und schliesslich die freie Lagrangedichte für Elektron und Neutrino,

$$\mathcal{L} = i(\bar{\Psi}_\nu, \bar{\Psi}_e)_L \gamma^\mu \partial_\mu \begin{pmatrix} \Psi_\nu \\ \Psi_e \end{pmatrix}_L + i(\bar{\Psi}_e \gamma^\mu \partial_\mu \Psi_e)_R. \quad (2.5)$$

Nun fordert man Invarianz unter lokaler $SU(2)$ Eichtransformation für (2.5),

$$\begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\nu \end{pmatrix}'_L = U(x) \begin{pmatrix} \Psi_e \\ \Psi_\nu \end{pmatrix}_L \quad (2.6)$$

mit

$$U(x) = \exp\left(ig \sum_{k=1}^3 \frac{\sigma^k}{2} \theta^k(x)\right). \quad (2.7)$$

Hierbei entspricht g einer schwachen Kopplungskonstante, und die 3 Generatoren σ^k von $SU(2)$ sind die wohlbekannten Paulimatrizen.

Setzt man nun die transformierten Felder in (2.5) ein, so brechen die Terme proportional zu $\partial_\mu \theta(x)$ die Eichinvarianz. Um die Invarianz dennoch sicherzustellen ersetzt man die partiellen Ableitungen in (2.5) durch kovariante Ableitungen:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ig \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} A_\mu^k \sigma^k. \quad (2.8)$$

Die drei A_μ^k sind Vektorfelder welche sich wie $A_\mu \rightarrow UA_\mu U^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}$ transformieren, und somit die Invarianz verletzenden Terme wegheben. Man erhält dadurch aber noch einen zusätzlichen Wechselwirkungsterm $\mathcal{L}_W$. Formt man dann noch um auf $W_\mu^\pm := \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \mp iA_\mu^2)$ erhält man schliesslich

$$\mathcal{L}_W = \underbrace{-\frac{g}{2}A_\mu^3(\bar{\Psi}_{\nu L}\gamma^\mu\Psi_{\nu L} - \bar{\Psi}_{eL}\gamma^\mu\Psi_{eL}) - \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^+(\bar{\Psi}_{\nu L}\gamma^\mu\Psi_{eL}) - \frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu^-(\bar{\Psi}_{eL}\gamma^\mu\Psi_{\nu L})}_{:= \mathcal{L}_{cc}}, \quad (2.9)$$

wobei die letzten beiden Terme geladene Ströme darstellen und die $W^\pm$ Felder als die geladenen Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung identifiziert werden.

Bisher wurde nur lokale Eichinvarianz unter $SU(2)$ Transformationen gefordert, um die Theorie jedoch zu vervollständigen benötigt man auch lokale Eichinvarianz unter $U(1)$ Transformationen $U(x) = \exp(i g' Y \alpha(x)/2)$. Man geht dabei analog zu $SU(2)$ vor, man benötigt jedoch nur ein Vektorfeld B_μ zur Sicherstellung der Eichinvarianz. Zu beachten ist aber, dass sich $U(1)$ nicht auf die elektrische Ladung Q (QED) sondern auf die Hyperladung Y bezieht:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.10)$$

Dabei erhält man folgende kovariante Ableitungen in (2.5), vereinfacht angeschrieben mit Hilfe von (2.3),

$$D_\mu L = (\partial_\mu - ig \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} A_\mu^k \sigma^k - i \frac{g'}{2} B_\mu Y_L) L = (\partial_\mu - ig \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} A_\mu^k \sigma^k + i \frac{g'}{2} B_\mu) L \quad (2.11)$$

$$D_\mu R = (\partial_\mu - i \frac{g'}{2} B_\mu Y_R) R = (\partial_\mu + i g' B_\mu) R \quad (2.12)$$

mit $Y_L = -1$ für linkshändige Felder und $Y_R = -2$ für rechtshändige Felder. Damit können wir nun (2.5) in einer allgemeineren Form anschreiben

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^k F_k^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + i \bar{L} \gamma^\mu D_\mu L + i \bar{R} \gamma^\mu D_\mu R. \quad (2.13)$$

Die ersten beiden Terme beschreiben die freien Vektorfelder A_μ^k und B_μ , wobei $F_{\mu\nu}$ und $B_{\mu\nu}$, die Feldstärketensoren, gegeben sind durch

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g \epsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k \quad (2.14)$$

$$B^{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.15)$$

Der letzte Term in (2.14) kommt aus der nichtabelschen Natur von $SU(2)$, $[A_\mu^i, A_\nu^i] = i \epsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$, die ϵ^{ijk} sind die Strukturkonstanten der Gruppe $SU(2)$ ².

²auch bekannt aus der Drehimpulsalgebra: der total antisymmetrische Tensor dritter Stufe

Setzt man die neu erhaltenen kovarianten Ableitungen in (2.9) ein, so erhält man nun einen vollständigen Ausdruck für den Wechselwirkungsterm

$$\mathcal{L}_W = \mathcal{L}_{CC} - \frac{1}{2}(gA_\mu^3 - g'B_\mu)j_\nu^\mu + \frac{1}{2}(gA_\mu^3 + g'B_\mu)j_{eL}^\mu - \frac{Y_R}{2}g'B_\mu j_{eR}^\mu \quad (2.16)$$

mit einer verkürzten Schreibweise für die Ströme

$$\begin{aligned} j_\nu^\mu &= \bar{\Psi}_{\nu L} \gamma^\mu \Psi_{\nu L} \\ j_{eL}^\mu &= \bar{\Psi}_{eL} \gamma^\mu \Psi_{eL} \\ j_{eR}^\mu &= \bar{\Psi}_{eR} \gamma^\mu \Psi_{eR} \\ j_{em}^\mu &= j_{eL}^\mu + j_{eR}^\mu \end{aligned} \quad (2.17)$$

Als nächsten Schritt wollen wir analog zu $W^\pm$ das Photon als Träger der elektromagnetischen Wechselwirkung identifizieren. Da aber A_μ^3 als auch B_μ an das Neutrino koppeln kommen beide Felder dafür nicht in Frage, da diese nur an die schwachen Felder koppeln. Da die beiden Felder A_μ^3 und B_μ aber bis jetzt noch masselos sind, bilden zwei aufeinander orthogonale Linearkombinationen beider Felder eine äquivalente Basis. Als erstes Basisfeld nimmt man jenes, welches an den Neutrinostrom koppelt, und als Photonfeld erhält man die dazu orthogonale Linearkombination

$$Z_\mu = \cos \theta_W A_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \quad (2.18)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W A_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu$$

mit dem Mischungswinkel θ_W , dem Weinbergwinkel³,

$$\begin{aligned} \cos \theta_W &= g / \sqrt{g^2 + g'^2} \\ \sin \theta_W &= g' / \sqrt{g^2 + g'^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Setzen wir diese neuen Felder in (2.16) ein, so erhalten wir mit den Ersetzungen $Y_R = -2$ und $gg' / \sqrt{g^2 + g'^2} = e$ schliesslich die endgültige Form der elektroschwachen Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_W = \mathcal{L}_{CC} + eA_\mu \cdot j_{em}^\mu - \frac{e}{\sin \theta_W \cdot \cos \theta_W} \cdot Z_\mu \cdot j_{NC}^\mu \quad (2.20)$$

$$j_{NC}^\mu = \frac{1}{2}j_{\nu L}^\mu - \frac{1}{2}j_{eL}^\mu + \sin^2 \theta_W j_{em}^\mu.$$

Wir haben nun neben den geladenen schwachen Strömen und dem elektromagnetischen Strom noch zusätzliche neutrale Ströme, welche auch einen Anteil des elektromagnetischen Stromes enthalten. Dies war zu Zeiten als Glashow, Salam und Weinberg die Theorie einführten noch eine Besonderheit, da man damals noch nichts von der Existenz

³Im Experiment zu $\sin^2 \theta_W = 0.2324 \pm 0.0012$ bestimmt.

dieser Ströme wusste. Diese wurden erst 1973 entdeckt.

Obwohl wir bis jetzt nur die erste Generation der Leptonen betrachtet haben, gilt alles bisherige natürlich genauso für die anderen Generationen. Auch die Quarks werden als Dubletts des schwachen Isospins aufgefasst

$$q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad q_R^u = u_R, \quad q_R^d = d_R \quad (2.21)$$

Damit haben wir also eine Eichtheorie für $SU(2) \otimes U(1)$, es ist aber nicht wirklich eine vereinheitlichte Theorie, wie es beispielsweise der Elektromagnetismus ist, da wir Y_R von Hand auf -2 gesetzt haben um zum Schluss auf die bekannte elektromagnetische Kopplung zu gelangen. Ausserdem lässt sich der Weinbergwinkel nur im Experiment bestimmen und folgt nicht aus der Theorie. Die Elektroschwache Theorie ist also vielmehr eine “vereinheitlichte Beschreibung“ zweier Wechselwirkungen. Ausserdem sind bis jetzt noch alle Teilchen masselos. Wir wissen aber durch die kurze Reichweite der schwachen Wechselwirkung, dass deren Eichbosonen massiv sein müssen. Um die Massen dieser Teilchen zu erklären bedient man sich des Phänomens der Spontanen Symmetriebrechung.

2.1.2 Spontane Symmetriebrechung und Higgsmechanismus

Die Grundidee der spontanen Symmetriebrechung ist, dass die Lagrangedichte $\mathcal{L}$ invariant unter einer bestimmten Symmetrie ist, der Grundzustand es jedoch nicht. Das heisst die Gesamtheit aller möglichen Grundzustände ist invariant, wählt man jedoch einen bestimmten aus, so ist dieser gegenüber den anderen ausgezeichnet, und die Symmetrie ist gebrochen.

Ausgangspunkt ist die Einführung skalarer Felder, die sog. “Higgsfelder“. Um drei Feldern des GSW-Modells eine Masse zu geben, benötigt man vier solcher Felder, bzw. ein komplexes Dublett:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

mit den Quantenzahlen $I_3 = \pm \frac{1}{2}$ und $Y = 1$. Als nächstes benötigen wir eine Lagrangedichte $\mathcal{L} = T - V$, also

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (\partial_\mu \phi)(\partial_\mu \phi^*) - V(\phi, \phi^*), \quad (2.23)$$

eine Lagrangedichte für komplexe Klein-Gordon Felder [3, 2], mit $V(\phi, \phi^*)$ als Potential. Wobei in allgemeiner Form

$$V(\phi, \phi^*) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi \phi^*)^2 \quad (2.24)$$

ist. Terme wie ϕ^3 , ϕ^5 , etc. wären nicht invariant bzw. renormierbar. Dieses Potential muss für den Grundzustand nun ein Minimum besitzen, und da es nach unten begrenzt sein muss, muss $\lambda > 0$ gelten. Damit es zu einer spontanen Symmetriebrechung kommt

muss weiters $\mu^2 < 0$ sein, so dass das Minimum nicht im Ursprung liegt. (2.24) ist rotationssymmetrisch, der Grundzustand bildet einen Kreis, also unendlich viele äquivalente Grundzustände, von denen jedoch die Natur nur einen bestimmten auswählt $\rightarrow$ Symmetrie ist spontan gebrochen.

Damit (2.23) $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ invariant ist, muss ∂_μ wieder durch die Kovariante Ableitung D_μ ersetzt werden, man erhält also

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (\partial_\mu \phi^* + ig \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} A_\mu^k \sigma^k \phi^* + ig' B_\mu \phi^*) (\partial_\mu \phi - ig \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} A_\mu^k \sigma^k \phi - ig' B_\mu \phi) - V(\phi, \phi^*). \quad (2.25)$$

Wählen wir nun als Minimum (Vakuumerwartungswert)

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \quad (2.26)$$

wird zwar $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Symmetrie gebrochen, jedoch bleibt die von $I_3 + Y$ erzeugte $U(1)$ Untergruppe, also die Ladung Q erhalten. Diese $U(1)$ Untergruppe entspricht genau der Symmetriegruppe der QED.

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q. \quad (2.27)$$

Wir haben nun die Möglichkeit ϕ um das Minimum zu entwickeln und gleichzeitig in Real- und Imaginärteil aufzuspalten, und erhalten somit:

$$\phi = e^{i\chi^a \sigma_a / (2v)} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \psi \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

wobei χ^a und ψ reelle Felder sind. Setzt man nun ϕ in dieser Form in (2.25) ein, so erhält man Terme die die Felder χ^a beinhalten, welche unphysikalische Teilchen darstellen und daher als "ghost Teilchen" bezeichnet werden. Diese können jedoch durch die sogenannte unitäre Eichung wegtransformiert werden:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-i\chi^a \sigma_a / (2v)} \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \psi \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Damit erhalten wir nun folgende Massenterme in der Lagrangedichte:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \dots - \lambda v^2 \psi^2 - \dots + \frac{v^2}{8} \left\{ g^2 [(A_\mu^1)^2 + A_\mu^2]^2 + (g A_\mu^3 - g' B_\mu)^2 \right\} \quad (2.30)$$

Mit der Identifikation von ψ als Higgsboson und der üblichen Redefinition der Felder A_μ^k und B_μ zu $W^\pm$, Z und A erhält man die Massen der Eichbosonen.

$$m_H^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2 \quad (2.31)$$

$$m_W = \frac{gv}{2} \quad (2.32)$$

$$m_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.33)$$

$$m_A = 0 \quad (2.34)$$

2.1.3 Die Fermionmassen und die CKM-Mischungsmatrix

Da auch Fermionen Masse besitzen, benötigt man in der Lagrangedichte auch dafür Massenterme. Jedoch Terme der Art $m_f \bar{f} f = m_f (\bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L)$ verletzen $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Symmetrie, da die linkshändigen Fermionen einem Dublett, und die rechtshändigen Fermionen einem Singlett zugeordnet sind. Es sollen nun wie bei den Eichbosonen die Massen der Fermionen über die Wechselwirkung mit dem Higgsfeld erklärt werden. Man bezeichnet diese Wechselwirkung auch als Yukawa Wechselwirkung

$$\mathcal{L}_{Yuk} = g_e \bar{L} \phi R + h.c., \quad (2.35)$$

wobei g_e die Higgs-Elektron-Elektron Kopplung und ϕ das Higgsfeld (2.22) ist. Setzt man nun den Vakuumerwartungswert in (2.35) ein, so erhält man den Massenterm für das Elektron

$$m_e = \frac{g_e v}{\sqrt{2}}. \quad (2.36)$$

Für die restlichen Generationen der Leptonen ist alles identisch und sie werden in der Lagrangedichte einfach aufsummiert. Für die Quarks gilt dies im Prinzip auch, jedoch bilden auch die up-artigen Quarks ein rechtshändiges Singlett und tragen ebenfalls Masse, was zu Flavour ändernden Strömen führt. Dazu betrachten wir die Yukawa Kopplung für die Quarks

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \sum_{i,j=1}^3 f_{ij} \bar{d}_{iL}^0 d_{jR}^0 \frac{v}{\sqrt{2}} + \sum_{i,j=1}^3 f_{ij} \bar{u}_{iL}^0 u_{jR}^0 \frac{v}{\sqrt{2}} \quad (2.37)$$

mit den Wechselwirkungszuständen

$$\begin{aligned} u_{1,2,3}^0 &= u^0, c^0, t^0 \\ d_{1,2,3}^0 &= d^0, s^0, b^0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

und den 3×3 Massenmatritzen

$$(M_U)_{i,j} = \frac{g_{ij}}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad (M_D)_{i,j} = \frac{f_{ij}}{\sqrt{2}}. \quad (2.39)$$

Die Masseneigenwerte erhält man durch Diagonalisieren, in dem man von links und rechts mit einer unitären Matrix⁴ multipliziert:

$$\text{diag}(m_u, m_c, m_t) = (U_L^u)^\dagger M_U U_R^u \quad (2.40)$$

$$\text{diag}(m_d, m_s, m_b) = (U_L^d)^\dagger M_D U_R^d \quad (2.41)$$

Die dazugehörigen Masseneigenzustände erhält man durch Drehung der Wechselwirkungszustände

$$u_{L,R}^0 = U_{L,R}^u u_{L,R}, \quad d_{L,R}^0 = U_{L,R}^d d_{L,R}. \quad (2.42)$$

⁴ $U_{L,R}^u (U_{L,R}^u)^\dagger = U_{L,R}^d (U_{L,R}^d)^\dagger = 1$

Dies hat Auswirkung auf den geladenen Strom

$$\bar{u}_L^0 \gamma^\mu d_L^0 W_\mu = \bar{u}_L (U_L^u)^\dagger \gamma^\mu U_L^d d_L W_\mu = \bar{u}_L (U_L^u)^\dagger U_L^d \gamma^\mu d_L W_\mu = \bar{u}_L \gamma^\mu V_{CKM} d_L W_\mu, \quad (2.43)$$

jedoch nicht auf den neutralen Strom

$$\bar{u}_L^0 \gamma^\mu u_L^0 Z^\mu = \bar{u}_L (U_L^u)^\dagger \gamma^\mu U_L^u u_L Z^\mu = \bar{u}_L \gamma^\mu u_L Z^\mu. \quad (2.44)$$

D.h. es existieren geladene flavour ändernde Ströme, jedoch keine neutralen flavour ändernde Ströme (FCNC), dieses Phänomen wird GIM Mechanismus genannt.

In (2.43) haben wir für das Produkt von $(U_L^u)^\dagger U_L^d = V_{CKM}$ geschrieben, welches die sogenannte CKM(Cabbibo-Kobayashi-Mskawa)-Matrix ist. Sie verbindet also die Masse-eigenzustände mit den Wechselwirkungszuständen und ist wieder eine unitäre Matrix. Man schreibt symbolisch:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Man kann zeigen, dass sich diese Matrix durch 4 Parameter, genauer gesagt durch 3 Euler-Winkel und eine komplexe Phase parametrisieren lässt. Eine genaue Herleitung findet man in [1](Anhang H). Da man jedoch gewisse Freiheiten bei diesem Verfahren hat, gibt es keine eindeutige Form der Parametrisierung. Eine häufig gewählte Darstellung ist die sog. Standardparametrisierung [5]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

mit $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ und $i, j = 1, 2, 3$ als Index für die 3 Generationen. θ_{12} bezeichnet in dieser Notation den Cabbibo Winkel⁵, der Mischungswinkel für zwei Generationen. Die komplexe Phase δ_{13} in (2.46) ist verantwortlich für die CP-Verletzung im Quarksektor, da bei Quarkübergangsprozessen das jeweilige CKM-Matrixelement zur Lagrangedichte hinzugefügt werden muss.

Experimentell lassen sich nur die Beträge $|V_{ij}|$ der Matrixelemente bestimmen, wobei sich für jedes Element bestimmte Zerfallskanäle anbieten. $|V_{ud}|$ z.Bsp. wird über den nuklearen β -Zerfall, also über den Neutronzerfall bestimmt. Die aktuellen experimentellen Werte sind [5]:

$$|V_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0.9739 - 0.9751 & 0.221 - 0.227 & 0.0029 - 0.0045 \\ 0.221 - 0.227 & 0.9730 - 0.9744 & 0.039 - 0.044 \\ 0.0048 - 0.014 & 0.037 - 0.043 & 0.9990 - 0.9992 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

⁵ $\sin\theta_C = 0.22$

Bei Betrachtung dieser experimentellen Werte erkennt man eine Hierarchie in den Quarkübergängen, d.h. Übergänge innerhalb einer Generation sind von der Ordnung 1 (Diagonalelemente). Übergänge zwischen erster und zweiter Generation sind einfach, zwischen zweiter und dritter zweifach und zwischen erster und dritter sogar dreifach unterdrückt (siehe Abbildung 2.1).

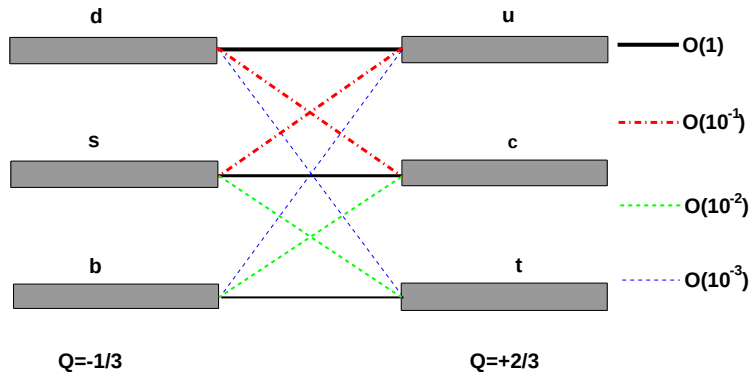


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Quarkübergänge

Diese Hierarchie erklärt auch anschaulich die verhältnismässig lange Lebensdauer des schweren b Quarks. Vergleicht man nun dies mit der Standarddarstellung, so spiegelt sich diese Hierarchie folgenderweise wieder:

$$s_{12} = 0.22 \gg s_{23} = \mathcal{O}(10^{-2}) \gg s_{13} = \mathcal{O}(10^{-3}) \quad (2.48)$$

Diese Relationen benutzt man nun um neue Variablen einzuführen:

$$s_{12} \equiv \lambda = 0.22, \quad s_{23} \equiv A\lambda^2, \quad s_{13}e^{-i\delta_{13}} \equiv A\lambda^3(\rho - i\eta), \quad (2.49)$$

welche man nun in die Standarddarstellung einsetzt, womit man die sog. Wolfenstein Parametrisierung erhält:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Benutzt man nun die Unitaritätseigenschaft der CKM-Matrix, $V_{CKM}V_{CKM}^\dagger = 1 = V_{CKM}^\dagger V_{CKM}$, so erhält man 6 orthogonalitätsrelationen, also 6 Gleichungen welche ein Dreieck in der komplexen Ebene beschreiben.

$$\begin{aligned} \underbrace{V_{ud}V_{us}^*}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{cd}V_{cs}^*}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{td}V_{ts}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} &= 0 & \underbrace{V_{ud}^*V_{cd}}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{us}^*V_{cs}}_{\mathcal{O}(\lambda)} + \underbrace{V_{ub}^*V_{cb}}_{\mathcal{O}(\lambda^5)} &= 0 \\ \underbrace{V_{us}V_{ub}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{V_{cs}V_{cb}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{V_{ts}V_{tb}^*}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} &= 0 & \underbrace{V_{cd}^*V_{td}}_{\mathcal{O}(\lambda^4)} + \underbrace{V_{cs}^*V_{ts}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} + \underbrace{V_{cb}^*V_{tb}}_{\mathcal{O}(\lambda^2)} &= 0 \\ \underbrace{V_{ud}V_{ub}^*}_{(\rho + i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{cd}V_{cb}^*}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{td}V_{tb}^*}_{(1 - \rho - i\eta)A\lambda^3} &= 0 & \underbrace{V_{ud}^*V_{td}}_{(\rho + i\eta)A\lambda^3} + \underbrace{V_{us}^*V_{ts}}_{-A\lambda^3} + \underbrace{V_{ub}^*V_{tb}}_{(1 - \rho - i\eta)A\lambda^3} &= 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Es haben zwar alle Dreiecke denselben Flächeninhalt, mit Hilfe der Wolfenstein Parametrisierung sieht man jedoch das nur bei zwei Gleichungen alle Seiten von der gleichen Ordnung in λ sind. Diese beiden Gleichungen beschreiben dasselbe Dreieck, das sog. *Unitaritätsdreieck*.

$$[(\rho + i\eta) + (-1) + (1 - \rho - i\eta)]A\lambda^3 = 0 \quad (2.52)$$

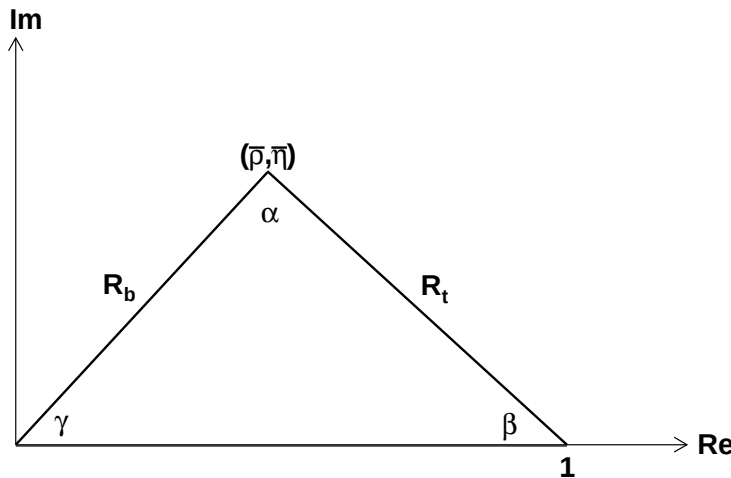


Abbildung 2.2: Reskalierte Darstellung des Unitaritätsdreiecks

Zieht man nun noch Korrekturen nächster Ordnung in λ in Betracht, so erhält man die sog. generalisierten Wolfenstein Parameter:

$$\bar{\rho} \equiv \rho(1 - \frac{1}{2}\lambda^2), \quad \bar{\eta} \equiv \eta(1 - \frac{1}{2}\lambda^2), \quad (2.53)$$

welche einfach in (2.52) eingesetzt werden:

$$[(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) + (-1) + (1 - \bar{\rho} - i\bar{\eta})]A\lambda^3 = 0. \quad (2.54)$$

Dividiert man diese Gleichung durch $A\lambda^3$ und führt R_b und R_t folgendermaßen ein

$$R_b \equiv \sqrt{\bar{\rho}^2 + \bar{\eta}^2} = (1 - \frac{\lambda^2}{2}) \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| \quad (2.55)$$

$$R_t \equiv \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} = \frac{1}{\lambda} \left| \frac{V_{td}}{V_{cb}} \right| \quad (2.56)$$

erhält man das Dreieck wie in Abb.2.1.3 dargestellt. Mit Hilfe von R_b und R_t gelangt man zu folgenden wichtigen Relationen:

$$V_{ub} = A\lambda^3 \left(\frac{R_b}{1 - \lambda^2/2} \right) e^{-i\gamma} \implies \delta_{13} = \gamma \quad (2.57)$$

Für Untersuchungen der CP-Verletzung ist es also notwendig das Unitaritätsdreieck so gut wie möglich zu bestimmen, da man direkt die komplexe Phase der CKM-Matrix bestimmen kann, und weiters ist die Fläche des Unitaritätsdreiecks ein Maß für die Stärke der CP-Verletzung.

2.2 Oszillation neutraler Mesonen

Diese Arbeit beschäftigt sich mit $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Oszillationen und es wird daher das Phänomen der neutralen Meson-Oszillationen am Beispiel des B-Systems erläutert. Teilchenoszillationen sind Prozesse bei denen sich Teilchen in ihre Antiteilchen verwandeln (und umgekehrt). Diese Oszillationen werden dadurch erklärt, dass in neutralen Meson Systemen die Masseneigenzustände unterschiedlich von den Flavour Eigenzuständen sind. Dabei haben die beiden Masseneigenzustände eine etwas unterschiedliche Masse, was zu Übergängen zwischen beiden Zuständen führt. Im Standard Modell treten diese Oszillationen in sogenannten Boxdiagrammen auf dem *one loop level* auf. Diese werden dominiert über den Austausch von top-Quarks. B-Oszillationen sind also sensitiv auf die Topquarkmasse und sind weiters ein wichtiges Instrument zur Bestimmung des Unitaritätsdreiecks.

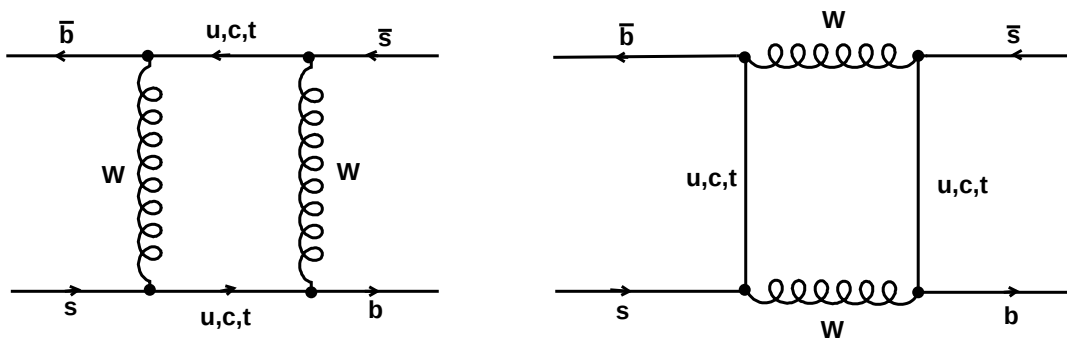


Abbildung 2.3: Feynman Diagramme zu $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Oszillationen

2.2.1 Das $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ System

Es gibt zwei neutrale B-Systeme, nämlich $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ und $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ bei denen es zum Phänomen der Oszillation kommt. Im folgenden wollen wir das $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ System beschreiben, der Formalismus ist jedoch für beide Systeme identisch. Solch ein System wird anfangs in einem wohldefinierten Flavoureigenzustand $|B\rangle$ bzw. $|\bar{B}\rangle$ produziert, mit

$$|B_s^0\rangle = \bar{b}s \quad \text{und} \quad |\bar{B}_s^0\rangle = b\bar{s}. \quad (2.58)$$

Durch flavourändernde Prozesse (Abb. 2.2) entwickelt sich dieser Zustand in eine zeitabhängige quantenmechanische Superposition zweier Flavourzustände:

$$|B_s^0(t)\rangle = a(t) |B_s^0\rangle + b(t) |\bar{B}_s^0\rangle. \quad (2.59)$$

Dieser Zustand erfüllt die Schrödingergleichung

$$i \frac{\partial |B_s^0(t)\rangle}{\partial t} = H_{\text{eff}} |B_s^0(t)\rangle \quad (2.60)$$

mit H_{eff} als effektiver Hamiltonoperator der schwachen Wechselwirkung. H_{eff} lässt sich in Matrixschreibweise schreiben als $H_{\text{eff}} = M - \frac{i}{2}\Gamma$, wobei M die sog. Massenmatrix und Γ die Zerfallsmatrix ist:

$$M = \begin{pmatrix} M & M_{12} \\ M_{12}^* & M \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12}^* & \Gamma \end{pmatrix}. \quad (2.61)$$

Dabei wurden die Hermitizität beider Matrizen und das CPT-Theorem [2] verwendet:

$$M_{21} = M_{12}^* \quad \text{und} \quad \Gamma_{21} = \Gamma_{12}^* \quad (2.62)$$

$$M_{11} = M_{22} = M \quad \text{und} \quad \Gamma_{11} = \Gamma_{22} = \Gamma. \quad (2.63)$$

Somit kann man (2.60) umschreiben in

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M - \frac{i}{2}\Gamma & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M - \frac{i}{2}\Gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Durch Diagonalisieren erhält man die Masseneigenzustände des $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Systems

$$|B_L\rangle = p |B_s^0\rangle - q |\bar{B}_s^0\rangle \quad (2.65)$$

$$|B_H\rangle = p |B_s^0\rangle + q |\bar{B}_s^0\rangle \quad (2.66)$$

mit den dazugehörigen Eigenwerten

$$\lambda_{H,L} = \left(M - \frac{i}{2}\Gamma \right) \pm \frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right), \quad (2.67)$$

wobei

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}}, \quad \text{und} \quad |p|^2 + |q|^2 = 1. \quad (2.68)$$

Damit kann man die Masseneigenwerte und die Eigenwerte der Zerfallsbreiten folgendermassen anschreiben:

$$M_{H,L} = M \pm \text{Re}(Q), \quad \Gamma_{H,L} = \Gamma \pm 2\text{Im}(Q) \quad (2.69)$$

mit

$$Q = \sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right) \left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \right)}. \quad (2.70)$$

Daraus folgt für den Massenunterschied Δm der beiden Masseneigenzustände

$$\Delta m = M_H - M_L = 2\text{Re}(Q) = 2|M_{12}| \quad (2.71)$$

und für die Differenz der Lebensdauern der beiden Masseneigenzustände

$$\Delta\Gamma = \Gamma_H - \Gamma_L = -4\text{Im}(Q) = 2 \frac{\text{Re}(M_{12}\Gamma_{12}^*)}{|M_{12}|} \ll \Delta m. \quad (2.72)$$

Da $\Delta\Gamma \ll \Delta m$ ist es also praktischer, die Masseneigenzustände des $B_s^0\text{--}\bar{B}_s^0$ Systems bezüglich ihrer Massen zu unterscheiden als über deren Lebensdauern. Dies ist der wesentliche Unterschied zum System der neutralen Kaonen, welches über den grossen Unterschied der Lebensdauern der Kaon-Masseneigenzustände charakterisiert wird ($K_{L(ong)}, K_{S(hort)}$).

Nun wollen wir die Zeitabhängigkeit des $B_s^0\text{--}\bar{B}_s^0$ Systems genauer betrachten. Diese ist durch (2.60) wohldefiniert und ergibt für die Masseneigenzustände

$$|B_H(t)\rangle = |B_H\rangle e^{-i\lambda_H t}, \quad \text{und} \quad |B_L(t)\rangle = |B_L\rangle e^{-i\lambda_L t} \quad (2.73)$$

Drückt man die Masseneigenzustände wiederum durch die Flavoureigenzustände (2.65) und (2.66) aus, so erhält man die zeitliche Entwicklung für einen zur Zeit $t = 0$ produzierten Zustand $|B_s^0\rangle$ bzw. $|\bar{B}_s^0\rangle$:

$$|B_s^0(t)\rangle = g_+(t) |B_s^0\rangle + g_-(t) \frac{q}{p} |\bar{B}_s^0\rangle \quad (2.74)$$

$$|\bar{B}_s^0(t)\rangle = g_+(t) |\bar{B}_s^0\rangle + g_-(t) \frac{p}{q} |B_s^0\rangle \quad (2.75)$$

mit

$$g_{\pm} = \frac{1}{2} (e^{-i\lambda_H t} \pm e^{-i\lambda_L t}). \quad (2.76)$$

$|g_+(t)|^2$ ist also proportional zur Wahrscheinlichkeit, dass ein zur Zeit $t = 0$ produzierter Flavoureigenzustand $|B_s^0\rangle$ ($|\bar{B}_s^0\rangle$) als Zustand $|B_s^0\rangle$ ($|\bar{B}_s^0\rangle$) in der Zeit propagiert und $|g_-(t)|^2$ ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, dass ein zur Zeit $t = 0$ produzierter Flavoureigenzustand $|B_s^0\rangle$ ($|\bar{B}_s^0\rangle$) als Zustand $|\bar{B}_s^0\rangle$ ($|B_s^0\rangle$) in der Zeit propagiert.

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $P_{\pm}(t)$, mit

$$P_{\pm}(t) = \frac{\Gamma^2 - \left(\frac{\Delta\Gamma}{2}\right)^2}{2\Gamma} e^{-\Gamma t} \left(\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma t}{2}\right) \pm \cos(\Delta m t) \right) \quad (2.77)$$

gibt also die Wahrscheinlichkeit an, ob ein erzeugter Zustand $|B^0\rangle$ ($|\bar{B}^0\rangle$) als $|B_s^0\rangle$ ($|\bar{B}_s^0\rangle$) oder als $|\bar{B}_s^0\rangle$ ($|B_s^0\rangle$) zerfällt. Verwendet man $\Delta\Gamma \ll \Delta m$, setzt also näherungsweise $\Delta\Gamma = 0$, vereinfacht sich (2.77) zu

$$P(t)^{unmix} = \frac{1}{2} \Gamma e^{-\Gamma t} [1 + \cos(\Delta m t)] \quad (2.78)$$

und

$$P(t)^{mix} = \frac{1}{2} \Gamma e^{-\Gamma t} [1 - \cos(\Delta m t)], \quad (2.79)$$

wobei man mit $P(t)^{mix}$ bzw. $P(t)^{unmix}$ die Wahrscheinlichkeit angibt, ob Oszillation stattfindet oder nicht.

Integriert man $P(t)^{mix}$ nach der Zeit, erhält man die sog. zeitintegrierte Mixing-Wahrscheinlichkeit

$$\chi_s = \int_0^\infty P(t)^{mix} dt = \frac{1}{2} \frac{x_s^2}{1+x_s^2}, \quad \text{mit} \quad x_s = \frac{\Delta m}{\Gamma_s}, \quad (2.80)$$

wobei x_s der sog. Mixing-Parameter ist. Diese ergibt im $B_s^0-\bar{B}_s^0$ System aufgrund von $\Delta x_s \gg 1$ einen Wert von $\chi_s \approx \frac{1}{2}$ und ist daher ungeeignet. Für das $B_d^0-\bar{B}_d^0$ System ist die zeitintegrierte Wahrscheinlichkeit jedoch eine wichtige Größe.

Bemerkung: Die Masseneigenzustände $|B_{H,L}\rangle$ sind keine Eigenzustände des CP Operators. Diese sind nur identisch falls $|q/p|^2 = 1$ gilt und somit M_{12} und Γ_{12} real sind. Man erhält also

$$|B_{H,L}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B_s^0\rangle \pm |\bar{B}_s^0\rangle) \quad (2.81)$$

für die Massen- und CP-Eigenzustände. Da im allgemeinen $|q/p|^2 \neq 1$ gilt, ist die Abweichung von 1 ein Parameter für die CP-Verletzung im $B_s^0-\bar{B}_s^0$ System:

$$1 - \left| \frac{q}{p} \right| \simeq \text{Im} \left(\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right). \quad (2.82)$$

Man erwartet Effekte in der Größenordnung von $\sim \mathcal{O}(10^{-3})$ für das $B_d^0-\bar{B}_d^0$ System und $\lesssim \mathcal{O}(10^{-4})$ für das $B_s^0-\bar{B}_s^0$ System [6].

Wie bereits erwähnt, können $B_s^0-\bar{B}_s^0$ Oszillationen im Standardmodell in niedrigster Ordnung durch Boxdiagramme beschrieben werden. Durch deren Auswertung erhält man folgenden Ausdruck:

$$\Delta m_q = 2 |M_{12}| = \frac{G_F^2 m_W^2}{6\pi^2} \eta_B m_{B_q} B_{B_q} f_{B_q}^2 (V_{tq}^* V_{tb})^2 S_0 \left(\frac{m_t^2}{m_W^2} \right). \quad (2.83)$$

G_F ist die Fermikonstante, η_B ist ein QCD Korrekturfaktor, m_{B_q} ist die Masse des B Mesons (Subindex q steht für s oder d), f_b und B_{B_q} sind das Zerfallverhältnis und der sog. “bag“ Parameter, und $S_0(m_t^2/m_W^2)$ ist eine kinematische Funktion welche die Abhängigkeit von der top Masse beschreibt. η_B und $S_0(m_t^2/m_W^2)$ sind ziemlich gut bekannt, da aufgrund der Kurzreichweitigkeit der $B_s^0-\bar{B}_s^0$ Übergänge QCD Korrekturen noch verlässlich perturbativ behandelt werden können. In f_b und B_{B_q} liegen die grössten Unsicherheiten, sie stammen vom hadronischen Matrixelement $\langle \bar{B}^0 | j_\mu^{V-A} j^{V-A,\mu} | B^0 \rangle$ und können nur theoretisch abgeschätzt werden.

Um diese Unsicherheiten besser in den Griff zu bekommen bildet man das Verhältnis

$$\frac{\Delta m_s}{\Delta m_d} = \frac{m_{B_s}}{m_{B_d}} \xi^2 \left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2; \quad (2.84)$$

wobei $\xi = (f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}}) / (f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}})$ von $\mathcal{O}(1)$ ist und durch Gitter QCD Berechnungen bis auf eine Unsicherheit von 5 – 6% abgeschätzt werden kann [6]. Schliesslich kann man aufgrund von $|V_{ts}| = |V_{cb}|$ die Länge der Seite R_t (2.56) des Unitaritätsdreiecks bestimmen.

2.3 Die Produktion von b-Quarks in Proton-Proton-Kollisionen

Im Unterschied zu e^+e^- Collidern, wie es zum Beispiel LEP war, bestehen die kollidierenden Teilchen, die Protonen, beim LHC aus den sogenannten Partonen (Quarks und Gluonen). Der Streuprozess wird daher durch die QCD beschrieben und ist komplexer als bei e^+e^- Kollisionen. Es gibt mehrere Möglichkeiten der Streuung zwischen den einzelnen Quarks und auch der Gluonen, da aufgrund der nicht-abelschen Symmetriegruppe $SU(3)$ der QCD auch Gluon-Gluon Kopplungen möglich sind.

2.3.1 Die Grundzüge der QCD

Die QCD ist - wie die QED und die elektroschwache Theorie - eine Eichtheorie. Wie schon in Kap.2.1 erwähnt ist die Symmetriegruppe der QCD die Gruppe $SU(3)$, eine nicht-abelsche Gruppe, und es gibt drei Farbladungen rot, grün und blau in Analogie zu der elektrischen Ladung in der QED. Um Invarianz unter lokalen $SU(3)$ Transformationen zu gewährleisten benötigt man 8 Vektorfelder in der kovarianten Ableitung, welche als die Gluonen identifiziert werden. Die Lagrangedichte ist gegeben durch

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q - g(\bar{q}\gamma^\mu T_a q)G_\mu^a - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}, \quad (2.85)$$

mit g als Kopplungskonstante, den acht Gellmann Matrizen T_a , die Generatoren von $SU(3)$, und $G_{\mu\nu}$ als Feldstärketensor. Durch Auswertung des letzten Terms, welcher die nichtabelsche Eigenschaft beinhaltet (analog zu (2.14)), kann man (2.85) symbolisch schreiben als

$$\mathcal{L}_{QCD} = \bar{q}q + G^2 + g \cdot \bar{q}qG + g \cdot G^3 + g^2 \cdot G^4, \quad (2.86)$$

wobei die letzten beiden Terme die Selbstwechselwirkung des Gluons beschreiben. Dies bedeutet, dass Gluonen selbst Farbladung tragen. Dies hat starken Einfluss auf das Verhalten von Quarks und Gluonen: sind sie nahe beisammen, dann spüren sie die starke Wechselwirkung kaum, da α_s klein ist. Man kann so ein System störungstheoretisch beschreiben. Werden die Abstände zwischen den Partonen grösser, so wird auch die rücktreibende Kraft immer grösser und die Störungstheorie bricht zusammen, da $\alpha_s \approx 1$ wird. Dieses Verhalten wird als asymptotische Freiheit bezeichnet. Entfernt man zwei Quarks immer weiter voneinander, so bilden die Feldlinien des Kraftfeldes der starken Wechselwirkung einen sogenannten Farb-String, der irgendwann soviel Energie beinhaltet, dass er auseinanderbricht und zwei neue Quarks hervorbringt. Quarks oder Gluonen können daher nicht als freie Teilchen existieren. Man bezeichnet diese Eigenschaft als *confinement*.

In führender Ordnung ist die Abhängigkeit der starken Kopplung von der Energie gegeben durch

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \log(Q^2/\Lambda^2)}, \quad (2.87)$$

wobei Q^2 der Impulübertrag zwischen den Partonen und n_f die Anzahl der *flavours* ist. Λ ist ein Skalenparameter und kann als Übergangswert zwischen Hadronen und quasifreien Quarks oder Gluonen betrachtet werden. Es ist ein freier Parameter der QCD und muß experimentell bestimmt werden.

2.3.2 Der Wirkungsquerschnitt für die b-Quark Erzeugung

Schwere Quarks, wie es auch das b Quark ist, werden in tief inelastischen harten Prozessen erzeugt. Dies sind Prozesse der Art $A + B \rightarrow Q + X$, wobei A und B zwei Protonen sind und Q das erzeugte Quark. Da wie bereits angeführt die Protonen aus Partonen bestehen hängt der totale Wirkungsquerschnitt auch von der Verteilung dieser im Proton ab:

$$\sigma_{ij \rightarrow k} = \sum_{ij} \int dx_1 \int dx_2 \hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}(x_1 x_2 \hat{s}, m_k^2, \mu^2) F_i(x_1, \mu^2) F_j(x_2, \mu^2). \quad (2.88)$$

$x_1 x_2 \hat{s}$ ist die quadratische Schwerpunktsenergie, μ ist die Renormalisierungsskala und m_k ist die Masse des zu erzeugenden Quarks. Die Funktionen $F_i(x_1, \mu^2)$ und $F_j(x_2, \mu^2)$ sind die Partonen-Verteilungsfunktionen und $\hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}$ ist der kurzreichweitige Wirkungsquerschnitt (*“hard scattering cross section“*) für die Erzeugung des gewünschten Quarks aus den Partonen i und j . Gleichung (2.88) ist also eine Faltung zwischen den Verteilungsfunktionen $F_i(x_1, \mu^2)$ und $F_j(x_2, \mu^2)$, welche die Wahrscheinlichkeiten dafür angeben, ein Parton i, j mit dem Impulsanteil x_1, x_2 in Proton A oder B zu finden, und dem Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}$ der die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass die Partonen i und j ein Quark k produzieren.

Die Parton Verteilungsfunktionen werden nicht aus der Theorie berechnet, sondern stammen aus Auswertungen experimenteller Daten. Der Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}$ kann jedoch mittels perturbativer QCD berechnet werden. Es ergibt sich also

$$\hat{\sigma}_{ij \rightarrow k}(\hat{s}, m_k^2, \mu^2) = \sigma_0 c_{ij}(\rho, \frac{\mu^2}{m_k^2}), \quad (2.89)$$

mit $\hat{s}$ wiederum als Schwerpunktsenergie zum Quadrat, $\rho = 4m^2/\hat{s}$ und $\sigma_0 = \alpha_s^2(\mu^2)/m_k^2$. $c_{ij}(\rho, \frac{\mu^2}{m_k^2})$ ist die Störungsreihe in Ordnungen von α_s , wobei die Terme verschiedener Ordnungen die kohärente Summe der einzelnen Matrixelemente der jeweiligen Ordnungen sind. Die Prozesse in niedrigster Ordnung (LO, *leading order*) sind Quark-Antiquark-vernichtung und Gluon-Gluon-Fusion:

$$q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q} \quad (2.90)$$

$$g + \bar{g} \rightarrow Q + \bar{Q} \quad (2.91)$$

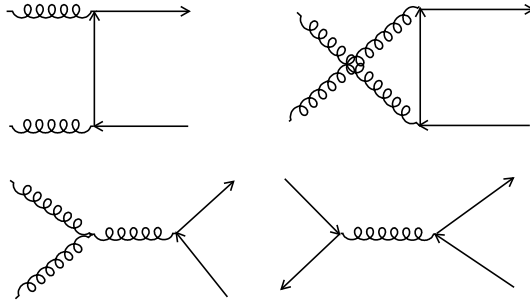


Abbildung 2.4: Prozesse in niedrigster Ordnung der Störungsreihe

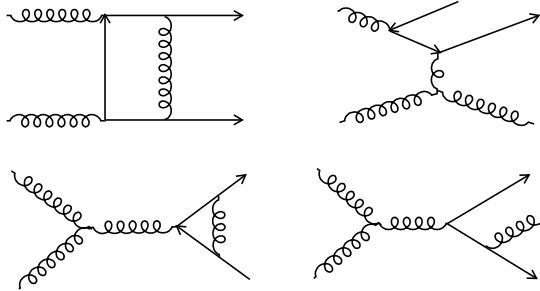


Abbildung 2.5: Einige Prozesse in nächst höherer Ordnung der Störungsreihe

Die Prozesse nächst höherer Ordnung (NLO, Next to Leading Order) sind:

$$q + \bar{q} \rightarrow Q + \bar{Q} + q \quad (2.92)$$

$$g + g \rightarrow Q + \bar{Q} + g \quad (2.93)$$

$$q\bar{q} + g \rightarrow Q + \bar{Q} + q\bar{q} \quad (2.94)$$

wobei die ersten beiden Gleichungen Strahlungskorrekturen zu den Termen niedrigster Ordnung sind. Die dritte Gleichung beschreibt Quark-Gluon-Streuung, welche in niedrigster Ordnung nicht vorkommt. Dieser Prozess beschreibt die Streuung eines schweren angeregten See-Quarks⁶ an einem leichten Quark oder an einem Gluon, und wird Flavour-Anregung genannt.

2.3.3 Der Hadronisationsprozess

Wir haben nun die Erzeugung von b Quarks in Proton-Proton-Kollisionen besprochen, da diese aber Farbladung tragen rekombinieren sie zu farbneutralen Singletts, also zu

⁶See Quarks sind Quarks die in Paarerzeugungs- und -vernichtungsprozessen aus den zwischen den Quarks ausgetauschten Gluonen entstehen. Die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung solcher Quarks hängt von der Energie der Hadronen ab

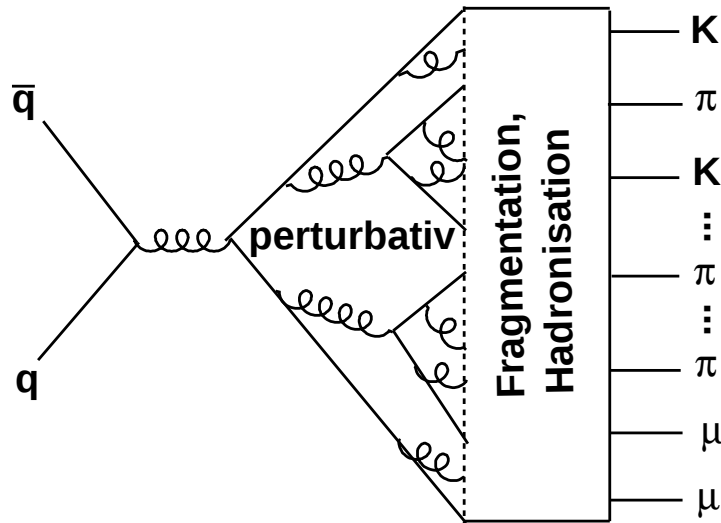


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung der Hadronisation: Durch Abstrahlung von Gluonen kommt es in der Folge zu einem Partonschauer. Anfangs ist dieser Prozess noch perturbativ beschreibbar, doch mit zunehmender Teilchenzahl wird die Energie pro Teilchen immer geringer, bis die Störungsreihe zusammenbricht.

den im Detektor beobachtbaren Hadronen. Dabei strahlen die erzeugten Quarks Gluonen ab, welche dann wiederum in Quark Antiquarkpaare zerfallen. Dies führt zu einem Partonschauer, wobei die Anfangsenergie der Quarks auf die fragmentierten Partonen aufgeteilt wird und dadurch $\alpha_s(Q^2)$ immer größer wird. Folglich lässt sich der Prozess irgendwann nicht mehr perturbativ beschreiben. Für die Beschreibung dieser nicht perturbativen Prozesse wurden eine Reihe von phänomenologischen Modellen entwickelt, wobei PYTHIA [7], das Programm das in Atlas zur Ereigniserzeugung verwendet wird, das Lund-String-Fragmentationsmodell [7] verwendet.

Kapitel 3

Das Atlas Experiment

3.1 Der Grosse Hadronenbeschleuniger LHC

Der LHC ist ein Proton-Proton Collider mit einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV, einer Design Luminosität von $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ und einer Bunch-Crossing Rate von 25 ns. Pro Bunch-Crossing kommt es ungefähr zu 23 Proton-Proton Stößen. Der LHC wird in dem schon existierenden Tunnel des Large Electron-Positron Colliders (LEP) 100 m tief unter der Erdoberfläche mit einem Umfang von 27 km gebaut. Die Energiedichte

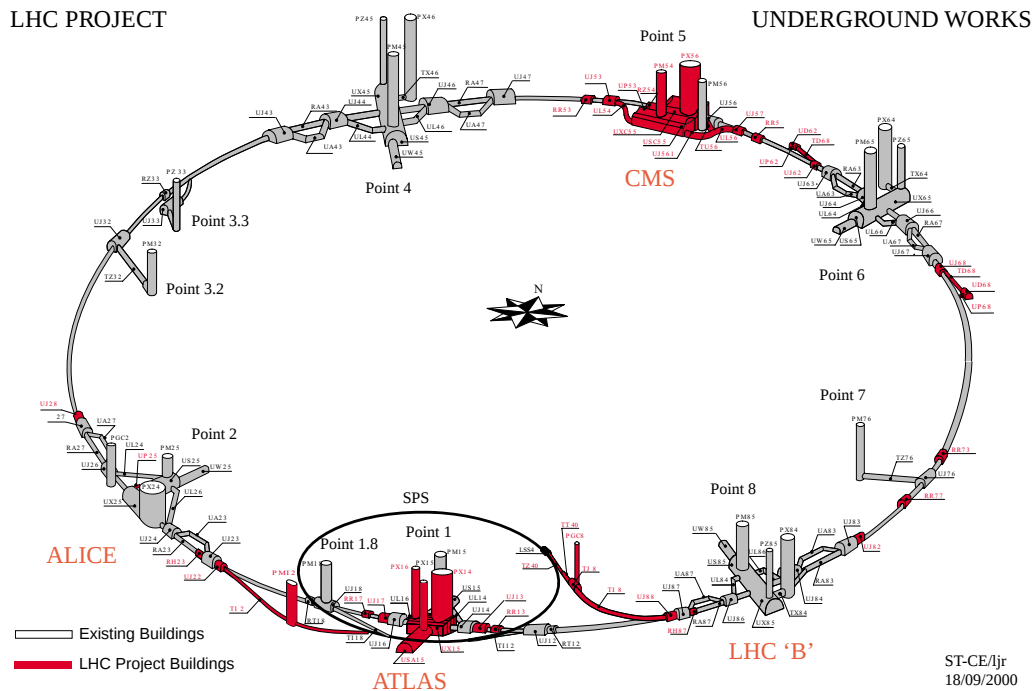


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Large Hadron Colliders - LHC

die der LHC aufbringen wird ist vergleichbar mit Energien die kurz nach dem Urknall (etwa 10^{-10} s) im Universum herrschten. Physiker erhoffen sich dadurch Antworten auf bisher noch ungelöste Fragen, wie etwa: gibt es das Higgsboson wirklich oder vielleicht sogar mehrere. Was kommt nach dem Standardmodell - vielleicht Supersymmetrie? Um Antworten auf diese Fragen zu bekommen baut man vier grosse Experimente:

1. ATLAS: das größte Experiment, es ist dafür ausgelegt einen weiten Bereich an physikalischen Fragestellungen abzudecken.
2. CMS: das andere grosse Experiment, es ist ebenfalls für ein breites Spektrum an physikalischen Fragestellungen konzipiert.
3. LHCb: dieses Experiment ist speziell auf die B-Physik ausgelegt. Es ist geplant Präzisionsmessungen der CP-Verletzung und seltener B-Zerfälle durchzuführen.
4. Alice: dieser Detektor wird der Schwerionenphysik gewidmet sein um die stark wechselwirkende Materie bei hohen Dichten zu untersuchen (Stichwort Quark-Gluon Plasma).

Um die Protonen bei diesen hohen Energien in der Bahn zu halten werden am LHC supraleitende Spulen zur Erzeugung der hohen Magnetfeldstärken eingesetzt. Man verwendet Protonen, da Elektronen aufgrund ihrer geringen Masse und der darausfolgenden starken Synchrotronstrahlung nicht auf solche Energien beschleunigt werden können. Falls man das Higgsboson oder neue Physik entdeckt, wird man daher für Präzisionsmessungen einen linearen e^+e^- Beschleuniger¹ bauen.

Der LHC hat zwar eine geplante Luminosität von $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, jedoch wird man den Beschleuniger in den ersten 2 bis 3 Jahren mit einer niedrigeren Luminosität von $10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ betreiben. In dieser Zeit wird die Datennahme für die Messung von $B_s^0-\bar{B}_s^0$ Oszillationen stattfinden, da bei hoher Luminosität die Spurendichte pro Ereignis zu hoch für den B-Physik Trigger ist. Bei hoher Luminosität sind im B-Physik Programm Messungen zu seltenen B-Zerfällen mittels eines Di-Myon Triggers [8, 9] vorgesehen.

3.2 Der Atlas Detektor

Der Atlas Detektor wird, wie schon erwähnt, der grösste Detektor am LHC werden. Er misst eine Länge von ungefähr 46 Meter mit einem Radius von 11 Metern und wiegt etwa 7000 Tonnen.

Der Detektor ist aus vier Hauptsystemen aufgebaut, der Innere Detektor und dem Myon System, beides Spurdetektoren, und dem elektromagnetischen und hadronischen Kalorimeter. Er besitzt zusätzlich noch zwei Magnet Systeme: ein 2 Tesla Solenoid im Inneren Detektor und ein toroidales Feld im Myon System, welches eine Feldstärke von etwa 4 Tesla aufbringen wird. Die supraleitenden Spulen des Solenoids liegen direkt vor dem elektromagnetischen Kalorimeter und sind Teil desselben Vakuumsystems um

¹Es gibt bereits Pläne für einen linearen Beschleuniger, genannt ILC(International Linear Collider)

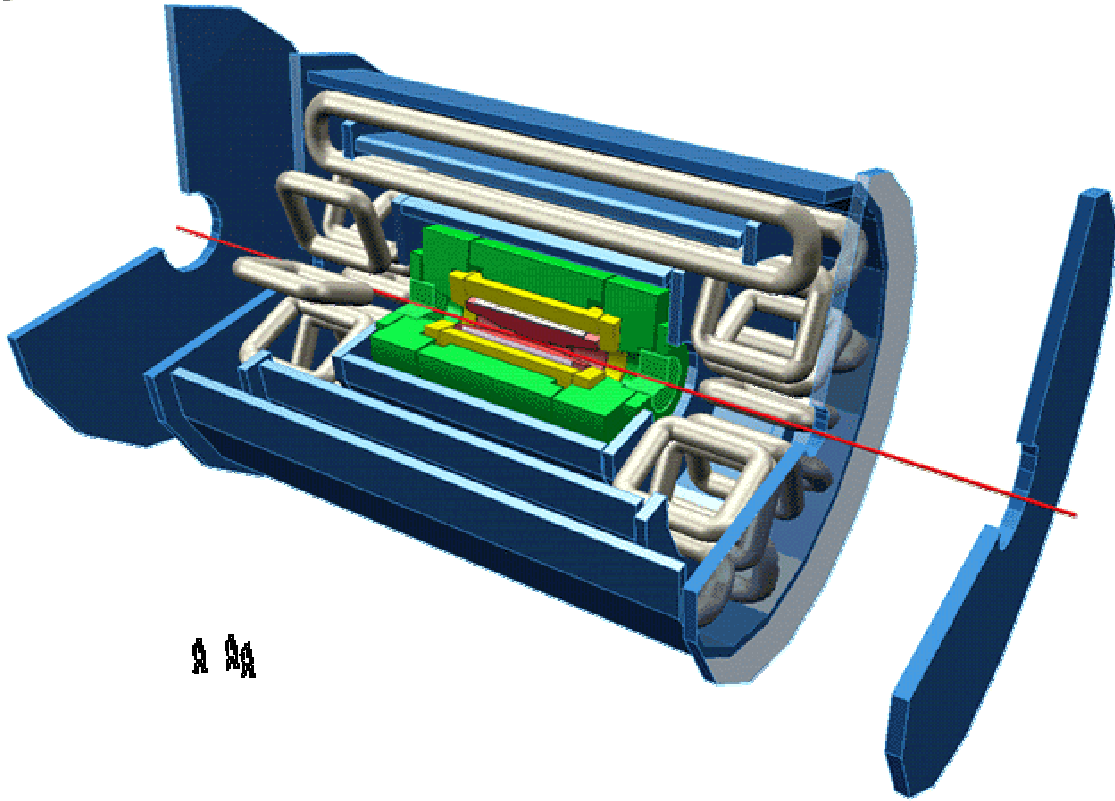


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Atlas Detektors mit dessen Subsystemen: in der Mitte befindet sich der Innere Detektor (rot), anschliessend das elektromagnetische Kalorimeter (gelb) dann das Hadron Kalorimeter (grün) und aussen herum das Muon System (blau).

zusätzlich Materialeffekte vor dem Kalorimeter zu vermeiden. Das toroidale Magnetsystem besteht aus 8 riesigen supraleitenden Luftkernspulen, welche jeweils um 45° versetzt um die Strahlachse angeordnet sind, und aus zwei Magneten an den Endkappen.

Das Koordinatensystem des Atlas Detektors ist wie folgt definiert: die positive x -Achse zeigt in Richtung des Mittelpunktes des Beschleunigers und die y -Achse nach oben. Da das Koordinatensystem ein Rechtssystem bildet zeigt die z -Achse in Richtung der Strahlachse in der von den x - und y -Achsen vordefinierten Richtung (z -Achse zeigt in Richtung Genf). Aufgrund der Rotationssymmetrie des Detektors ist es zweckmäßiger

in sphärische Koordinaten zu wechseln:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.1)$$

$$\phi = \tan^{-1}(y/z) \quad (3.2)$$

$$\theta = \tan^{-1}(z/r) \quad (3.3)$$

wobei $\phi \in [-\pi, \pi]$ und $\theta \in [0, \pi]$. Jedoch verwendet man anstatt des Polarwinkels θ die sogenannte Pseudorapidität η :

$$\eta = -\log(\tan(\theta/2)) \quad (3.4)$$

mit $\eta \in [-\infty, \infty]$, da diese eine lorentzinvariante Größe ist. Mit longitudinal bezeichnet man die Projektion von Variablen auf die z -Achse. Transversal bedeutet die Projektion von Variablen auf die xy - bzw. $r\phi$ -Ebene.

3.2.1 Der Innere Detektor

Der Innere Detektor dient zur Spur- und Vertex-Rekonstruktion, Impuls- und Impact-Parametermessung und Elektron Identifikation. Alle geladenen Teilchen hinterlassen Signale im Inneren Detektor, man benötigt daher eine hohe Auflösung zur genauen Bestimmung der Spuren um die hohe Spurdichte (200 Spuren pro Ereignis bei hoher Luminosität) aufzulösen. Der Innere Detektor ist dabei aus weiteren drei Subsystemen

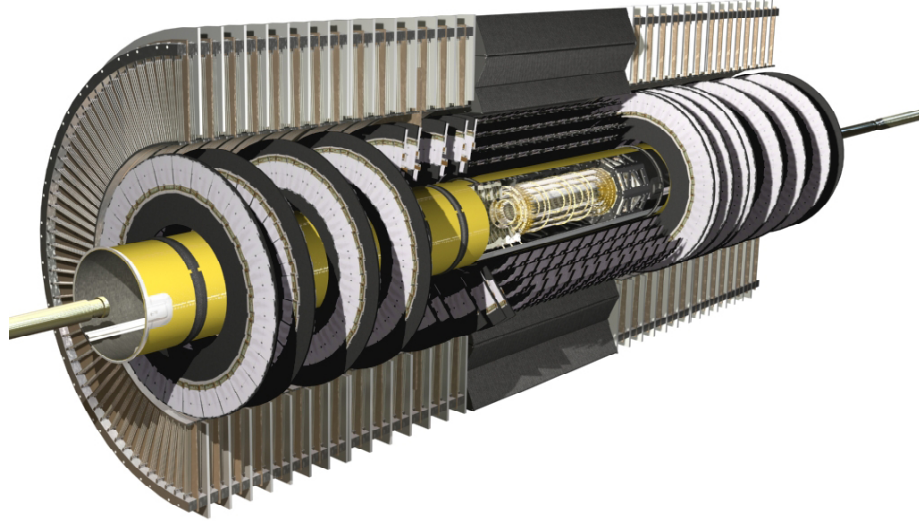


Abbildung 3.3: Der Innere Detektor: Er besteht von innen nach aussen aus dem Pixel Detektor, dem Semi Conductor Tracker und dem Transition Radiation Tracker. Er ist im Gesamten ungefähr 6 Meter lang und misst 2 Meter im Durchmesser.

aufgebaut: dem Pixel Detektor, dem Semi Conductor Tracker (SCT) und dem Transition Radiation Tracker (TRT). Jedes Subsystem ist dabei in einen um die Strahlachse rotationssymmetrischen Zylinder (*barrel region*) und in zwei Endkappen Bereiche (*endcap regions*) unterteilt.

Der Pixel Detektor

Der Pixel Detektor ist der innerste Teil des Detektors. Er besteht aus drei Schichten im *barrel* Bereich, und drei Scheiben in den *endcaps* um 3 Messungen im gesamten Bereich $|\eta| < 2.5$ sicherzustellen. Die drei Schichten liegen bei 50.5, 88.5 und 122.5 mm in radialer Richtung, und ± 495 , ± 580 und ± 650 mm in Richtung der z -Achse. Der Pixel Detektor hat eine sehr hohe Granularität mit einer Summe von 80 Millionen Pixelelementen auf 1456 Modulen im *barrel* und 144 Modulen in jedem *endcap*. Die Pixelelemente haben eine Größe von $50\ \mu\text{m}$ in $r\phi$ und $400\ \mu\text{m}$ in z Richtung, wobei jedes Modul 62.4 mm lang und 21.4 mm breit ist. Da der Pixel Detektor verantwortlich ist für die hohe Auflösung des Impact Parameters und für das Auffinden von kurzlebigen Teilchen (B, τ), bestimmt er im wesentlichen die Performance des gesamten Inneren Detektors. Dabei ist vor allem die innerste Schicht (*b-layer*) des Pixeldetektors wichtig für b-tagging [11] und das Auffinden von Primärvertices.

Der Semi Conductor Tracker - SCT

Der SCT ist das mittlere Detektor Subsystem. Es besteht aus 4 Schichten von Silizium Detektoren im *barrel* Bereich und jeweils 9 Scheiben im Endkappenbereich. Die Schichten bestehen aus jeweils 2 Modulen welche Rücken an Rücken in einem Winkelabstand von 40 mrad montiert sind. Es gibt 2442 Doppelmodule im *barrel* und 1976 in den Endkappen. Die Doppelmodule sind bei 301 mm, 373 mm, 445 mm und 516 mm in radialer Richtung und zwischen ± 85 cm und 272 cm in z -Richtung montiert. Sie überdecken ebenfalls einen Bereich von $|\eta| < 2.5$. Jeder Silizium Detektor hat eine Größe von 6.3 mal 6.4 cm und besitzt 780 Auslesebänder im Abstand von $80\ \mu\text{m}$. Sie bilden im gesamten eine Fläche von $61\ \text{m}^2$ und haben in etwa 6.2 Millionen Auslesekanäle. Der SCT ergänzt die drei Präzisionsmessungen des Pixeldetektors mit acht Präzisionsmessungen und erhöht damit wesentlich die Performance des Inneren Detektors.

Der Transition Radiation Tracker - TRT

Der TRT ist das äußerste Detektorsubsystem und liegt direkt vor dem Solenoid welches das Magnetfeld im Inneren Detektor erzeugt. Er besteht aus einem Hohlzylinder und zwei identischen Endkappen. Diese bestehen aus Strohhalmen ähnlichen Röhrchen in deren Mitte ein mit Gold beschichteter Draht mit einem Durchmesser von $30\ \mu\text{m}$ liegt. Die Röhrchen selbst haben einen Durchmesser von 4 mm und eine Länge von 144 cm im Zylinder. Sie sind mit einem Gasgemisch von 70% Xe, 20% CO_2 und 10% CF_4 gefüllt. Der TRT hat 50000 Röhrchen im *barrel* Zylinder und 320000 radial angeordnete in den Endkappen. Mit dem TRT hat man die Möglichkeit zur Elektronenidentifikation durch die Detektion der abgestrahlten Photonen, die die Elektronen beim Durchgang durch den Detektor abgeben (Transition Radiation). Man verwendet daher zwei verschiedene Schwellen um zwischen Spuren (niedrigere Schwelle) und Transition Radiation (hohe Schwelle) zu unterscheiden.

3.2.2 Die Kalorimetersysteme von Atlas

Die Kalorimetersysteme von Atlas messen Energie und Position (in der $r\phi$ -Ebene) von Teilchen. Dabei besitzt der Atlas Detektor zwei Kalorimetersysteme, ein elektromagnetisches und ein hadronisches. Das elektromagnetische Kalorimeter ist mit flüssigem Argon gefüllt und dient zur Identifikation von Elektronen und Photonen. Das hadronische Kalorimeter dient zur Identifikation von Hadronen und ist etwas komplexer. Es benutzt ebenfalls ein flüssig-Argon System sowie ein in Eisen eingebettetes Plastik Szintillatorsystem. Da jedoch diese Systeme wenig Bedeutung für die B-Physik haben wird hier nicht genauer darauf eingegangen. Mehr Information findet man in [12].

3.2.3 Das Myonsystem

Das Myonsystem ist das äusserste und grösste Detektorsubsystem des Atlas Detektors. Es umschließt das toroidale Magnetsystem und verleiht dem Atlas Detektor seine Größe. Das Myonsystem dient einerseits dazu Myonen zu triggern und andererseits dazu deren Impulse zu messen. Es besteht daher aus Trigger-Kammern und aus hoch präzisen Tracking-Kammern. Der Impuls der Myonen wird über die Krümmung ihrer Spuren im Magnetfeld bestimmt, wobei das Magnetfeld im *barrel* Bereich das Gebiet $|\eta| < 1$ und in den Endkappen das Gebiet $1.4 < |\eta| < 2.7$ abdeckt. Im Übergangsbereich ist das Magnetfeld eine komplexe Überlagerung beider Magnetfelder.

Das Myonsystem hat zwei Arten von Tracking Chambers, nämlich Monitored Drift Tubes (MDT) und Cathode Strip Chambers (CSC). Die MDT's decken fast den gesamten η Bereich ab, ausser im innersten Ring der am nächsten zum Wechselwirkungspunkt gelegenen Endkappe, wo man aufgrund des hohen Teilchenflusses die CSC's verwendet. Die CSC's decken den Bereich $2 < |\eta| < 2.7$ ab. Die MDT's bestehen aus Aluminiumröhren mit 30 mm Durchmesser und einem 50 μm dicken W-Re² Draht in der Mitte. Sie sind mit einem Ar-CH₄-N₂ Gasgemisch bei einem Druck von 3 bar gefüllt. Die typische Auflösung eines Drahtes ist ungefähr 80 μm , diese wird durch ein Multi-Layer Design erhöht. Die MDT's werden in einem Radius von 5, 7 und 10 Metern montiert. Die Endkappen werden in einem Abstand vom Wechselwirkungspunkt bei $z = \pm 7, \pm 10, \pm 14$ und ± 23 m aufgebaut. Die CSC's sind *multi-wire chambers*, das heisst eine Kammer ist gefüllt mit vielen Drähten. Dadurch erhält man eine bessere Auflösung, nämlich $< 60 \mu\text{m}$. Die einzelnen Kammern sind gefüllt mit einem Gasgemisch aus Ar(30%), CO₂(50%) und CF₄(20%) und ein einzelner W-Re Draht hat einen Durchmesser von 30 μm .

Der Myon Trigger besteht aus Resistive Plate Chambers (RPC) im barrel Bereich und aus Thin Gap Chambers (TGC) in den Endkappen. Beide zusammen decken einen Bereich bis zu $|\eta| = 2.4$ ab. Der Myon Trigger hat 3 Aufgaben. Die erste ist die Bestimmung von Bunch-Crossings, was eine zeitliche Auflösung besser als 25 ns bedeutet. Die zweite Aufgabe liegt im effizienten Triggern von Myonen bei einem vordefinierten cut-off für den Transversalimpuls und die dritte Aufgabe ist eine Positionsbestimmung zusätzlich zu den MDT's und CSC's.

Die RPC's bestehen aus zwei 2 mm dicken Platten die durch eine Gaskammer gefüllt mit C₂H₂F₄ getrennt sind. Sie haben eine Auflösung im Bereich von Nanosekunden. Die

²Wolfram-Rhenium

TGC's sind ähnlich gebaut, jedoch mit einem anderen Gasgemisch gefüllt und operieren im Sättigungsbereich wobei sie eine Auflösung von etwa 5 ns haben. Die Positionen der RPC's und TGC's sind in Abbildung 3.4 zu sehen.

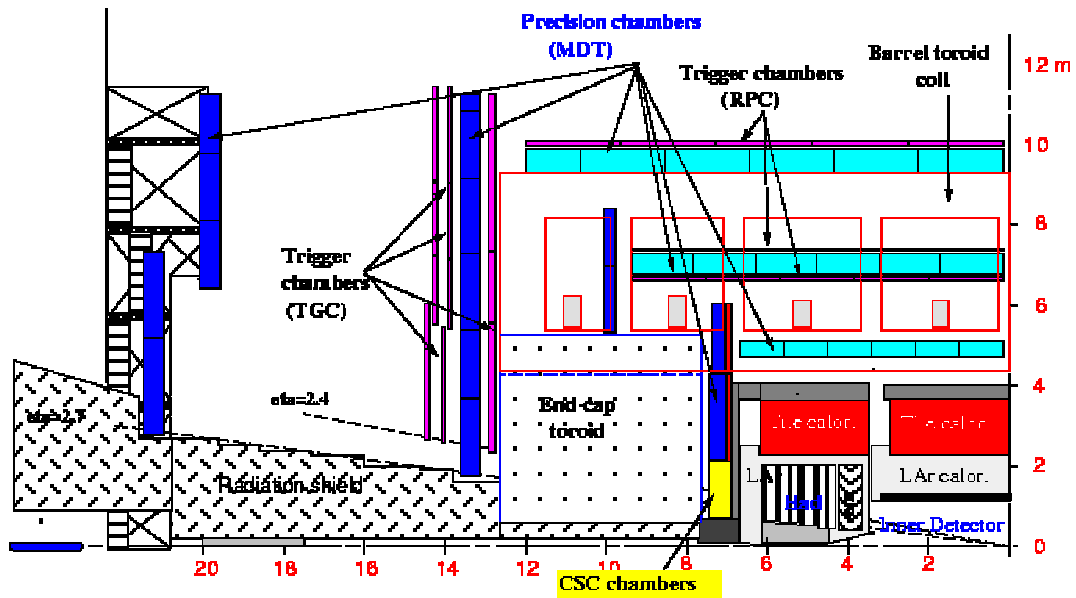


Abbildung 3.4: Ein Querschnitt durch das Myonsystem

3.3 Das Atlas Triggersystem

Der LHC wird eine Bunch Crossing Rate von 40 MHz haben, das heißt alle 25 ns muss eine Entscheidung gefällt werden, ob ein Ereignis akzeptiert wird oder nicht. Jedes Ereignis hat eine Größe von ungefähr 1.5 Megabyte, was 60 Terabyte pro Sekunde bedeuten würde. Da diese riesige Datenmenge nicht bewältigbar ist, muss man die interessantesten Ereignisse aus dem riesigen Datenhintergrund auswählen. Das ist die Aufgabe des Trigger- und Datenerfassungssystems (TDAQ): die Daten aus dem Detektor auslesen, die möglicherweise interessanten Ereignisse filtern und für die spätere Analyse abzuspeichern. Dies geschieht in drei Stufen, wobei die Datenrate von Stufe zu Stufe reduziert wird:

Der Level1 Trigger: Da man in dieser ersten Triggerstufe nur etwa $2.5 \mu\text{s}$ Zeit hat, um eine Entscheidung zu fällen, werden hier nur Informationen aus dem Myon System und dem Kalorimeter verwendet. Um dieser strikten zeitlichen Anforderung zu genügen ist der Level1 Trigger ein reiner Hardware Trigger und direkt in das Detektor Auslesesystem integriert. Er reduziert die Ereignisrate von 40 Mhz auf 75 khz. In den Kalorimetern wird nach Regionen gesucht, welche einen bestimmten Schwellenwert für die transversale Energie E_t überschreiten. Im Myon System wird nach Myonen gesucht, deren Transversalimpulse einen Schwellenwert von $6 \text{ GeV}/c^2$ oder $20 \text{ GeV}/c^2$ überschreiten. Wird ein Ereignis akzeptiert senden alle Detektorsysteme ihre Daten an den sogenannten *Region of Interest Builder*, welcher die Daten für die weitere Bearbeitung aufbereitet und dann mit einer Übertragungsrate von 160 GB/s an die nächste Stufe weiterleitet.

Der Level2 Trigger: Die Daten die der Level1 Trigger weiterleitet werden in sogenannten *Readout Buffers* (RoB) zwischengespeichert, womit der Level2 Trigger eine Zeit von 10 ms zur weiteren Verarbeitung zur Verfügung hat. Da der Level2 Trigger nur die interessantesten Bereiche (RoI's) des Detektors untersucht, kann er zusätzliche Informationen aus dem Inneren Detektor verwenden. Dadurch ist der Level2 Trigger in der Lage, Spuren zu rekonstruieren und deren Transversalimpuls zu messen. Wird ein Ereignis akzeptiert, so werden die Gesamten Daten über den Event Builder mit einer Übertragungsrate von 5 GB/s an die dritte Triggerstufe weitergeleitet. Die Ereignisrate wird dabei auf 1 kHz reduziert.

Der Event Filter: Die dritte Triggerstufe ist der sogenannte Event Filter. Hier hat man 1 s Zeit um eine Entscheidung zu treffen. Aufgrund der relativ langen Zeit, die der Event Filter zur Verfügung hat, werden hier offline ähnliche Algorithmen verwendet und eine volle Rekonstruktion der Ereignisse ist möglich. Zusätzlich können die Ereignisse klassifiziert und - um die Offline Rekonstruktion zu erleichtern - in verschiedene Streams geschrieben werden. Die endgültige Ereignisrate wird durch den Event Filter auf 100 Hz reduziert, was einem Datenfluss von etwa 320 MB/s entspricht.

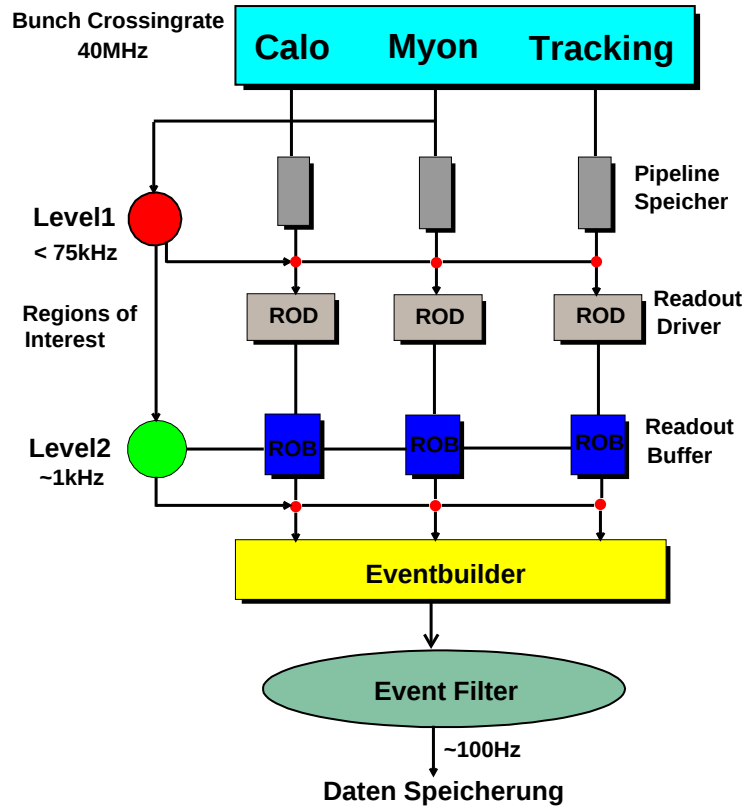


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung des Atlas Triggersystems

3.3.1 Der B-Physik Trigger

In ungefähr einem von hundert Ereignissen wird ein $b\bar{b}$ Paar erzeugt. Um jedoch den Anforderungen der verschiedenen Bereiche der B-Physik zu genügen, muss der Trigger in der Lage sein, spezifische B-Zerfallskanäle zu identifizieren und zu selektieren. Beispiele für solche Zerfallskanäle sind:

- $B_d \rightarrow J/\Psi K_s$ als goldener Kanal für Messungen zur CP-Verletzung
- $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ mit $D_s^- \rightarrow \phi \pi^-$ zur Messung der B_s Oszillationen
- $B_{d,s} \rightarrow \mu^+ \mu^- (X)$ zur Messung seltener B-Zerfälle

Aufgrund von Unsicherheiten in den physikalischen Wirkungsquerschnitten und den Eigenschaften des LHC (Startbedingungen, Schwankungen der Luminosität, usw.) ist es wichtig mehrere mögliche Szenarien in Betracht zu ziehen. Aus diesem Grund wurden zwei B-Physik Triggerstrategien entwickelt:

Die erste und bevorzugte Strategie besteht in der Forderung von mindestens einem Level1 Jet oder einer elektromagnetischen RoI zusätzlich zu einem single-Myon Trigger. Nach der Bestätigung des Level1 Myons in Level2 und Eventfilter werden die Spuren zu den jeweiligen RoI's rekonstruiert. Dazu verwendet man die Information aus dem Pixeldetektor, dem SCT und

optional auch vom TRT. Diese rekonstruierten Spuren bilden dann die Basis für die spezifischen Selektionen der einzelnen Zerfallskanäle. Zum Beispiel wird dann auf die invariante Masse des $D_s(\phi\pi)$ getriggert. Eine genauere Beschreibung dieser Methode findet sich in [13].

Falls die Level1 Multiplizität der Level1 RoI's zu groß wird, oder die Effizienz zu niedrig, bedient man sich einer anderen Lösung. Man benutzt auch hier einen Single-Myon Trigger, wobei man jedoch nach Bestätigung des Myons in Level2 Spurrekonstruktion im vollen Bereich der SCT und Pixeldetektoren durchführt (full-scan). Diese rekonstruierten Spuren bilden wiederum die Grundlage für die weiteren spezifischen Selektionen. Da dies zeitaufwändiger ist, als nur die RoI's zu betrachten, wird der TRT nicht berücksichtigt. Diese Methode bedeutet zwar mehr Aufwand, man verspricht sich jedoch bessere Effizienzen. Diese Strategie ist detailliert beschrieben in [14].

Beide Strategien benötigen ein Level1 Trigger Myon um den B-Physik Trigger auszulösen. Der Grund dafür liegt in der rascheren Abnahme des Wirkungsquerschnittes bei zunehmendem Transversalimpuls p_t für Myonen aus Zerfällen von Pionen und Kaonen als für Myonen aus B-Meson Zerfällen. Eine angemessene Wahl der p_t -Schwelle liefert eine beachtliche Unterdrückung von Hintergrundereignissen. Man kann jedoch die Schwelle nicht zu hoch ansetzen, da man dadurch zu viel an Statistik verlieren würde. Ein großer Anteil von falsch getriggerten Level1 Myonen kann im Level2 Trigger und Eventfilter aufgrund genauerer Messungen im Myonspektrometer und zusätzlich im Inneren Detektor zurückgewiesen werden.

Kapitel 4

Die Monte Carlo Produktionskette

Da man noch keine echten Daten zur Analyse zur Verfügung hat, man jedoch zu Beginn des Experiments bereits ein fertiges Gerüst zur Rekonstruktion und Analyse haben möchte, simuliert man Ereignisse und deren Wechselwirkung mit dem Detektor. Dies geschieht in mehreren Schritten, man spricht daher von einer Produktionskette. Den ersten Schritt bezeichnet man als Ereignis-Generation. Hier verwendet man sogenannte Monte Carlo Generatoren, welche die 4-er Impulse der gewünschten Teilchen generieren und die zugehörigen Wirkungsquerschnitte berechnen. Die so generierten Teilchen werden dann durch den simulierten Detektor geschickt. Dabei hinterlassen die generierten Teilchen Treffer im Detektor, welche dann im Digitalisierungsschritt in digitale Signale umgewandelt werden - so als würden diese vom wirklichen Detektor kommen. Im nächsten Schritt rekonstruiert man diese digitalen Signale wieder zu Teilchenspuren. Anschliessend kann man diese dann analysieren. Um zu testen wie gut die Rekonstruktionsalgorithmen sind, laufen die Daten quasi auf zwei Wegen. Der eine Weg stellt die Signale dar, so wie diese dann wirklich aus dem Detektor kommen, ohne jegliche Information darüber woher sie wirklich kommen. Auf dem anderen Weg läuft die sogenannte Monte Carlo Truth, also die wirkliche Information darüber, wie die generierten Teilchen im Detektor wechselwirken und welche Signale diese liefern. Zum Schluss kann man die rekonstruierten Teilchenspuren mit der Monte Carlo Truth vergleichen.

All diese Schritte, die im folgenden noch genauer beschrieben werden, sind in einem gemeinsamen Framework, Athena [15] genannt, implementiert. Athena ist ein objektorientiertes auf C++ basierendes Kontrollframework. Es bietet eine Reihe von Services und Komponenten, wobei man auch die Möglichkeit hat, selbst entwickelte Algorithmen zu implementieren. Mittels JobOption Files lassen sich Athena Jobs steuern, indem man angibt, welche Algorithmen verwendet werden sollen und in welcher Reihenfolge. Man hat so die Möglichkeit Variablen, insbesondere für Selektionsbedingungen, ohne Probleme zu ändern, da man nicht ständig neu kompilieren muss.

4.1 Ereigniserzeugung

Für die Ereigniserzeugung enthält Athena ein Software Paket bei dem man mehrere Generatoren zur Auswahl hat. Für die B-Physik wurde ein spezieller Algorithmus, PythiaB

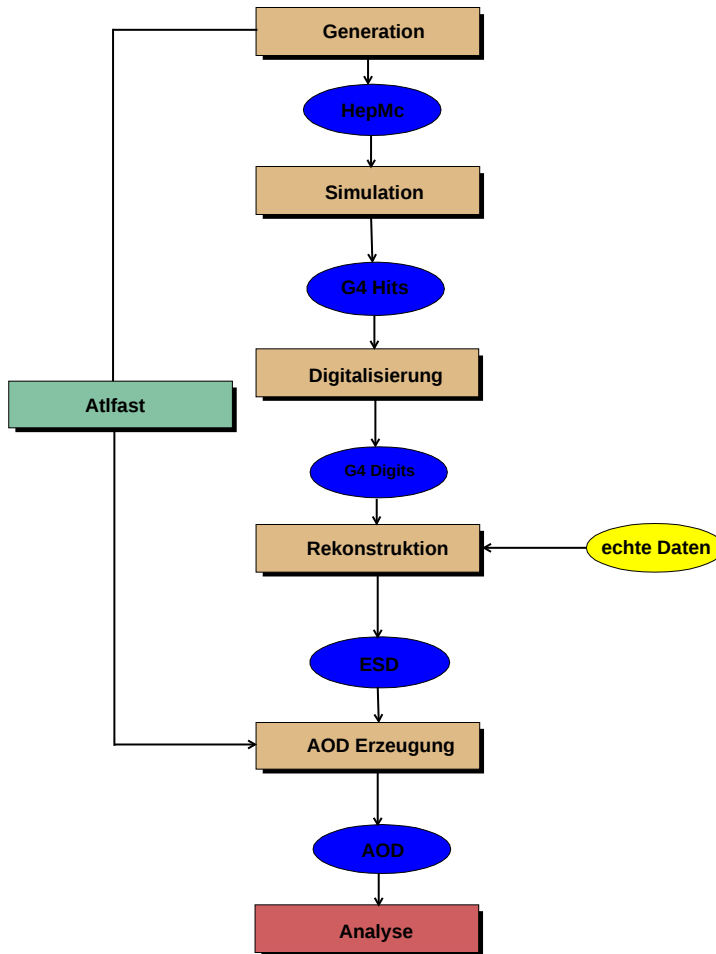


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der Monte Carlo Produktionskette

[16], entwickelt, der ein Interface zu Pythia darstellt und speziell für die Bedürfnisse der B-Physik entwickelt wurde. Dieses Paket wurde auch für diese Arbeit verwendet, und es wurden 50000 Ereignisse mit dem Athena Software Release 11.0.41 lokal in Innsbruck generiert.

4.1.1 Signalereignisse

Für diese Arbeit wird der Kanal $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ verwendet um $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Oszillationen nachzuweisen. Die Signalereignisse werden mit dem Monte Carlo Program Pythia erzeugt. Hier wird nur kurz die Methode beschrieben, wie man Ereignisse in einem exklusiven Zerfallskanal erzwingt.

Zuerst werden mit PythiaB harte Prozesse¹ bei einer pp-Kollision nach (2.88) berechnet. Man erhält einen Zustand auf Partonebene, bestehend aus Gluonen, Quarks und dem

¹Dies sind tief inelastische Prozesse, welche sich durch hohe Transversalimpulse der Sekundärteilchen auszeichnen.

gewünschten $b\bar{b}$ Paar. Anschliessend lässt man die erhaltenen Zustände nach dem Lund-Modell fragmentieren und hadronisieren. Dadurch erhält man Hadronen, also auch die gewünschten B_s^0 Mesonen, welche dann in weiterer Folge zerfallen.

Da die Generation der Zustände zeitaufwändiger als die Fragmentation ist, verwendet man einen generierten Zustand mehrmals für die Hadronerzeugung. Die Anzahl der Wiederholungen wird durch den Parameter MHAD gesteuert. Man muss nun einen Kompromiss finden, zwischen Zeitersparnis und noch sinnvollen Ergebnissen. Für diese Arbeit wurde MHAD=100 gesetzt, also 100 mal der selbe Anfangszustand verwendet.

Durch ein Job Options File, genauer gesagt ein Python scriptfile, wird der Zerfall des $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ und in der Folge $D_s^- \rightarrow \phi \pi^-$ erzwungen. Der Zerfall $\phi \rightarrow K^+ K^-$ kann jedoch nicht direkt in Pythia gesteuert werden, da dies bedeuten würde, dass alle ϕ 's die in einem Ereignis vorkommen, in diesen Zerfall gezwungen werden. Wäre dies der Fall, dann wären die Ereignisse mit Kaonen angereichert, die nicht einer natürlichen Verteilung entsprechen würden. Um jedoch sicherzustellen, dass nur die ϕ Mesonen aus dem gewünschten Zerfallkanal in diesen weiteren Zerfall gezwungen werden, existiert eine Subroutine `user_finsel.F`. Diese greift nicht direkt in die Erzeugung ein, sondern reguliert über bestimmte Selektionskriterien. Zunächst läuft eine Schleife über alle Teilchen, die in einem Ereignis erzeugt werden, welche dann auf ihre Identität hin geprüft werden. Handelt es sich um Phi Mesonen, dann wird weiter auf die Identität der "Eltern" und "Grosseltern" abgefragt. Stammt dieses ϕ nun aus unserem gewünschten Zerfall, so schaut man nun auf die Zerfallsprodukte, bei denen es sich um $K^+ K^-$ handeln muss, damit das Ereignis akzeptiert wird. Andernfalls wird das Ereignis verworfen und das nächste wird überprüft. Dies geschieht solange, bis man die gewünschte Anzahl von akzeptierten Ereignissen gefunden hat. Die Subroutine `user_finsel.F` wird allerdings nicht direkt von Pythia aufgerufen, sondern von einer anderen Subroutine, nämlich `finsel.F`. In dieser Routine stehen zusätzlich noch folgende Funktionen zur Auswahl:

- i) Level1 Cuts: Hier wird nach einem μ im Ereignis gesucht, welches die Level1 Triggerkriterien erfüllt. Es wird nach Transversalimpuls p_T und Pseudorapidität $|\eta|$ getriggert. Diese können wiederum in den Job Options eingestellt werden. Für diese Arbeit wurde $p_T > 6$ GeV und $|\eta| < 2.5$ verwendet.
- ii) Level2 Cuts: In dieser Funktion wird nach einem zweiten Myon oder einem Elektron mit hohem Transversalimpuls gesucht. Diese Funktion wurde für diese Arbeit allerdings nicht verwendet.
- iii) Offline Cuts: Diese Funktion sucht nach einer ganzen B-Zerfallskette und prüft, ob der ganze tree innerhalb der definierten cuts liegt.

Das Ergebnis der Generation wird in sogenannten HepMC [17] Dateien abgespeichert. HepMC ist speziell für den Output von Ereignisgeneratoren der Hochenergiephysik entwickelt worden und beinhaltet Teilchen und Vertizes. Die Vertizes beinhalten eine Liste der ein- und auslaufenden Teilchen, und die Teilchen zeigen zurück auf deren Produktionsvertex. Um die riesigen Daten des LHC Experiments zu verarbeiten und zu speichern, besonders unter der Berücksichtigung dass dies auf dem Grid geschehen wird, wurde das

Framework POOL [18] entwickelt welches Objekte enthält, die durch die ganze Produktionskette hindurch erhalten bleiben. In diesem Fall werden die HepMC Daten in pool.root Dateien [15] konvertiert, so dass diese als Input für die Detektorsimulation verwendet werden können. Auf diese hat man nun keinen direkten Zugriff, sondern man kann nur mithilfe eines Filters (hier wurde der B-Signalfilter verwendet) Ereignisse in ein Root Ntuple [19] schreiben. Über das JobOption File kann man die Anzahl der Ereignisse wählen, die in das Ntuple geschrieben werden sollen und direkt im Code des Filters kann man die Variablen bestimmen die man im Ntuple haben möchte. Auf diese Weise kann man mithilfe eines Root Makros ein Monitoring der generierten Ereignisse durchführen.

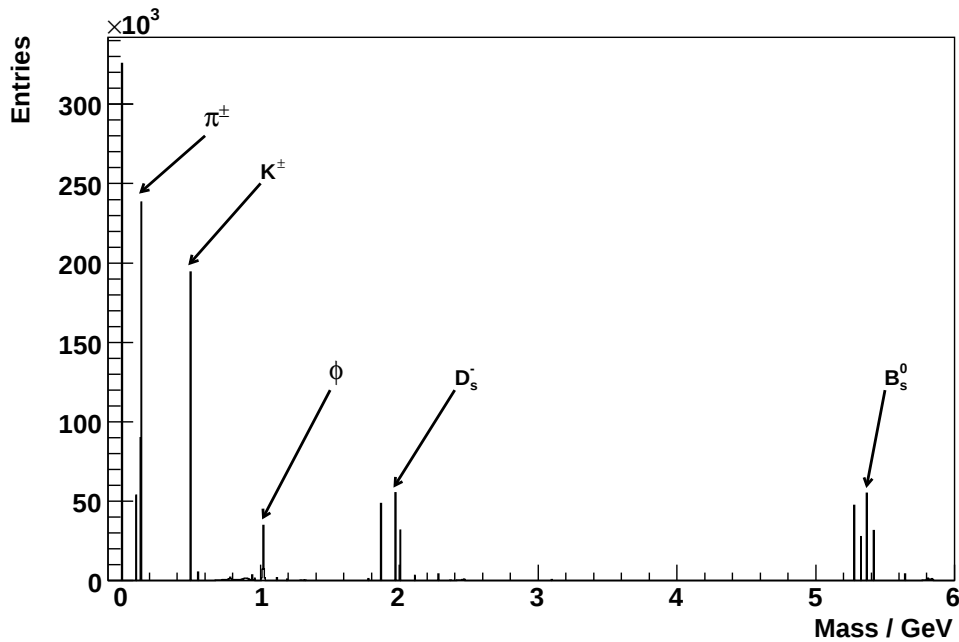


Abbildung 4.2: Massenspektrum der generierten Ereignisse

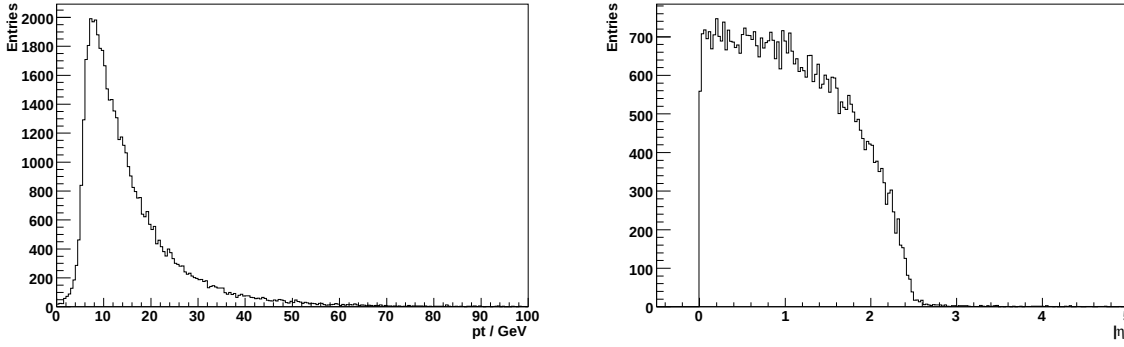


Abbildung 4.3: Transversalimpuls- und $|\eta|$ -Verteilung der generierten B_s^0 Mesonen.

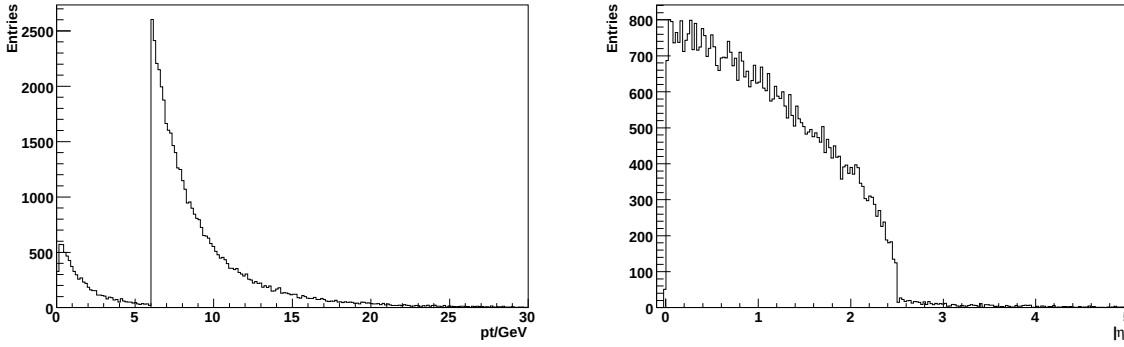


Abbildung 4.4: Transversalimpuls und $|\eta|$ Verteilung der Myonen. Man erkennt deutlich die Triggerschwellen in beiden Verteilungen.

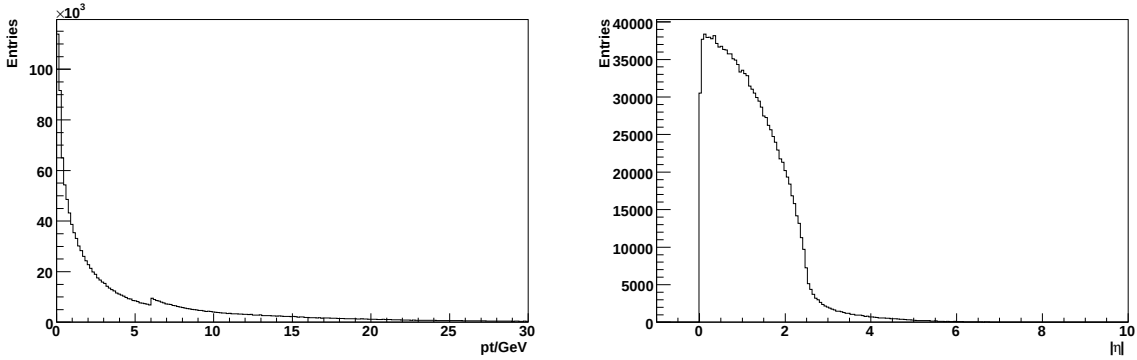


Abbildung 4.5: Transversalimpuls- und $|\eta|$ -Verteilung aller generierten Teilchen. Man erkennt auch hier bei der Verteilung des Transversalimpulses den Anteil der Triggermyonen bei 6 GeV.

4.2 Die Detektor Simulation

Der nächste Schritt ist nun, die generierten Ereignisse durch den Detektor fliegen zu lassen und die Treffer, die diese hinterlassen, zu simulieren. Da jedoch die Simulation zeitaufwändiger als die Generation der Ereignisse ist, wurden die Ereignisse am LCG-Grid [20] simuliert. Dazu mussten die Daten zuerst auf ein Grid Storage Element kopiert und zugleich im *logical file catalog - lfc* registriert werden. Mit Hilfe des Grid's hat man die Möglichkeit die Simulation in mehrere Jobs aufzuteilen und parallel laufen zu lassen. Um die Jobs zu verwalten und abzuschicken wurde für diese Arbeit das Light Job Submission Framework (siehe Anhang A), LJSF, verwendet.

Das Detektor Simulationsprogramm, welches standardmäßig in Athena implementiert ist, heisst GEANT4 [22]. Als Detektor Layout wurde *ATLAS-DC3-02* verwendet. Pile-up² wurde für diese Arbeit nicht simuliert, da nach [23] bei niedriger Luminosität ungefähr 2.3 minimum-bias Ereignisse (pile-up) vorkommen und diese keinen Einfluss auf die weitere Analyse haben.

Für die B-Physik benötigt man nicht die Information aus dem gesamten Detektor, sondern es ist ausreichend, nur den Inneren Detektor voll zu simulieren. Dies wird wiederum über ein JobOption File gesteuert, indem man die zugehörigen Detektor Flags ein oder ausschaltet:

```
#--- Detector flags -----  
from AthenaCommon.DetFlags import DetFlags  
# - Select detectors  
DetFlags.ID_setOn()  
DetFlags.Calo_setOff()  
DetFlags.Muon_setOff()  
DetFlags.simulate.Truth_setOn()
```

Als Output der Detektorsimulation erhält man sogenannte Hitfiles, welche wiederum in Form von Pool.root Dateien abgespeichert werden. Diese dienen sodann als Input für die Digitalisierung, oder auch Simulation der Detektorantwort. Denn hier werden die elektrischen Signale simuliert, welche der Detektor liefert wenn ein Detektorteil von einem Teilchen getroffen wird. Am Grid wurde dieser Schritt in einem gemeinsamen Job mit der Detektorsimulation abgearbeitet. Der Output der Digitalisierung sind sogenannte *Raw Data Objects* (RDO's), welche den echten Detektor-Daten ähneln sollen. Auch diese werden in Form von Pool.root Dateien abgespeichert und dienen dann als Input für die Rekonstruktion.

4.3 Die Rekonstruktion

Dies ist der letzte Schritt in der Monte Carlo Produktionskette. Hier werden die Informationen aus den verschiedenen Detektorsystemen zusammengefasst und zu einem kom-

²Es gibt pro Bunch-Crossing mehrere pp-SWechselwirkungen zusätzlich zu den interessanten Ereignissen. Dieser Hintergrund wird pile-up oder minimum-bias Ereignisse genannt

pletten Ereignis rekonstruiert. Dabei werden die Daten für die weiteren Physik Analysen aufbereitet, und als Objekte erhält man Photonen, Elektronen, Myonen, Tau-Leptonen, K^0 's, Jets, fehlende transversale Energie und den Primärvertex. Dies erfolgt jedoch nicht in einem Schritt sondern wird im wesentlichen in zwei Schritten abgehandelt. Der erste Schritt ist die Erzeugung von ESD's (*Event Summary Data*). Dies ist der detaillierte Output der Detektor Rekonstruktion und wird direkt aus den RDO's gewonnen. Die Dateigröße beträgt etwa 500 kB pro Ereignis. Für die Analyse werden die wichtigsten Informationen zusammengefasst und in AOD's, *Analysis Object Data*, gespeichert. Die AOD Grösse beträgt dann etwa 100 kB pro Ereignis. Zusätzlich werden noch sogenannte *tags* erzeugt, welche einige allgemeine Eigenschaften eines Ereignisses beinhalten und man dadurch durch grobe Auswahlkriterien bestimmte Arten von Ereignissen schnell auswählen kann. Die Größe dieser Tags beträgt etwa 1 kB. Eine genauere Beschreibung der Rekonstruktion ist in [15] zu finden, und speziell für die ESD/AOD Erzeugung empfiehlt sich [24] zur Nachlese.

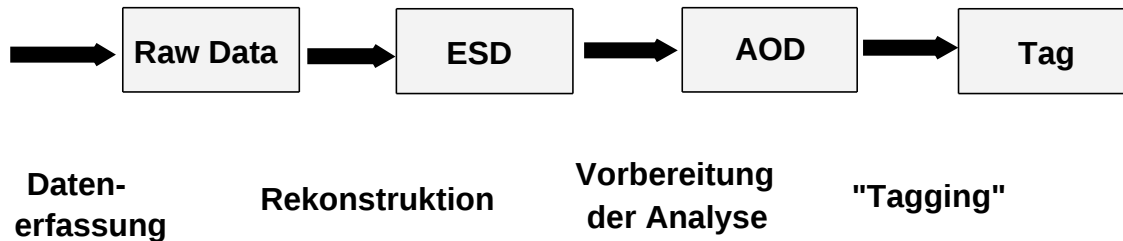


Abbildung 4.6: Schematische Darstellung der Rekonstruktionsschritte

Prinzipiell erfolgt die Rekonstruktion in zwei Jobs, am Grid wird jedoch wiederum gleich wie bei der Simulation und Digitalisierung die Erzeugung der ESD's und AOD's in einem Job abgehandelt, was einiges an Zeitersparnis gibt. Dies ist jedoch nicht mit der direkten Erzeugung der AOD's zu verwechseln, ohne zuerst ESD's zu erzeugen. Dies ist prinzipiell auch möglich.

Da bei der Simulation der Ereignisse für diese Arbeit nur der Innere Detektor simuliert wurde, muss man auch bei der Rekonstruktion darauf achten, dass nur der Innere Detektor rekonstruiert wird. Man kann jedoch bei der Rekonstruktion zusätzlich die Flags für Pixel, SCT oder TRT auswählen, wobei für diese Arbeit all diese Subsysteme eingeschaltet blieben. Ein Problem, das hierbei jedoch beim Release 11.0.41 auftritt ist, dass trotz ausgeschalteter Kalorimeter und Myon Flags die Rekonstruktionsalgorithmen einen Fehler melden wenn sie von diesen keine Input Objekte finden, obwohl das Programm ansonsten fehlerfrei abläuft. Dies hat zur Folge (falls man am Grid arbeitet), dass man

den Athena Log Checker deaktivieren muss, welcher den Athena Output auf Fehlermeldungen überprüft und bei Auffinden solcher den Job abbricht. Dies hat den Nachteil dass mögliche echte Fehler übersehen werden und man jeden Job kritisch überprüfen muss. Ebenfalls zu beachten ist, dass man die gleiche Version des Detektorlayouts wie bei der Simulation verwendet.

Zur Spurrekonstruktion im Inneren Detektor stehen drei Algorithmen zur Verfügung: iPatRec, xKalman und newTracking [25, 26]. Für diese Arbeit wurde xKalman verwendet, ein Algorithmus zur globalen Mustererkennung und Spuranpassung im Inneren Detektor. Er dient zur Auffindung von geladenen Spuren mit einem Transversalimpuls von mehr als $1 \text{ GeV}/c^2$. Der Algorithmus started dabei in den Pixel und SCT Detektoren, um Gruppen von Raumpunkten aufzufinden, welche primäre Trajektorien definieren. Diese werden dann in einem nächsten Schritt als Input für einen Kalman Filter verwendet. Die so gefundenen Spuren werden dann in den TRT extrapoliert, wobei eine schmale Bahn rund um die extrapolierten Spuren definiert wird. Alle Treffer die innerhalb dieser Bahn im TRT gefunden werden, werden dann für die finalen Spurauffindungs- und Spuranpassungsschritte mitberücksichtigt.

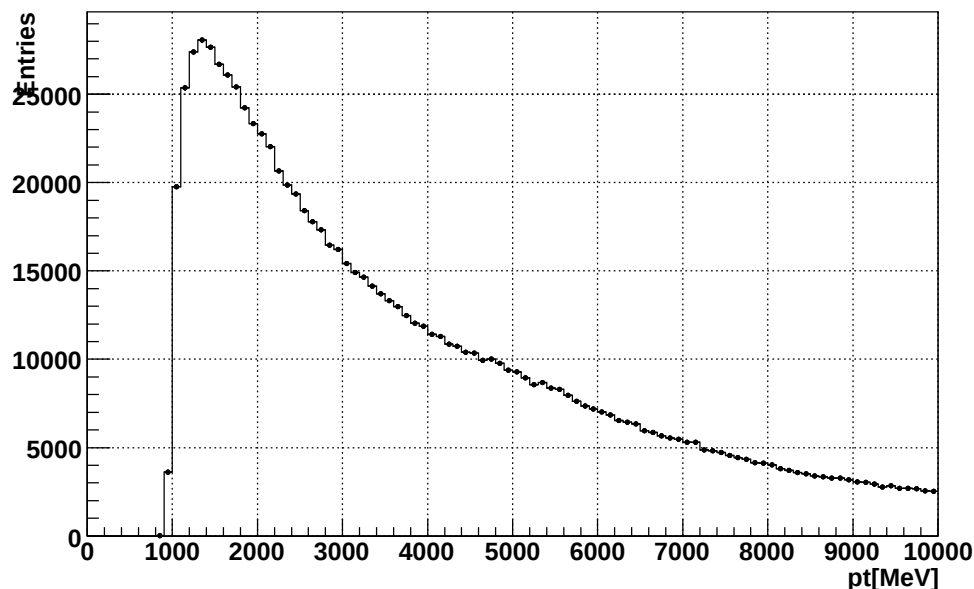


Abbildung 4.7: Transversalimpulsverteilung aller rekonstruierten Spuren: Es wurden keine Spuren rekonstruiert, deren Transversalimpuls unter $1 \text{ GeV}/c^2$ liegt. Ausserdem sieht man, dass der Signalanteil der Triggermyonen bei 6 GeV verschmiert wurde.

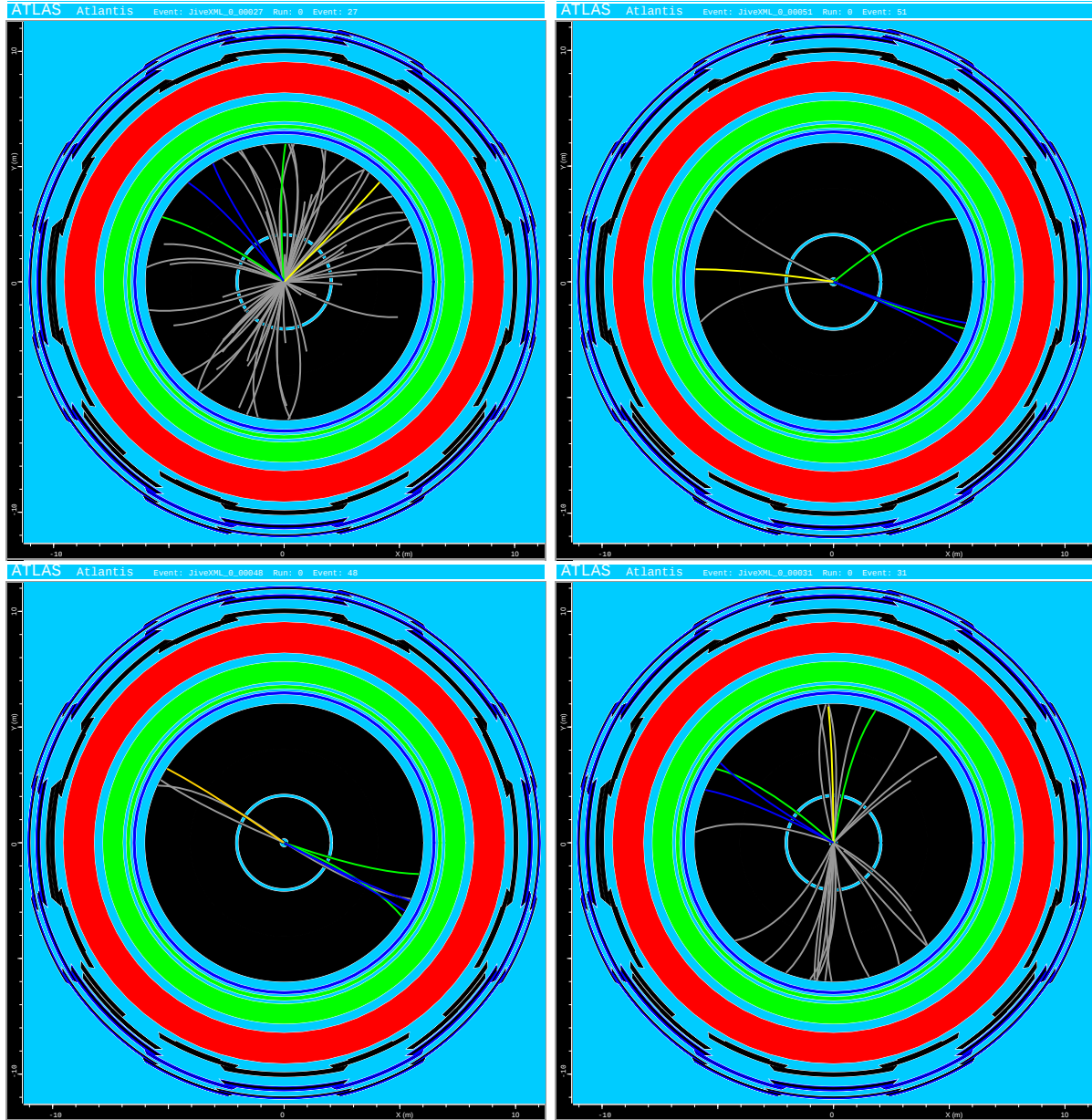


Abbildung 4.8: Simulierte Ereignisse, dargestellt mit dem Visualisierungsprogramm Atlantis [29]. In gelb dargestellt sind jeweils die Myonen, in blau die Kaonen und in grün die Pionen, welche aus dem gewünschten B_s^0 Zerfall stammen. Der Detektor wurde zur besseren Übersicht mit dem Fischeaugeneffekt verzerrt.

Kapitel 5

Die Analyse

Zur Analyse der 50000 produzierten Ereignisse wurde der $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Analyse Code verwendet, welcher ein Teil des Athena Packages PhysicsAnalysis/BPhys ist und auf die AOD Informationen zugreift. Eine Beschreibung dieses Codes ist in [27] zu finden. In dieser Analyse werden aus den vorhandenen Spurkandidaten die sekundären Zerfallsvertices rekonstruiert. Die gefundenen Vertex-Kandidaten müssen eine Reihe von Kriterien erfüllen, bevor sie dann schliesslich für die endgültige Analyse selektiert werden.

5.1 Die Ereignisselektion

Die Offline Analyse des Kanals $B_s^0 \rightarrow D_s^-(\phi\pi^-)\pi^+$ erfolgt in drei Schritten. Dabei wird nacheinander aus den Zerfallsprodukten der B_s^0 Zerfallsvertex rekonstruiert.

Zuerst wird der ϕ Zerfallsvertex rekonstruiert. Dabei bildet man alle möglichen Kombinationen aus positiv und negativ geladenen Spuren, wobei jeweils für beide Spuren $p_T > 1.5$ GeV/c verlangt wird. Zusätzlich fordert man als kinematische cuts, dass die Winkel zwischen den beiden Spuren $\Delta\phi_{KK} < 10^\circ$ und $\Delta\theta_{KK} < 10^\circ$ sind. Für diejenigen Spuren, die diese Kriterien erfüllen, wird nun ein Vertex Fit gemacht, wobei den beiden Spuren die Kaon Masse zugeordnet wird. Alle Kombinationen welche eine Fit-Wahrscheinlichkeit von mehr als 1% (99% CL, $\chi^2/NDoF \lesssim 7/1$) erfüllen und innerhalb eines 3σ Fensters um die nominale ϕ Masse liegen werden als ϕ Kandidaten akzeptiert. Zu diesen ϕ Kandidaten wird nun eine dritte negative Spur mit $p_T > 1.5$ GeV/c hinzugefügt. Dieser Spur wird die Pionmasse zugeordnet und ein Drei-Spuren Vertex wird gefitted. Für alle Kombinationen aus solchen drei Spuren, die wiederum eine Fit-Wahrscheinlichkeit von mehr als 1% (99% CL, $\chi^2/NDoF \lesssim 12/3$) erfüllen und innerhalb eines 3σ Fensters um die nominale D_s^- Masse liegen, werden als D_s^- Kandidaten akzeptiert. Für die Rekonstruktion des B_s^0 Vertexes wird den D_s^- Kandidaten eine vierte Spur zugeordnet, mit positiver Ladung und $p_T > 1$ GeV/c. Dieser Spur wird wiederum die Pionmasse zugeordnet und mit zusätzlichen Nebenbedingungen für ϕ und D_s^- Massen der Vier-Spuren Vertexfit durchgeführt. Ausserdem verlangt man, dass der dem B_s^0 -Vertex zugewiesene Gesamtimpuls in Richtung des Primärvertex, und der dem D_s^- -Vertex zugewiesene Gesamtimpuls in Richtung des B_s^0 -Vertex zeigt. Für eine Akzeptanz dieser B_s^0 Kandidaten wird wiederum eine Fit-Wahrscheinlichkeit von mehr als 1% (99% CL, $\chi^2/NDoF \lesssim 20/8$) verlangt. Um

die Reinheit der selektierten Ereignisse zu steigern, verlangt man zusätzlich eine Zerfallszeit (*proper time*¹) von mehr als 0.4 ps, einen Impact Parameter von weniger als $55\mu\text{m}$ und ein $p_T > 10\text{ GeV}/c$. Ausserdem wird verlangt, dass die vorzeichenbehaftete Separation zwischen B_s^0 -Vertex und Primärvertex, und zwischen D_s^- -Vertex und B_s^0 -Vertex positiv sein muss. Mit Vorzeichenbehaftet meint man das Vorzeichen der Projektion des transversalen Abstandsvektors vom Primär- in Richtung Sekundärvertex auf den Transversalimpuls $\vec{d} \cdot \vec{p}_t/|\vec{p}_t|$. In einfachen Worten heisst dies, dass der B_s^0 -Vertex vor dem D_s -Vertex liegen soll.

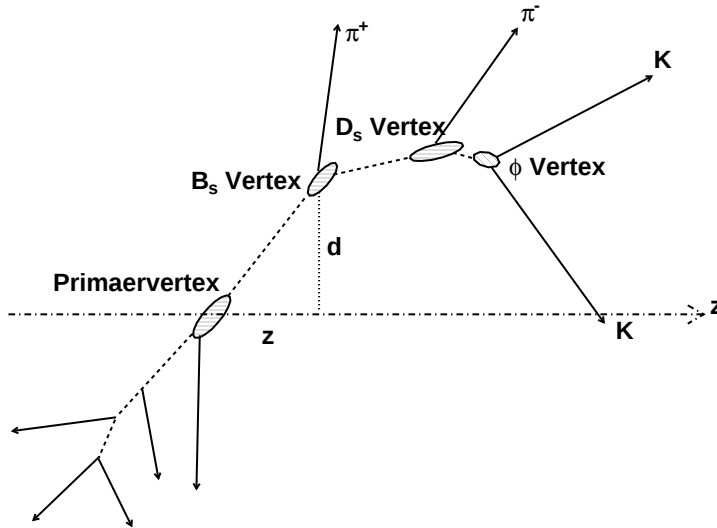


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung des $B_s^0 \rightarrow D_s^-(\phi\pi^+)\pi^+$ Zerfalls.

5.2 Ergebnisse der Analyse

Da bei der Generation der Ereignisse nur verlangt wird, dass 50 000 $B_s^0 \rightarrow D_s^-\pi^+$ Zerfälle produziert werden sollen, stehen diese Ereignisse in keiner Beziehung zur Luminosität des LHC. Um jedoch Aussagen über Messungen mit dem Atlas Detektor machen zu können, braucht man die tatsächlich zu erwartenden Ereigniszahlen. Diese lassen sich aus dem Wirkungsquerschnitt für den Zerfall $B_s^0 \rightarrow D_s^-\pi^+$, den Pythia berechnet und den Myon- und Level2-Effizienzen des Atlas Detektors abschätzen. Für diese Arbeit wurde der offizielle Wirkungsquerschnitt der Rom Monte Carlo Produktion[39] von $\sigma(B_s^0 \rightarrow D_s^-\pi^+) = 4.58\text{ pb}$ verwendet. Man muss also die Zahlen der simulierten Ereignisse mit einem Korrekturfaktor c multiplizieren

$$c = \frac{N_{Expected}}{N_{Simulated}} \cdot \mu_{Eff} \cdot Lvl2_{Eff} \quad (5.1)$$

¹Proper Time ist die Eigenzeit im Ruhssystem des B_s^0 Mesons.

σ Bereich	Rekonstruierte Ereignisse	Erwartete Ereignisse
3σ	6312	2989
2σ	5909	2798
1σ	4265	2020

Tabelle 5.1: Anzahl der erwarteten Ereignisse normiert auf 10 fb^{-1} , in einem Fenster von 3σ , 2σ und 1σ um die nominale B_s^0 Masse.

wobei die Myoneffizienz zu $\mu_{Eff} = 0.82$ und die Level2 Effizienz zu $Lvl2_{Eff} = 0.63$ geschätzt wird [23]. In Tabelle 5.1 sind die resultierenden Zahlen auf 10 fb^{-1} (= über ein Jahr (10^7 s) integrierte Luminosität von $10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) normiert aufgelistet, wobei mit einem c-Faktor von $c = 0.4736$, 49998 simulierten und 45835 erwarteten Ereignissen gerechnet wurde.

Von den 50000 generierten Ereignissen wurden zwei verworfen, da in diesen Ereignissen jeweils zwei wahre B_s^0 gefunden wurden. Da man dann aber nicht sagen kann welches B_s^0 zu dem getaggten $\bar{B}_s^0$ gehört, werden diese Ereignisse verworfen. In Tabelle 5.2 sind die Ergebnisse der Analyse zusammengefasst.

Cut Parameter	Wert	Rekonstruierte Ereignisse
Sample Größe		49998
$p_t(h^+h^-)$	$> 1.5 \text{ GeV}$	34629
$\Delta\phi_{KK}$	$< 10^\circ$	
$\Delta\theta_{KK}$	$< 10^\circ$	
$\chi_{\Phi^0}^2$ Wahrsch.	1%	
$ M_{KK} - M_{\Phi^0} $	3σ	
$p_t(\pi^-)$	$> 1.5 \text{ GeV}$	17563
$\chi_{D_s}^2$ Wahrsch.	1%	
$ M_{KK\pi^+} - M_{D_s^-} $	3σ	
$p_t(\pi^+)$	$> 1 \text{ GeV}$	4265
$\chi_{B_s}^2$	1%	
B_s Zerfallszeit	$> 0.4 \text{ ps}$	
B_s Impact Parameter	$< 55 \mu\text{m}$	
$p_t(B_s)$	$> 10 \text{ GeV}$	
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	3σ	
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	2σ	
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	1σ	

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Analyse und Auflistung der Abschneideparameter mit den dazu entsprechend verbliebenen Ereignissen.

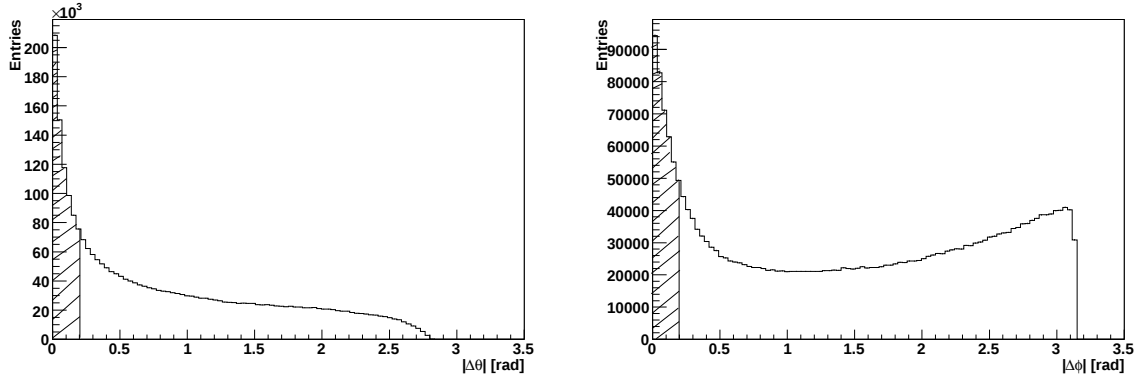


Abbildung 5.2: $|\Delta\theta|$ und $|\Delta\phi|$ zwischen den Kaonkandidaten, wobei der Cut bei 10° liegt.

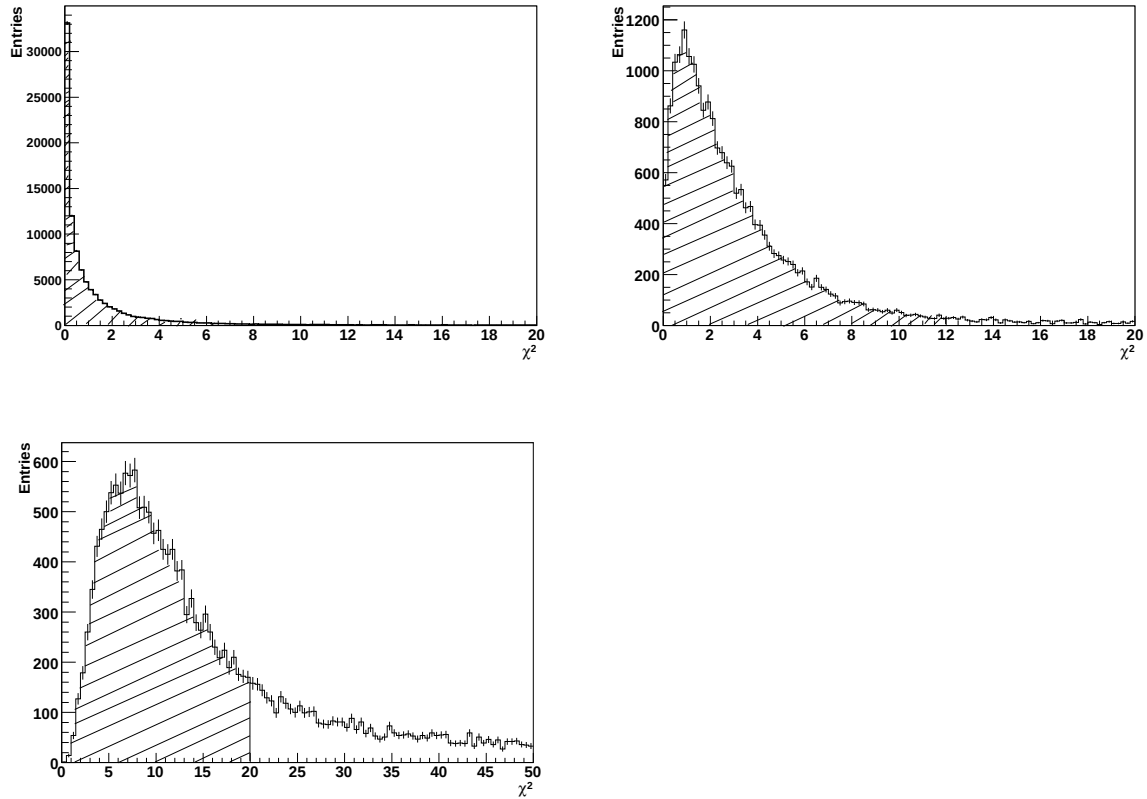


Abbildung 5.3: χ^2 Verteilungen der Vertex Fits von ϕ^0 , D_s^- und B_s^0 , mit den Abschneideparametern von 7, 12 und 20.

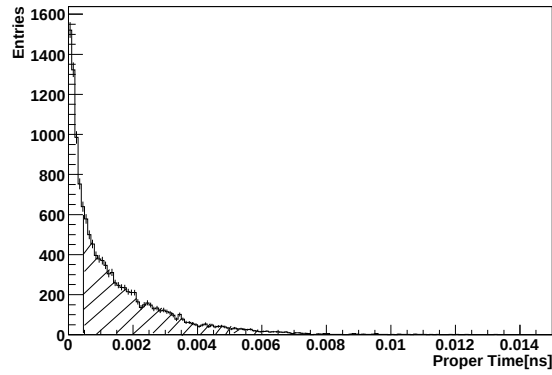


Abbildung 5.4: *Proper time* der rekonstruierten B_s^0 Mesonen mit dem Abschneideparameter bei 0.4 ps.

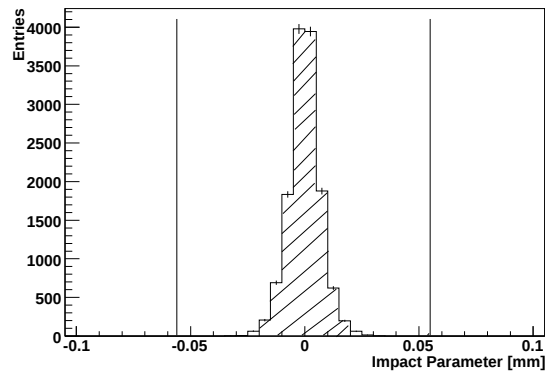


Abbildung 5.5: *Impact parameter* der rekonstruierten B_s^0 Mesonen. Die senkrechten Striche zeigen dabei den Abschneideparameter von $55 \mu\text{m}$.

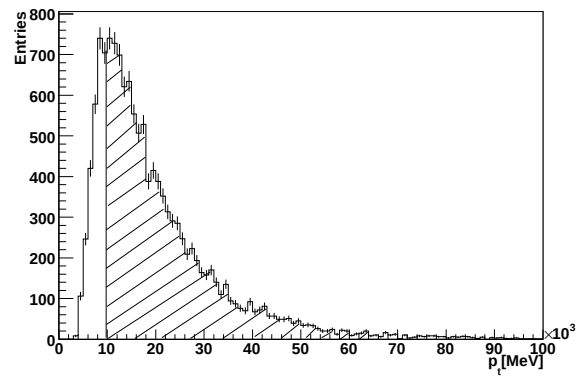


Abbildung 5.6: Transversalimpulsverteilung der rekonstruierten B_s^0 Mesonen, wobei diejenigen selektiert werden, die mehr als 10 GeV/c besitzen.

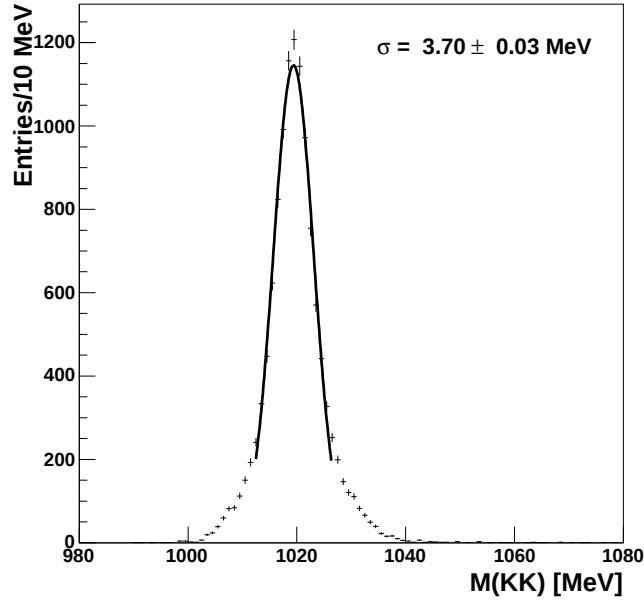


Abbildung 5.7: Rekonstruierte invariante ϕ Masse, normiert auf 10 fb^{-1} . Der Kern der Verteilung wurde mit einer einfachen Gausskurve gefittet und ergibt eine Standardabweichung von $3.70 \pm 0.03 \text{ MeV}/c^2$.

5.2.1 Rekonstruktion der invarianten Massen

Zur Rekonstruktion der invarianten Massen bedient man sich des relativistischen Energie-Impulssatzes:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (5.2)$$

Daraus lässt sich nun leicht die invariante Masse aus den Viererimpulsen der Spuren berechnen, welche einem Vertex zugeordnet werden:

$$M = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N_{tracks}} E_i\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{N_{tracks}} p_{xi}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{N_{tracks}} p_{yi}\right)^2 - \left(\sum_{i=1}^{N_{tracks}} p_{zi}\right)^2} \quad (5.3)$$

Die Verteilungen der invarianten Massen sind in den Abbildungen 5.7 - 5.9 zu sehen, wobei wiederum auf eine integrierte Luminosität von 10 fb^{-1} normiert wurde. Gefitted wurden die Verteilungen jeweils mit einer einfachen Gaussfunktion, wobei der Fitbereich in einem Fenster von $\pm 2\sigma$ um die nominalen Massen gewählt wurde. Für die Massenverteilung der rekonstruierten B_s^0 Mesonen erhält man eine Breite von $\sigma = 46.93 \pm 0.66 \text{ MeV}/c^2$.

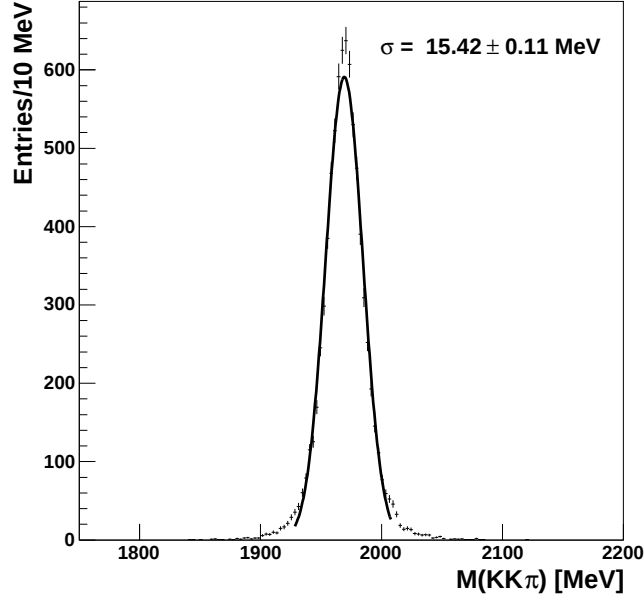


Abbildung 5.8: Rekonstruierte invariante D_s Masse, normiert auf 10 fb^{-1} . Der Kern der Verteilung wurde mit einer einfachen Gaußkurve gefittet und ergibt eine Standardabweichung von $15.42 \pm 0.11 \text{ MeV}/c^2$.

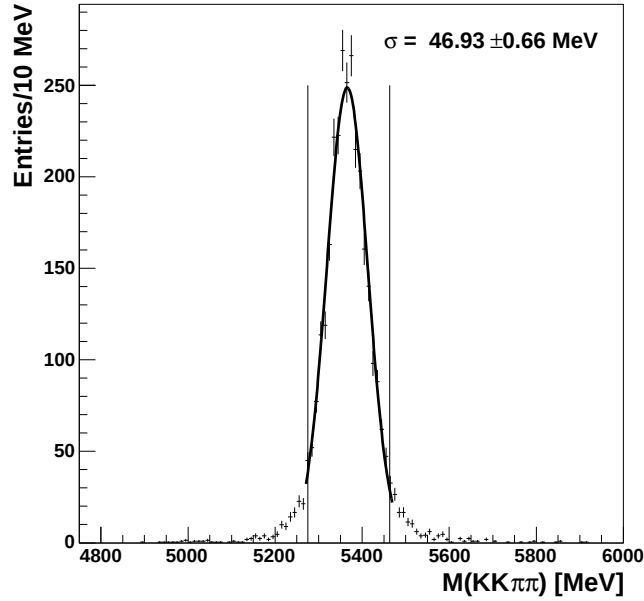


Abbildung 5.9: Rekonstruierte invariante B_s^0 Masse, normiert auf 10 fb^{-1} . Der Kern der Verteilung wurde mit einer einfachen Gaußkurve gefittet und ergibt eine Standardabweichung von $46.93 \pm 0.66 \text{ MeV}/c^2$. Die senkrechten Striche bilden dabei ein $\pm 2\sigma$ Fenster um die nominale B_s^0 Masse.

5.2.2 Proper Time, Zerfallsradius und g -Faktor

In Gleichung (7.2) wird ersichtlich werden, dass die Auflösung der *proper time* eine wichtige Größe bei der Bestimmung von Δm_s ist. Sie lässt sich aus der transversalen Zerfallslänge d_{xy} und dem Transversalimpuls p_t der rekonstruierten B_s^0 berechnen:

$$t = \frac{d_{xy} M_{B_s^0}}{c p_t} \equiv d_{xy} g, \quad (5.4)$$

mit $g = M_{B_s^0}/(c p_t)$. Die transversale Zerfallslänge ist der Abstand zwischen dem Primärvertex und dem B_s^0 Zerfallsvertex, projiziert auf die transversale xy - oder $r\phi$ -Ebene, man spricht daher auch vom transversalen Zerfallsradius. Die Verteilung des Fehlers der transversalen Zerfallslänge $\sigma_{d_{xy}}$ wurde mit einer Kombination aus einer Exponential- und Gaussfunktion parametrisiert. Beide Funktionen werden bei $x_0 = 75 \mu\text{m}$ zusammengefügt, wobei x_0 ein empirischer Wert ist.

$$\begin{aligned} f(x; x \leq x_0) &= N_G \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right) & \sigma^2 &= \frac{2}{\lambda} \left(\lambda x_0 + \log \frac{N_G}{N_E}\right) \\ f(x; x > x_0) &= N_E \exp(-\lambda x) & \mu &= x_0 - \lambda \sigma^2 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Die Werte für N_G , N_E und λ erhält man durch einen Fit mit dieser Parametrisierung:

$$N_G = 556.5 \pm 10.4 \quad N_E = 1843.7 \pm 61.9 \quad \lambda = 16.2 \pm 0.2$$

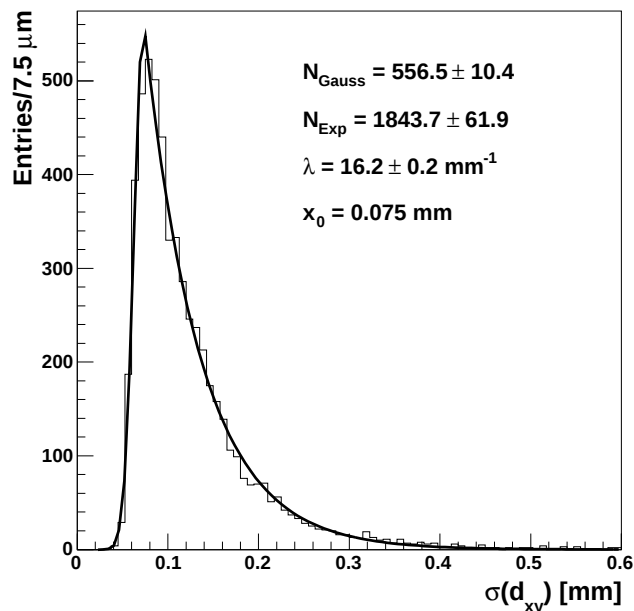


Abbildung 5.10: Verteilung des Fehlers des transversalen Zerfallsradius, gefitted mit einer Exponential- und Gaussfunktion, zusammengefügt bei x_0 .

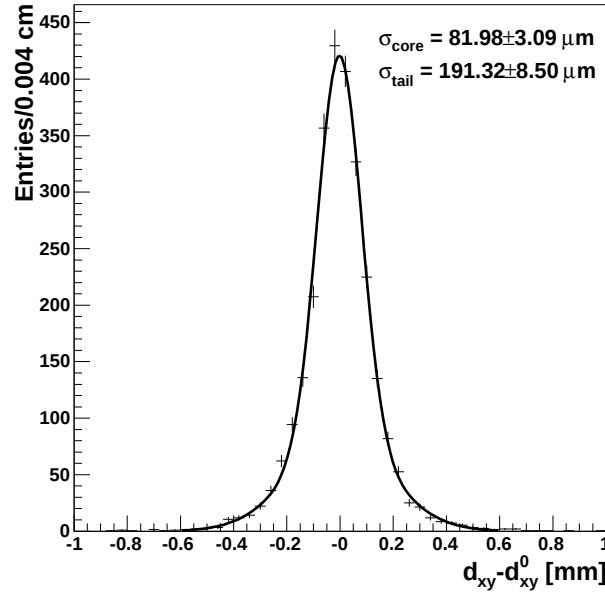


Abbildung 5.11: Auflösung des transversalen Zerfallsradius, gefitted mit zwei Gaussfunktionen und normiert auf 10 fb^{-1} .

Die Auflösung des transversalen Zerfallsradius ist gegeben durch $d_{xy} - d_{xy}^0$, wobei d_{xy}^0 der wahre Wert aus der Monte Carlo Generation ist. Diese Verteilung wurde mit zwei Gaussfunktionen um einen gemeinsamen Mittelwert gefitted:

$$f(x) = \frac{N_1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{N_2}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (5.6)$$

Der Fit liefert dabei folgende Ergebnisse:

$$\begin{aligned} N_1 &= 70.81 \pm 4.181 \\ N_2 &= (36.71 \pm 4.08) \cdot 10^{-3} \\ x_0 &= (-2.127 \pm 1.492) \cdot 10^{-3} \\ \sigma_1 &= (81.98 \pm 3.09) \mu\text{m} \\ \sigma_2 &= (191.3 \pm 8.5) \mu\text{m} \end{aligned}$$

Teilt man die Auflösung des transversalen Zerfallsradius durch den Fehler, erhält man den sogenannten Pull $(d_{xy} - d_{xy}^0)/\sigma_{d_{xy}}$, welcher hingegen gaussverteilt ist, mit einer Breite von $S_{d_{xy}} = 0.99 \pm 0.01$. Die Verteilung der Auflösung des g-Faktors im Verhältnis zu g_0 , $(g - g_0)/g_0$, wurde ebenfalls mit einer Gaussverteilung gefitted, welche ein $\sigma_g = 0.791 \pm 0.009$ liefert. $g_0 = t_0/d_{xy}^0$ ist wiederum der wahre Wert des g-Faktors, dieser unterliegt wiederum einer Verteilung, welche mit einer Summe aus drei Gaussfunktionen gefitted wurde. Die Verhältnisse $n_{21} := N_2/N_1$, $n_{31} := N_3/N_1$, und $s_{21} := \sigma_2/\sigma_1$, $s_{31} := \sigma_3/\sigma_1$, wurden optimiert und fest gehalten.

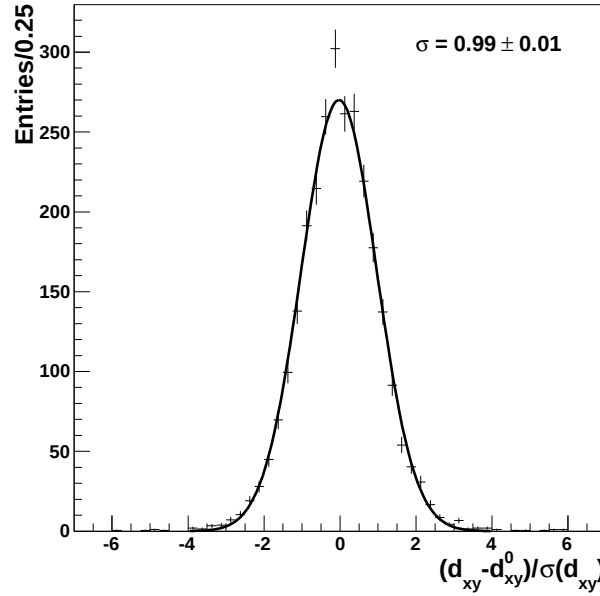


Abbildung 5.12: Pull des transversalen Zerfallsradius, normiert auf 10 fb^{-1} .

$$f(x) = \frac{N_1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \left\{ \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x - x_1)^2}{\sigma_1^2} \right) + \frac{n_{21}}{s_{21}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x - x_2)^2}{(s_{21}\sigma_1)^2} \right) + \frac{n_{31}}{s_{31}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(x - x_3)^2}{(s_{31}\sigma_1)^2} \right) \right\} \quad (5.7)$$

Man erhält dabei folgende Ergebnisse:

$$\begin{aligned} N_1 &= 373.1 \pm 7.634 \\ \sigma_1 &= 1.404 \pm 0.040 \\ x_1 &= 4.598 \pm 0.114 \\ x_2 &= 8.693 \pm 0.077 \\ x_3 &= 15.03 \pm 0.138 \end{aligned}$$

mit den festen Verhältnissen $n_{21} = 3.2$, $s_{21} = 1.7$, $n_{31} = 2.0$, $s_{31} = 1.7$.

Die *proper time* Auflösung wurde ebenfalls mit einer Summe aus zwei Gaussfunktionen mit gemeinsamen Mittelwert t_{mean} parametrisiert:

$$\text{Res}(t \mid t_{mean}) = f_1 \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(t - t_{mean})^2}{2\sigma_1^2} \right) + f_2 \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{(t - t_{mean})^2}{2\sigma_2^2} \right) \quad (5.8)$$

Diese Parametrisierung reproduziert sehr gut die breiten Ausläufer welche in der Verteilung der rekonstruierten Ereignisse zu sehen sind. Laut [23] bietet diese Parametrisierung auch Vorteile in der Auswertung der Log-Likelihood Funktion, siehe Kapitel 7, da

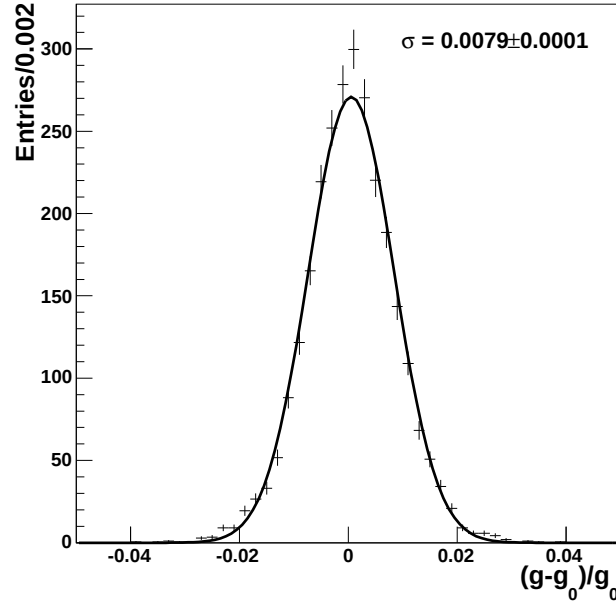


Abbildung 5.13: Auflösung des g -Faktors im Verhältnis zu g_0 , normiert auf 10 fb^{-1} .

das darin vorkommende Integral analytisch gelöst werden kann, was schneller ist als eine numerische Auswertung.

α	Anteil f_α (%)	Breite σ_α (fs)
1	52 ± 2.8	66.6 ± 3.0
2	48 ± 2.8	154.1 ± 4.9

Tabelle 5.3: Fitergebnisse für die *proper time* Auflösung $\text{Res}(t | t_{\text{mean}})$. Zu sehen ist die die Breite der jeweiligen Gaussfunktion und deren prozentuellen Anteil an der Summe beider Funktionen. Der gemeinsame Mittelwert ist dabei innerhalb des Fehlers Null.

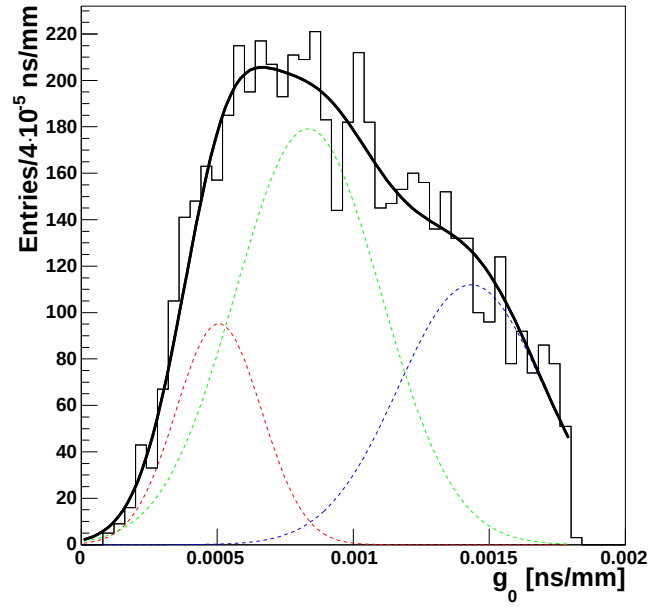


Abbildung 5.14: Der Wahre Wert des g -Faktors der simulierten Ereignisse, gefitted mit einer Summe aus drei Gaussfunktionen.

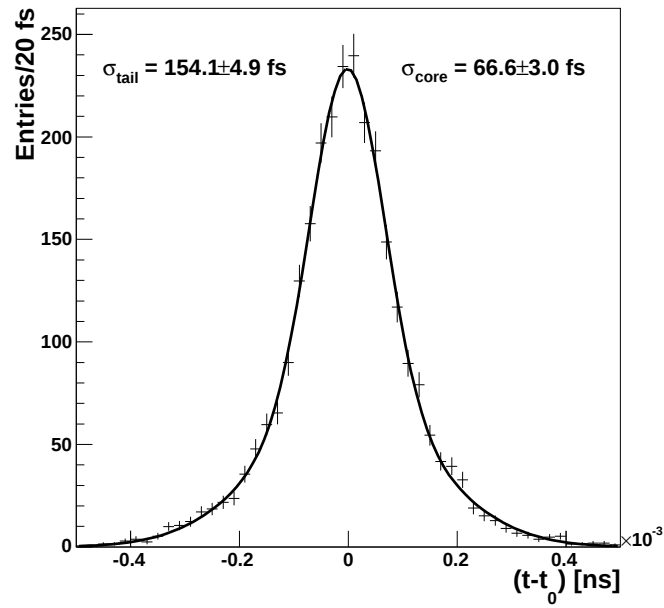


Abbildung 5.15: Proper Time Auflösung parametrisiert mit zwei Gaussfunktionen um einen gemeinsamen Mittelwert, normiert auf 10 fb^{-1} .

Kapitel 6

Vergleich zwischen CTMVFT- und VKalVrt-Vertexing Tool

Wie im vorigen Kapitel erwähnt, benötigt man zur Analyse der rekonstruierten Ereignisse die sekundären Zerfallsvertices aus der B_s^0 Zerfallskette. Wieviel von den vorhandenen B_s^0 Mesonen tatsächlich gefunden werden hängt daher von der Performance des verwendeten Vertex-Fitters ab. Standardmässig ist im Analyse Paket der B-Physik die CTMVFT-Methode [28] der CDF-Kollaboration implementiert. Im Athena Release 12.0.3 gibt es nun auch die Möglichkeit eine andere Vertexfit-Methode, entwickelt von Vadim Kostyukhin (INFN), in den Analyse Code zu implementieren. Im folgenden wird diese Methode besprochen und die Performance mit der CTMVFT-Methode verglichen.

6.1 Das VKalVrt Vertexing Tool

Das VKalVrt Tool [34] basiert auf einer Kalman Filtermethode [31], wobei eine schnelle Kalman- und eine volle Kalmanmethode zur Auswahl stehen. Es erlaubt eine schnelle und leichte Implementation von verschiedenen Nebenbedingungen, zusätzlich zu den bereits vorhandenen. Dies ist nützlich zur Auffindung von Sekundärvertices. Ausserdem können neutrale und geladene Spuren gleichzeitig zur Vertexsuche verwendet werden, und zusätzlich besteht die Möglichkeit, eine präzise Beschreibung¹ des magnetischen Feldes von Atlas zu verwenden, im Gegensatz zur CTMVFT-Methode, welche lediglich ein konstantes Magnetfeld verwendet.

6.1.1 Der Algorithmus

Das Ziel des Vertex Fit ist es, die Position des Vertex und die Impulse der beteiligten Spuren zu erhalten, sowie die dazugehörigen Fehlermatrizen. Der Input für den Fit besteht dabei aus einer Teilchenspur-Parametrisierung, der Perigee-Parametrisierung² q_i^{meas} , für gekrümmte Spuren in einem 3-dimensionalen magnetischen Feld, welche 5 Parameter

¹Eigentlich wird nur die Änderung des Magnetfeldes in der z-Richtung berücksichtigt [34].

²Perigee bezeichnet den Punkt der Trajektorie mit dem kürzesten Abstand zur z-Achse

enthält, plus einer zugehörigen Kovarianzmatrix C :

$$q_i = \{d, z, \theta, \phi, Q/p\}. \quad (6.1)$$

Dabei sind d der transversale Abstand zur z -Achse (transversaler Impact Parameter), z der longitudinale Abstand auf der z -Achse (longitudinaler Impact Parameter), θ und ϕ die Winkel im Atlas Koordinatensystem und Q/p die Ladung durch Gesamtimpuls, welches ein Mass für die Krümmung der Spur ist. Die letzten drei Parameter definieren dabei den Impulsvektor eines Teilchens. Die Werte für q_i^{meas} und C stammen hierbei von den *tracking-fits* der Detektorsignale, welche in der Detektorrekonstruktion durchgeführt werden. Nimmt man nun an, dass das Teilchen vom Vertex $\vec{V} = (x, y, z)$ stammt, dann kann man die Trajektorie als eine Funktion der Vertexposition $\vec{V}$ und des Impulses $\vec{p}$ am Vertex ausdrücken:

$$q_i^{model} = T(\vec{V}, \vec{p}). \quad (6.2)$$

Ein Vertex-Fitting Funktional ist damit gegeben durch

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{Tracks}} (q_i^{meas} - T(\vec{V}, \vec{p}_i))^T W_i (q_i^{meas} - T(\vec{V}, \vec{p}_i)). \quad (6.3)$$

W_i ist dabei die 5×5 Gewichtungsmatrix, welche die Inverse der Kovarianzmatrix C ist. Das Ziel ist es nun, diejenigen $\vec{V}$ und $\vec{p}_i$ zu finden, welche χ^2 in Gleichung (6.3) minimieren. Um eindeutige Lösungen für diese Parameter zu erhalten, muss $T(\vec{V}, \vec{p})$ eine lineare Funktion sein. Dies lässt sich immer erreichen indem man $T(\vec{V}, \vec{p})$ durch eine Taylorreihe bis zur 1. Ordnung approximiert:

$$T(\vec{V}, \vec{p}_i) = T(\vec{V}^0, \vec{p}_i^0) + \frac{\partial T(\vec{V}, \vec{p}_i)}{\partial \vec{V}} \delta \vec{V} + \frac{\partial T(\vec{V}, \vec{p}_i)}{\partial \vec{p}_i} \delta \vec{p}_i, \quad (6.4)$$

wobei $\vec{V}^0$ und $\vec{p}_i^0$ Startpunkte und $\delta \vec{V}, \delta \vec{p}_i$ kleine Abweichungen davon sind. Mit den Abkürzungen

$$D_i = \frac{\partial T(\vec{V}, \vec{p}_i)}{\partial \vec{V}}, \quad E_i = \frac{\partial T(\vec{V}, \vec{p}_i)}{\partial \vec{p}_i} \quad \text{und} \quad \delta q_i = q_i^{meas} - T(\vec{V}^0, \vec{p}_i^0) \quad (6.5)$$

erhält man folgenden Ausdruck:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{Tracks}} (\delta q_i - D_i \delta \vec{V} - E_i \delta \vec{p}_i)^T W_i (\delta q_i - D_i \delta \vec{V} - E_i \delta \vec{p}_i) \quad (6.6)$$

Die Systemgleichung des Kalman-Systems ist damit gegeben durch

$$\vec{V}_k = \vec{V}_{k-1}, \quad (6.7)$$

und die Messgleichung, linearisiert um einen Anfangspunkt c_{0k} , durch

$$q_k = T(\vec{V}_k, \vec{p}_k) + \epsilon_k = c_{0k} + D_k \vec{V}_k + E_k \vec{p}_k + \epsilon_k, \quad (6.8)$$

mit ϵ_k als System- oder Prozessrauschen und k als Index über die Iterationsschritte.

Die schnelle Methode zur Lösung dieses Minimierungsproblems besteht nun darin, den Impuls der Spur beim Übergang von $\vec{V}^0 \rightarrow \vec{V}^0 + \delta\vec{V}$ als konstant anzunehmen. Dadurch reduziert sich die Matrix D von einer 5×3 zu einer 2×3 Matrix D' , und die Kovarianzmatrix $C(W)$ von einer 5×5 zu einer 2×2 Matrix $C'(W')$. Auch die Anzahl der Parameter von q_i reduziert sich dabei von fünf auf drei, $q_i \rightarrow q'_i$. Wählt man zusätzlich noch den Ursprung in $\vec{V}^0$, so ergibt dies $\delta\vec{V}' = \vec{V}'$ und $\delta q'_i = q'_i$. Mit $\vec{x}_{pi} = D_i^{-1'} q'_i$ und $w^i = D_i'^T W_i' D_i'$ kann man Gleichung (6.6) umschreiben zu

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{Tracks}} (\vec{x}_{pi} - \vec{V})^T w_i (\vec{x}_{pi} - \vec{V}). \quad (6.9)$$

Als Lösung erhält man für den Vertex:

$$\vec{V} = \left(\sum_{i=1}^{N_{Tracks}} w_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^{N_{Tracks}} w_i \vec{x}_{pi} \right), \quad (6.10)$$

wobei der Fehler von $\vec{V}$ einfach gegeben ist durch $(\sum_{i=1}^{N_{Tracks}} w_i)^{-1}$. Ist nun der Anfangspunkt weit weg vom gefitteten Vertex, so werden die Spurparameter zum gefitteten Vertex extrapoliert und von dort aus alles neu berechnet. Das VKalVrt Tool bietet die Möglichkeit, die schnelle Methode oder die volle Kalman Methode oder eine Kombination aus beiden auszuwählen. Eine genauere Beschreibung der schnellen Methode und der Vergleich zur vollen Kalman Methode findet sich in [32].

6.1.2 Nebenbedingungen

Nebenbedingungen werden mit der Methode der Lagrangemultiplikatoren in das Programm eingefügt. Eine Nebenbedingung ist dabei eine konstante Funktion der Form

$$A_j(\vec{V}, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_n) = const \quad (6.11)$$

und wird dem Fitting-Funktional hinzugefügt

$$\chi^2 = \chi_0^2 + \sum_{j=1}^{N_{constr}} \lambda_j A_j^2 \quad (6.12)$$

χ_0^2 ist hierbei das Funktional ohne Nebenbedingungen und die λ_j sind die Lagrange Multiplikatoren. Summiert wird über die Anzahl der Nebenbedingungen N_{constr} . A_j kann wiederum analog zum vorigen Kapitel um einen Punkt $(\vec{V}_0, \vec{p}_0)$ linearisiert werden, dadurch erhält man

$$\chi^2 = \chi_0^2 + \sum_{j=1}^{N_{constr}} \lambda_j (A_{j0}^2 + H_j^T \delta\vec{V} + \delta\vec{V}^T H_j + F_{ij}^T \delta\vec{p}_i + \delta\vec{p}_i^T F_{ij}), \quad (6.13)$$

mit

$$H_j = \frac{\partial A_j}{\partial \vec{V}}, \quad F_{ij} = \frac{\partial A_j}{\partial \vec{p}_i}, \quad \delta \vec{V} = \vec{V} - \vec{V}_0 \quad \text{und} \quad \delta \vec{p}_i = \vec{p}_i - \vec{p}_{0i} \quad (6.14)$$

Eine Lösung von (6.13) erhält man, indem man $\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1$ und $\vec{p}_i = \vec{p}_{0i} + \vec{p}_{1i}$ setzt, wobei $\vec{V}_0$ und $\vec{p}_{0i}$ die Lösungen von $\chi^2 = \chi_0^2$ ohne Nebenbedingungen sind. Die Lösung für $\vec{V}_1$ erhält man dann durch:

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &= - \sum_{j=1}^{N_{Constr}} \lambda_j \cdot C_{cov} \cdot L_j \\ \lambda_j &= M_j \cdot (\sum_i F_{ij}^T C_i^{-1} F_{ij} + L_j^T \cdot C_{cov} \cdot L_j)^{-1} \\ L_j &= \sum_i B_i C_i^{-1} F_{ij} - H_j \\ M_j &= A_{j0}^2 - H_j^T \cdot \vec{V}_0 - \sum_i F_{ij}^T \vec{p}_{0i} \\ C_{cov} &= (K - \sum_i B_i C_i^{-1} B_i^T)^{-1} \\ K &= \sum_i D_i^T W_i D_i, \quad B_i = D_i^T W_i E_i \quad \text{und} \quad C_i = E_i^T W_i E_i \end{aligned} \quad (6.15)$$

Die Lösungen für die korrigierten Werte für $\vec{p}_{1i}$ erhält man auf dieselbe Weise. Zur Zeit sind folgende Nebenbedingungen im VKalVrt-Vertexing Tool auswählbar:

1. Massenbedingung: $(\sum_i p_i)^2 = M_{fix}^2$
2. Richtungsbedingung: $P = \sum_i p_i$ zeigt in Richtung Primärvertex
3. z Bedingung: Polarwinkel von $\sum_i \vec{p}_i$ ist gleich dem Polarwinkel von $\vec{V}_{fitted} - \vec{V}_{Primary}$
4. Kombination aus Bedingung 1+2
5. Kombination aus Bedingung 1+3
6. Vertexbedingung: Vertex ist nahe am Primärvertex
7. Richtungsbedingung mit Fehler
8. Kombination aus Bedingung 6+7

6.1.3 Robuste Funktionale

Die Bestimmung von Vertizes wird sehr stark beeinflusst von Spuren, welche von anderen Vertizes stammen. Um diesen Einfluss zu verringern besteht die Möglichkeit, eine robustere Version des Kalman Filters zu verwenden, im VKalVrt Tool wird dazu eine M-Estimator Methode [33] benutzt. Die Grundidee dieser Methode besteht darin, die χ^2 -Standardfunktion derart zu modifizieren, dass Spuren die von anderen Vertizes stammen so gewichtet werden, dass diese weniger Einfluss auf die Berechnung des Vertex haben. Bei der normalen χ^2 -Methode wird versucht, die Funktion

$$\chi^2 = \sum_i x_i^2, \quad \text{mit} \quad x_i = \frac{y_i^{meas} - y_i^{model}}{\sigma_i} \quad (6.16)$$

zu minimieren. $y_i^{meas} - y_i^{model}$ wird dabei als Residuum bezeichnet. Spuren von anderen Vertizes zeichnen sich dadurch aus, dass diese grosse Residuen besitzen. Die Modifikation besteht nun darin, dass die χ^2 -Standardfunktion durch eine bestimmte spezielle Funktion ersetzt wird:

$$\chi^2 = \sum_i x_i^2 \rightarrow \chi_{robust}^2 = \sum_i \Psi(x_i) \quad (6.17)$$

Dabei muss $\lim_{x \rightarrow 0} \Psi(x) = x^2$ gelten, d.h. in der Nähe des Minimums verhält sich das robuste Funktional wie das Standard χ^2 -Funktional.

Die Residuen können erst nach dem Vertex Fit berechnet werden, weshalb es sich hier um ein iteratives Verfahren handelt, welches solange durchgeführt wird bis sich die Vertexposition nicht mehr ändert. Im VKalVrt Tool stehen sechs solcher Funktionen zur Auswahl, welche in [34] aufgelistet und in [33] beschrieben sind.

6.1.4 Implementierung des VKalVrt-Vertexing Tools in den Analyse Code

Der Algorithmus VKalVrtFitter.cxx befindet sich im Unterverzeichnis /PhysicsAnalysis/BPhys/BPhysAnalysisTools, dieser ruft den VKalVrt-Fitservice auf, welcher ein C++ Interface zum VKalVrt-Fitter darstellt. Der Fitter selbst ist in Fortran geschrieben und befindet sich im Verzeichnis Reconstruction/VKalVrt. Um den Fitservice des VKalVrt Tools verwenden zu können, muss man im JobOptions file folgende zwei Zeilen hinzufügen:

```
theApp.Dlls += [ "VKalVrtAthena" ]
theApp.Dlls += [ "VKalVrtFitSvc" ]
```

Im Code VKalVrtFitter.cxx sind bis jetzt 4 Zerfallstopologien implementiert: “ $\phi \rightarrow KK$ “, “ $J/\psi \rightarrow \mu\mu$ “, “ $J/\psi \rightarrow ee$ “ und “ $B_s \rightarrow J/\psi(\mu\mu)\phi(KK)$ “. Es war also notwendig die für diese Arbeit notwendige Topologien, “ $D_s \rightarrow \pi\phi(KK)$ “ und “ $B_s \rightarrow \pi D_s(\pi\phi(KK))$ “ hinzuzufügen. Für die Topologie “ $B_s \rightarrow \pi D_s(\pi\phi(KK))$ “ wird die D_s Masse und die Richtungsbedingung (siehe oben: Nebenbedingung 2) als Nebenbedingung verlangt. Der Fitservice wird initialisiert mittels:

```
VKalVrtFitter myBsVKalVrtFitter(toolsvc);
```

Der Fit selbst wird im Analyse Code, hier am Beispiel des B_s^0 Fits, folgendermaßen aufgerufen:

```
myBsVKalVrtFitter.setTopology("Bs->piDs(piPhi(KK))");
myBsVKalVrtFitter.setInputTracks(TrackCand);
myBsVKalVrtFitter.setPrimaryVertex(primaryVertex);
myBsVKalVrtFitter.performFit();
TempVAndT.vertex = myBsVKalVrtFitter.getFittedVertex();
TempVAndT.fitmass = TempVAndT.vertex.getInvariantMass();
```

Die *input tracks* werden dabei als Objekte der Klasse `std::vector<const Rec::TrackParticle*>` übergeben. Der Fit selbst wird mit der Funktion `performFit()` aufgerufen, dabei wird zuerst mit der schnellen Kalman Methode der ungefähre Vertex abgeschätzt. Dieser dient dann als Input für den vollen Vertex Fit. Der Fit liefert dann: die Position des Vertex, den Viererimpuls aller Spuren, die Summe der Ladungen, die Kovarianzmatrix, χ^2 pro Spur, die Perigee Koordinaten ϕ , θ und Q/p der Spuren am Vertex und den χ^2 Wert des gesamten Fits. Die Resultate werden dabei mittels der `Vertex` Klasse wieder an das Analyseprogramm zurückgegeben. Dabei gibt es jedoch im Release 12.0.3 noch Unterschiede in den Funktionen dieser Klasse zwischen beiden Fitter Tools, weshalb jeweils eine eigene Schleife über die Spurkandidaten gemacht wird. Um die Kovarianzmatrix zu bekommen muss man im Code `VKalVrtFitter.cxx` `m_fitSvc→setMomCovCalc(1);` setzen. Man erhält jedoch dadurch nicht die volle Kovarianzmatrix, sondern einen Vektor der Klasse `std::vector<double>`, mit 21 Einträgen. Die ersten sechs sind dabei die untere Diagonal-Fehler-Matrix der Vertexposition, die restlichen Einträge sind die untere Diagonal-Fehler-Matrix des Viererimpulses.

$$Cov = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & & \\ cov_{yx} & \sigma_y^2 & \\ cov_{zx} & cov_{zy} & \sigma_z^2 \end{pmatrix} \rightarrow Cov[6] = \{\sigma_x^2, cov_{yx}, \sigma_y^2, cov_{zx}, cov_{zy}, \sigma_z^2\}; \quad (6.18)$$

Im Gegensatz zum CTMVFT Tool bietet das VKalVrt Tool auch die Möglichkeit, die invariante Masse direkt zu bestimmen, wohingegen man beim CTMVFT Tool eine Funktion aus der Klasse `BPhysToolbox` aufrufen muss. Ebenso liefert das VKalVrt den Gesamtimpuls, welcher beim CTMVFT über die *refitted tracks* bestimmt werden muss. Da zur Bestimmung des *impact parameters* und der *proper time* die Gesamtimpulse benötigt werden, mussten die jeweiligen Funktionen in der Klasse `BPhysToolbox` abgeändert werden. Ein Vorteil des CTMVFT liegt darin, dass man mit dieser Methode die vorzeichenbehaftete transversale Zerfallslänge samt Fehler geliefert bekommt. Im Falle des VKalVrt Tools muss man hierfür diese Berechnungen selbst machen. Dies wurde in der Funktion `BsDsPi::writeRec2Ntuple_VKalVrt` gemacht, indem diese Funktion des CTMVFT Tools adaptiert wurde. Die Funktion `BsDsPi::writeRec2Ntuple_VKalVrt` wird dazu verwendet um das `AthenaAwareNtuple` [35] zu füllen, und musste sowieso wegen der unterschiedlichen Klassen der Spurkandidaten umgeschrieben werden. Die vorzeichenbehaftete transversale Zerfallslänge wird dabei errechnet, indem man den transversalen Abstandsvektor mit dem transversalimpuls des zugeordneten Vertex multipliziert: $\vec{d}_{xy} \cdot \vec{p}_{xy}$. Anschließend wird der Betrag des Abstandsvektors berechnet und mit dem Vorzeichen aus dem Resultat des Skalarprodukts versehen. Dies wird für den Abstand des B_s^0 -Vertex vom Primärvertex durchgeführt, sowie für den Abstand des D_s^- -Vertex vom B_s^0 -Vertex. Der Fehler der transversalen Zerfallslänge wird dabei über das allgemeine Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet:

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \right)^2 \sigma_{a_i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \frac{\partial f}{\partial a_j} \right) cov(a_i, a_j). \quad (6.19)$$

6.2 Ergebnisse

Um beide Vertexfit-Methoden miteinander vergleichen zu können wurde für beide Tools die Analyse der 50000 Ereignisse mit dem Athena Release 12.0.3 durchgeführt. In diesem Release wurde von ROOT ntuple auf AthenaAwareNtuple umgestellt, wodurch sich auch der Analyse Algorithmus geändert hat. Um beide Fitmethoden unter gleichen Bedingungen vergleichen zu können, wurde die Analyse mit der CTMVFT Methode daher mit dem release 12.0.3 wiederholt.

Cut Parameter	Wert	Rekonstruierte Ereignisse	
		CTMVFT	VKalVrt
Sample Größe		49998	49998
$p_t(h^+h^-)$	$> 1.5 \text{ GeV}$		
$\Delta\phi_{KK}$	$< 10^\circ$		
$\Delta\theta_{KK}$	$< 10^\circ$		
$\chi^2_{\Phi^0}$ Wahrsch.	1%		
$ M_{KK} - M_{\Phi^0} $	3σ	34629	35063
$p_t(\pi^-)$	$> 1.5 \text{ GeV}$		
$\chi^2_{D_s^-}$ Wahrsch.	1%		
$ M_{KK\pi^+} - M_{D_s^-} $	3σ	17563	17604
$p_t(\pi^+)$	$> 1 \text{ GeV}$		
$\chi^2_{B_s}$	1%	13065	15278
B_s Zerfallszeit	$> 0.4 \text{ ps}$	8683	9945
B_s Impact Parameter	$< 55\mu\text{m}$	8683	9945
$p_t(B_s)$	$> 10\text{GeV}$	7378	8318
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	3σ	6146	6973
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	2σ	5761	6490
$ M_{KK\pi\pi} - M_{B_s} $	1σ	4158	4635

Tabelle 6.1: Auflistung der Ergebnisse beider Vertex Methoden mit den jeweiligen Abschnideparametern.

Aus Tabelle 6.1 wird ersichtlich, dass die VKalVrt Methode in etwa 1000 mehr $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Zerfälle rekonstruiert als die CTMVFT Methode. Genauer gesagt hat man bei der CTMVFT Methode eine Effizienz von 12.3% und bei der VKalVrt Methode eine Effizienz von 13.9%, wobei alle rekonstruierten Ereignisse innerhalb des 3σ Fensters berücksichtigt werden. Die VKalVrt Methode weist also eine etwas bessere Effizienz auf. Die Effizienz abhängig vom Transversalimpuls der rekonstruierten B_s^0 Mesonen ist in Abbildung 6.1 zu sehen.

Interessant ist nun auch noch, in wievielen Fällen beide Methoden in den selben Ereignissen ein B_s^0 auffinden. Um dies herauszufinden verwendet man die Truth Information. Bei jedem gefundenen B_s^0 Meson wird dabei überprüft ob alle an der Rekonstruktionskette beteiligten Spuren tatsächlich mit den geforderten Teilchenidentitäten übereinstimmen.

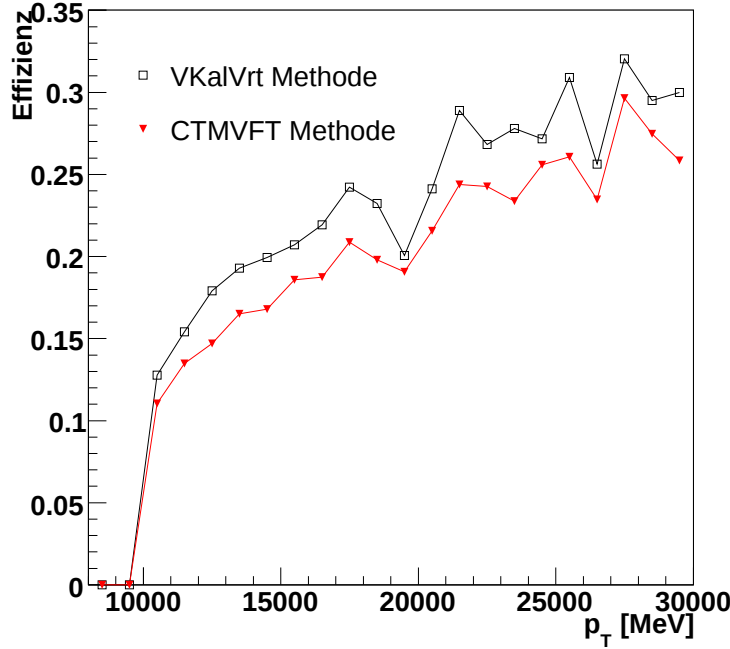


Abbildung 6.1: Effizienz der Vertexfit Methoden CTMVFT und VKalVrt in Abhängigkeit des Transversalimpulses der rekonstruierten B_s^0 Mesonen.

Ist dies der Fall, wird diese Information in ein Logfile geschrieben. Durch Vergleich der Logfiles beider Methoden lässt sich ermitteln in wievielen Fällen dieselben B_s^0 Mesonen rekonstruiert werden. Von den 7378 mittels der CTMVFT Methode gefundenen B_s^0 Mesonen weisen 7214 (97.8% *purity*) eine Übereinstimmung mit der Truth auf. Von diesen 7214 weisen 6644 rekonstruierte B_s^0 Mesonen eine Übereinstimmung mit den mittels der VKalVrt Methode rekonstruierten B_s^0 Mesonen auf, wo von den 8318 rekonstruierten B_s^0 Mesonen 8130 (97.7% *purity*) mit der Truth übereinstimmen. D.h. in $\sim 92\%$ wird in beiden Fällen in den selben Ereignissen ein $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Zerfall gefunden.

Ebenfalls aus Tabelle 6.1 sieht man, dass beide Methoden noch ungefähr gleich viel ϕ und D_s Kandidaten finden (die VKalVrt Methode sogar noch etwas mehr). Bei der D_s Rekonstruktion zeigt die VKalVrt Methode eine Effizienz von 50.2% bezüglich der rekonstruierten ϕ Kandidaten und die CTMVFT Methode zeigt eine Effizienz von 50.7%. D.h. bei der Rekonstruktion eines Zweispurenvertex und Dreispurenvertex liefern beide Methoden fast identische Resultate. Etwas anders verhalten sich die beiden Methoden bei der B_s^0 Rekonstruktion, wo die CTMVFT Methode eine Effizienz von 35% bezüglich der rekonstruierten D_s Kandidaten zeigt, die VKalVrt Methode 39.6%. Da beide Fitter nach der χ^2 -Minimierungs-Methode arbeiten sind in Abbildung 6.2 die χ^2 Werte beider Methoden für die drei Vertexrekonstruktionen aufgezeigt. Man sieht dabei, dass die Verteilungen der ϕ und D_s Vertexfits beider Methoden ein fast identisches Verhalten aufweisen. Jedoch zeigen die Verteilungen des B_s^0 Vertexfits einen Unterschied zwischen beiden Methoden. Der Grund für die unterschiedlichen Verteilungen liegt an den unter-

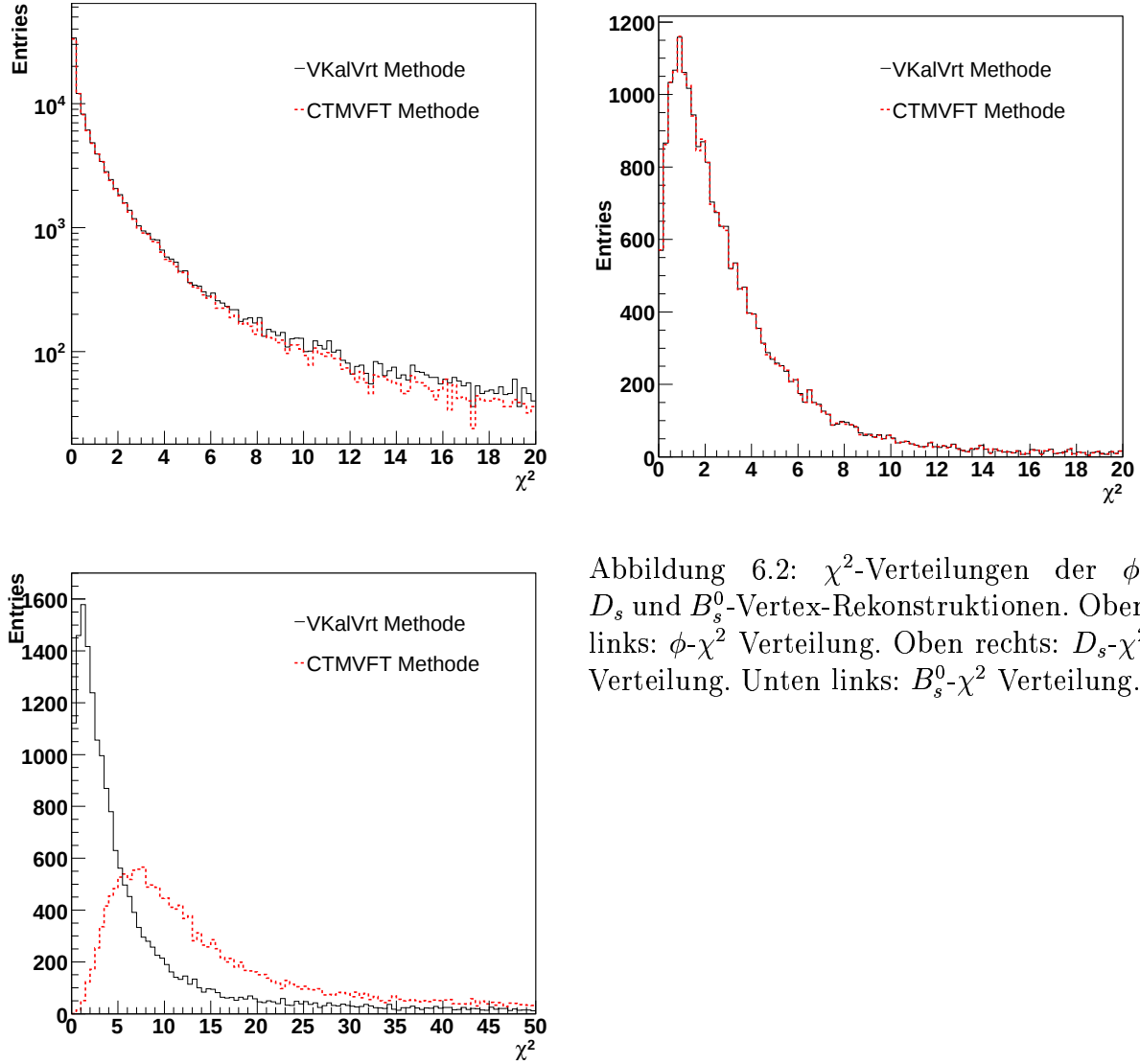


Abbildung 6.2: χ^2 -Verteilungen der ϕ , D_s und B_s^0 -Vertex-Rekonstruktionen. Oben links: ϕ - χ^2 Verteilung. Oben rechts: D_s - χ^2 Verteilung. Unten links: B_s^0 - χ^2 Verteilung.

schiedlichen Fitmethoden des B_s^0 Vertex. Bei der CTMVFT Methode wird mittels einer eigenen Funktion für den B_s^0 Vertex ein kombinierter Fit gemacht, d.h. der D_s Vertexfit wird wiederholt und mit dem B_s^0 Vertexfit kombiniert. Bei der VKalVrt Methode wird beim D_s Vertexfit eine D_s Spur extrapoliert, welche dann als Input für den B_s^0 Vertexfit dient. Dafür benötigt man allerdings das **ParticleCreatorTool**, welches zusätzliche Services benötigt, die man in den **JobOptions** zusätzlich initialisieren muss. Damit hat man bei der VKalVrt Methode einen zwei Spuren Vertexfit und erhält eine χ^2 Verteilung mit 3 Freiheitsgraden (1 Freiheitsgrad für den Zweispurenfit + 2 Freiheitsgrade aufgrund der Richtungsbedingung). Hingegen liefert die CTMVFT Methode eine χ^2 Verteilung mit 8 Freiheitsgraden. Daraus folgt aber auch das sich der Abschneideparameter für die Fitwahrscheinlichkeit mittels der VKalVrt Methode von 20 auf 12 verschiebt. Als nächstes wurden die Auflösung und der Pull der Koordinaten für die D_s und B_s^0 Vertices

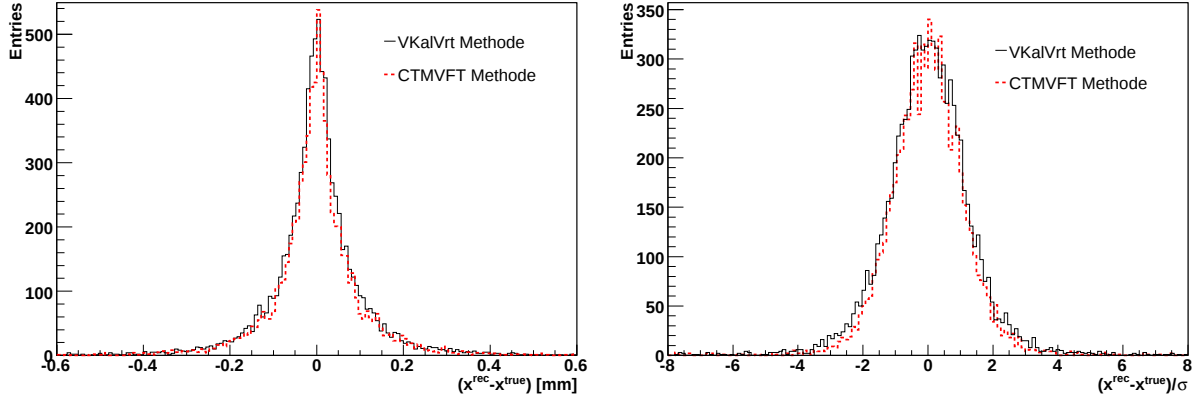


Abbildung 6.3: Auflösung und Pull der x-Koordinate des B_s^0 -Vertex.

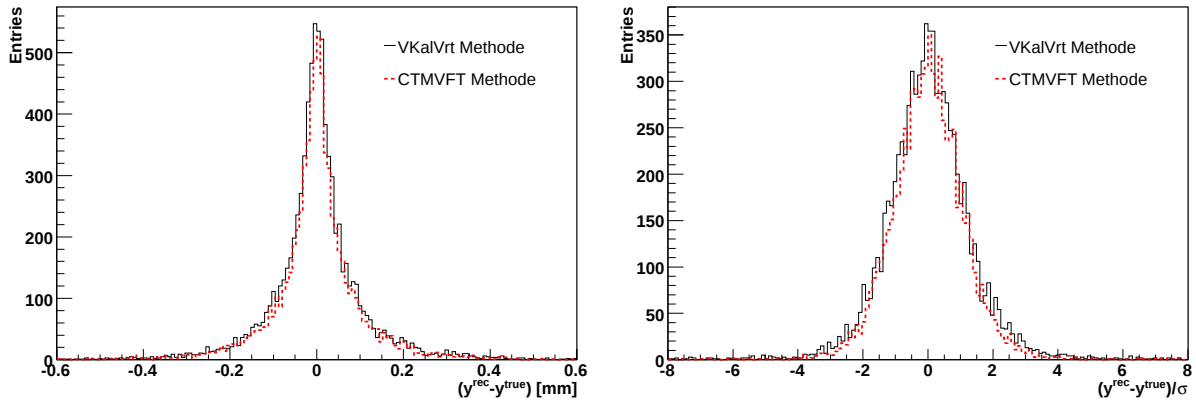


Abbildung 6.4: Auflösung und Pull der y-Koordinate des B_s^0 -Vertex.

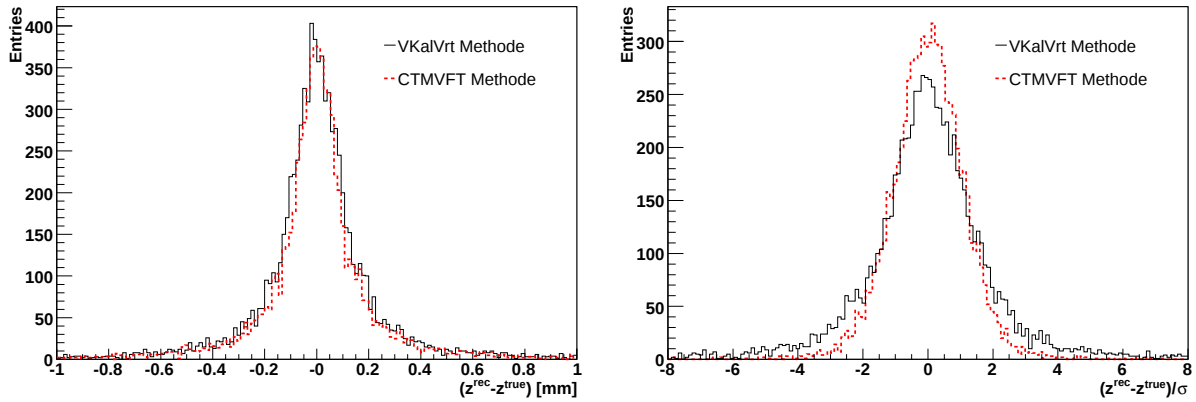


Abbildung 6.5: Auflösung und Pull der z-Koordinate des B_s^0 -Vertex.

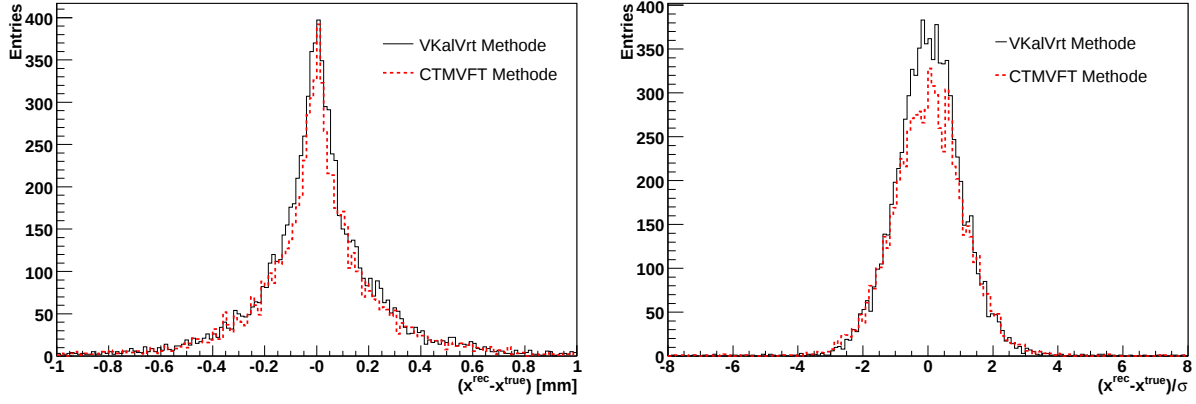


Abbildung 6.6: Auflösung und Pull der x-Koordinate des D_s -Vertex.

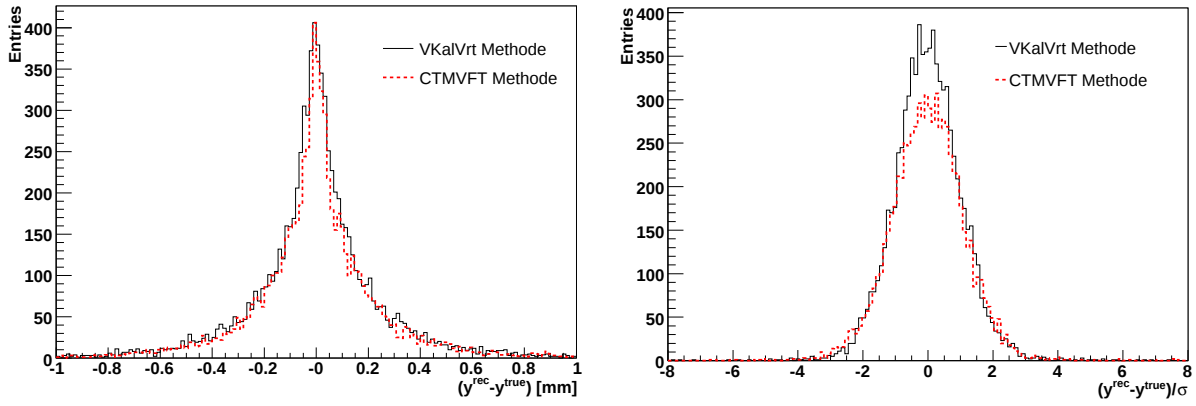


Abbildung 6.7: Auflösung und Pull der y-Koordinate des D_s -Vertex.

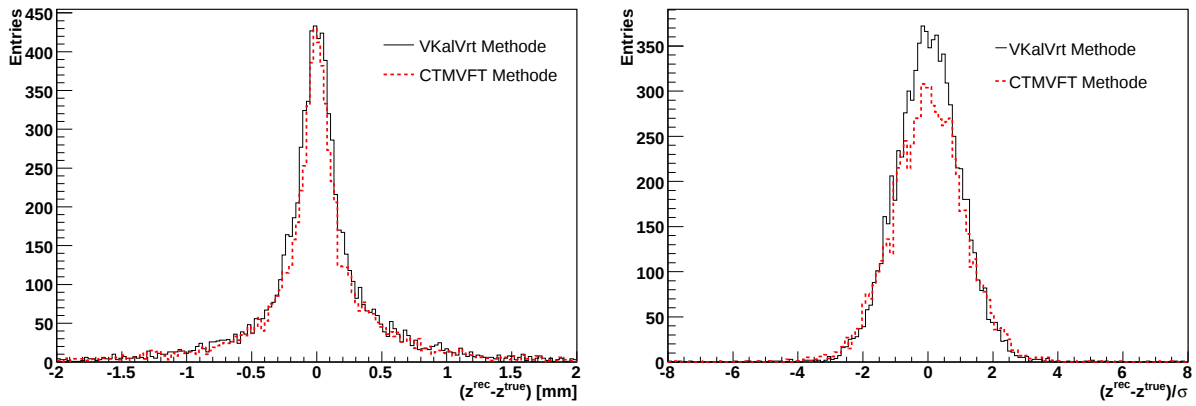


Abbildung 6.8: Auflösung und Pull der z-Koordinate des D_s -Vertex.

untersucht. Mit Auflösung ist hier wiederum die Differenz zwischen rekonstruiertem und wahrem Wert gemeint. Pull bezeichnet die Auflösung geteilt durch den Fehler. Beide Methoden weisen in etwa dasselbe Verhalten in ihren Verteilungen auf. Die Verteilungen sind in den Abbildungen 6.3-6.8 zu sehen. Wichtig für die Performance der Vertexfitter ist neben der Rekonstruktion des Sekundärvertex auch die Rekonstruktion der invarianten Massen, der *proper time*, des Zerfallradius und des g -Faktors. Diese Größen spielen in weiterer Folge eine wichtige Rolle in der Bestimmung der $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Oszillationsfrequenz Δm_s . Im nächsten Kapitel werden wir noch sehen, dass die *proper time* Auflösung hierbei der entscheidende Faktor neben der integrierten Luminosität (Anzahl der rekonstruierten $B_s^0 \propto$ zur integrierten Luminosität) ist. In Abbildung 6.9 sind die rekonstruierten invarianten Massen zu sehen. Man erkennt dabei, dass man bei den invarianten ϕ und D_s Massen für beide Methoden in etwa die selben Verteilungen erhält. Die rekonstruierten B_s^0 Massen weisen jedoch einen Unterschied zwischen beiden Methoden auf. Einerseits werden mit der VKalVrt Methode mehr B_s^0 rekonstruiert, andererseits weist deren Verteilung auch eine grössere Breite auf. Als nächstes wurden die Verteilungen des Zerfallradius verglichen. Diese sind in Abbildung 6.10 zu sehen. Man sieht dass beide Methoden wiederum in etwa identische Verteilungen liefern. In Abbildung 6.11 ist die wahre Verteilung des g -Faktors und die Auflösung des rekonstruierten g -Faktors im Verhältnis zu g_0 gezeigt. In diesem Fall weist die VKalVrt Methode eine um 20 % breitere Verteilung als die CTMVFT Methode auf.

Aus den Verteilungen des Zerfallradius und des g -Faktors lässt sich nun nach (5.4) die Verteilung der *proper time* berechnen. Diese ist in Abbildung 6.12 und 6.13 gezeigt. Die VKalVrt Methode zeigt dabei in beiden Gaussfunktionen größere Breiten, wobei allerdings jeweils der Anteil beider Gaussfunktionen an der Gesamtauflösung berücksichtigt werden muss. Berücksichtigt man dies, indem man die Breiten mit dem relativen Anteil gewichtet, so erhält man für die VKalVrt Methode eine Auflösung von 111 ± 7.9 fs und für die CTMVFT Methode eine Auflösung von 108.6 ± 5.7 fs, der Unterschied zwischen beiden Methoden ist also nicht signifikant. Es zeigt sich also, dass beide Methoden vergleichbare Resultate aufweisen, wobei die breitere Verteilung in der invarianten B_s^0 Masse für die weitere Bestimmung von Δm_s nicht relevant ist, da dabei nur die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse eingeht. Da man mittels der VKalVrt Methode mehr rekonstruierte B_s^0 Ereignisse aber eine vergleichbare Auflösung in der *proper time* erhält, könnte man in weiterer Folge noch ein *tuning* der Abschneideparameter durchführen, da man es sich leisten kann, etwas an den rekonstruierten Ereignissen zu verlieren, wenn man dabei eine bessere Auflösung in der *proper time* erzielt.

Diese Studie hat also gezeigt, dass die VKalVrt Methode mindestens gleichwertig zur CTMVFT Methode ist, und im Hinblick darauf, dass es möglich ist mittels der VKalVrt Methode eine präzise Beschreibung des magnetischen Feldes von Atlas zu implementieren [34], mit der CTMVFT Methode jedoch nicht, bietet sich die VKalVrt Methode als möglicher Ersatz für die CTMVFT Methode an.

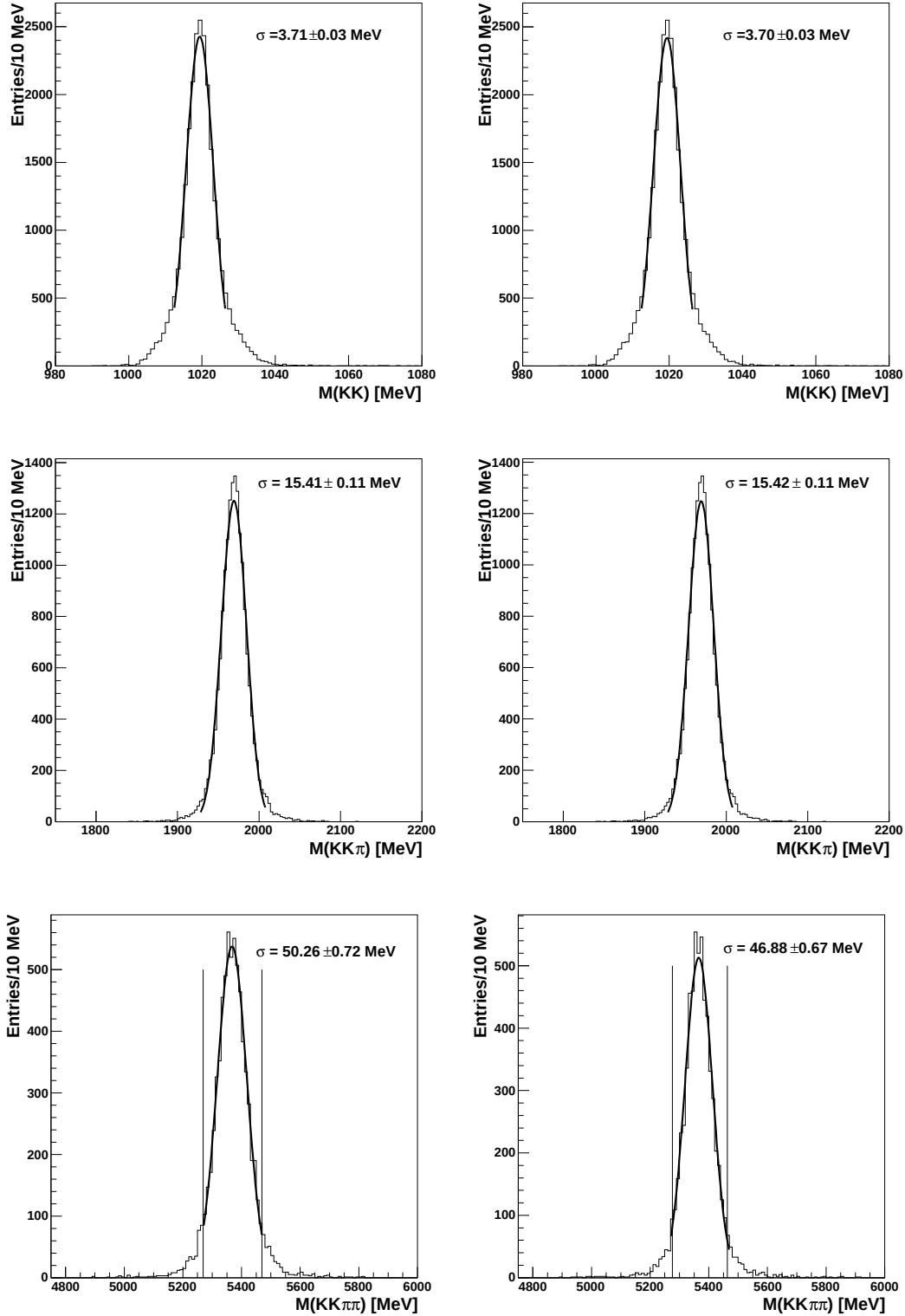


Abbildung 6.9: Rekonstruktion der invarianten Massen. Links jeweils mit VKalVrt Methode und rechts mit CTMVFT Methode.

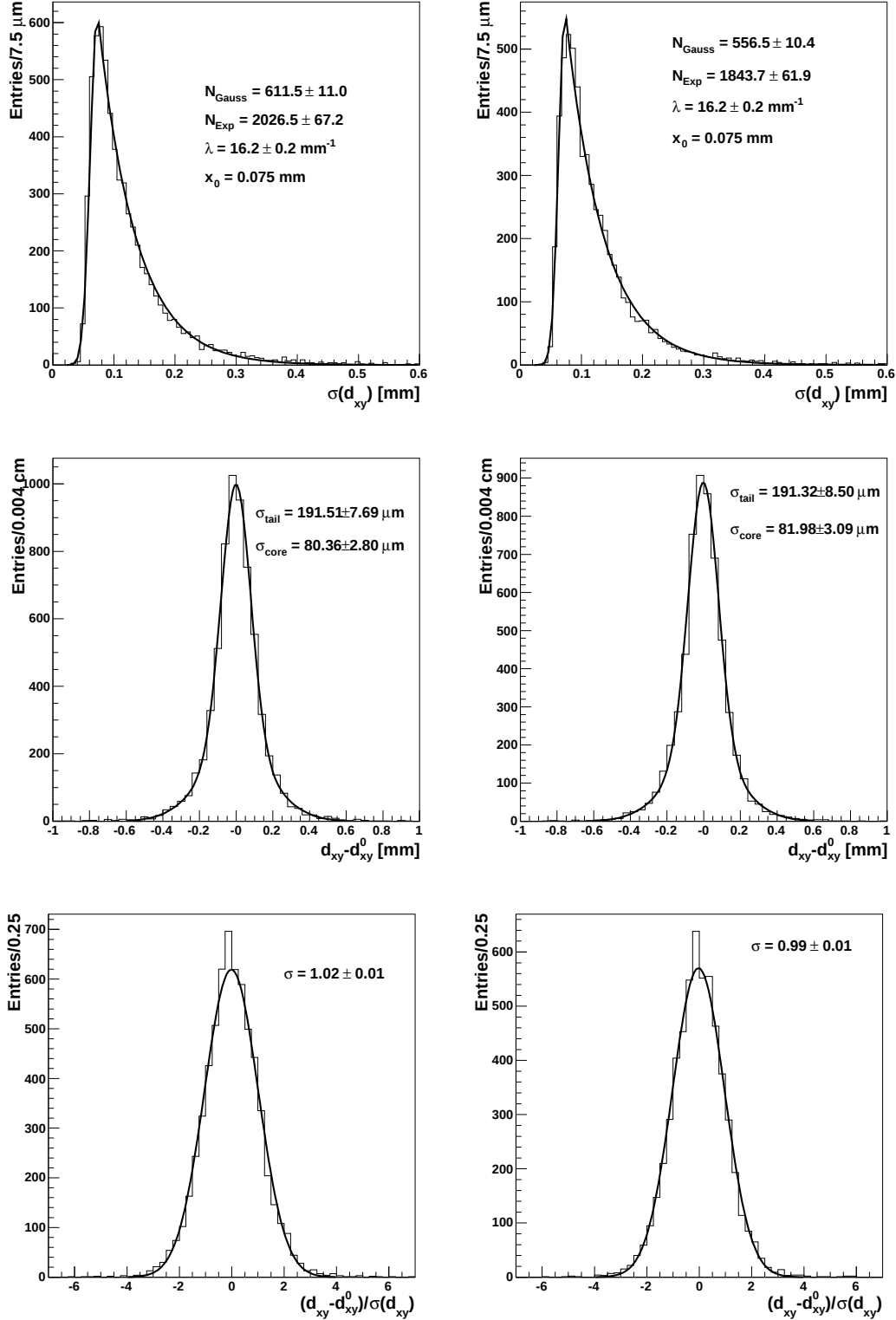


Abbildung 6.10: Von oben nach unten: die Verteilung des Fehlers des Zerfallsradius, Auflösung und Pull. Links mittels VKalVrt und rechts mittels CTMVFT Methode.

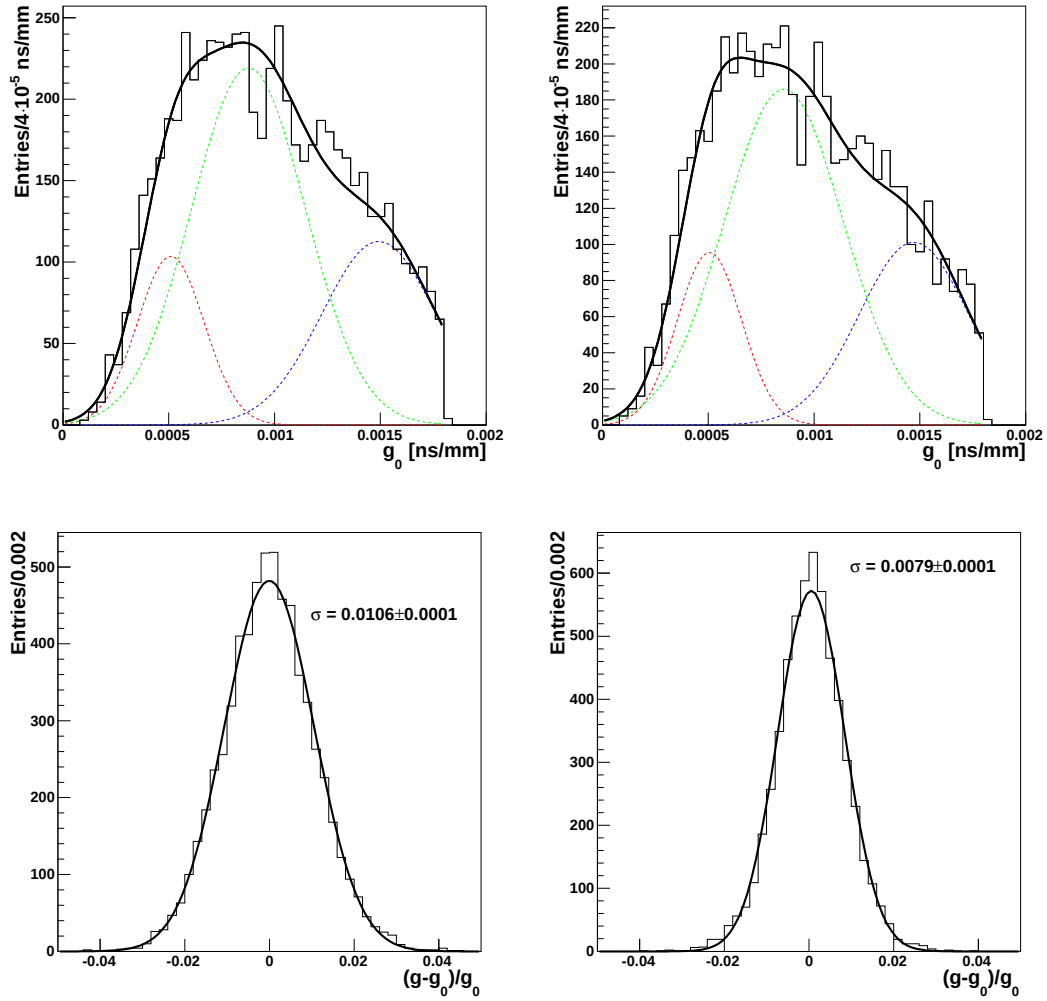


Abbildung 6.11: Verteilung des wahren g -Faktors g_0 oben, und Verteilung der Auflösung des g -Faktors im Verhältnis zu g_0 unten. Links ist wiederum das Ergebnis mittels der VKalVrt Methode und rechts mit der CTMVFT Methode gezeigt.

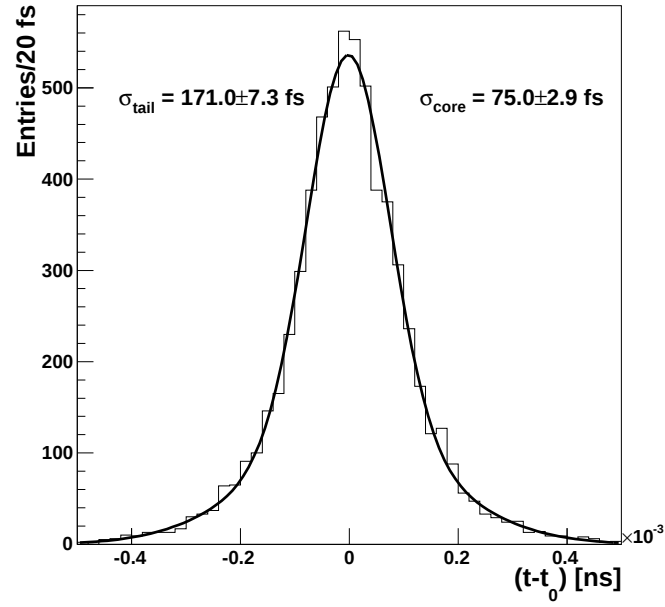


Abbildung 6.12: Auflösung der *proper time* für die VKALVrt Methode.

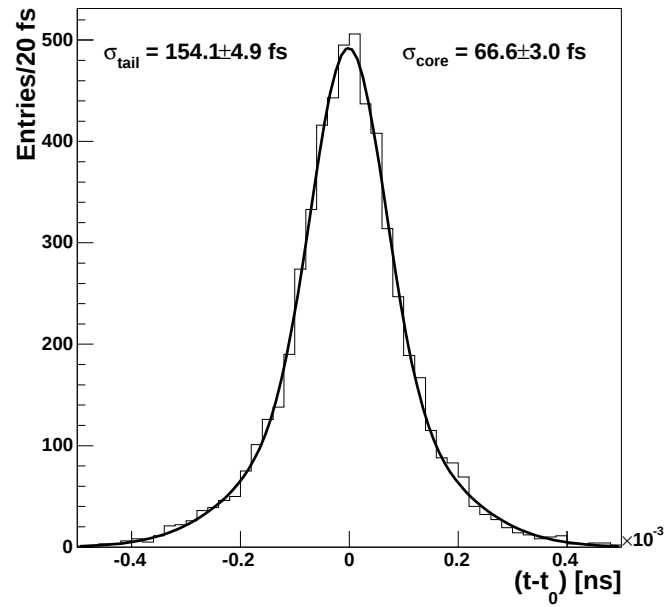


Abbildung 6.13: Auflösung der *proper time* für die CTMVFT Methode.

Kapitel 7

Das Entdeckungspotential und die Sensitivität der Messung von Δm_s

Wie wir bereits aus Kapitel 2.2 wissen, ist die Massendifferenz proportional zur Frequenz mit der B_s^0 und $\bar{B}_s^0$ Mesonen sich ineinander umwandeln. Die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Mesonen zum Zeitpunkt des Zerfalls oszilliert haben oder nicht, sind dabei gegeben durch die Gleichungen (2.78) und (2.79). Die im Experiment produzierten $b\bar{b}$ -Paare bilden einen verschränkten quantenmechanischen Zustand. Diese Eigenschaft wird nun dazu benutzt festzustellen, ob eine Oszillation stattgefunden hat oder nicht. Dabei bestimmt man die Flavour des b Quarks über semileptonische Zerfälle, konkret wird auf Myonen mit einem $p_t > 6$ GeV getaggt. Man nennt diese Seite des Zerfalls *tagging* Seite. Beim $\bar{b}$ Quark sucht man nun, wie in 5.1 beschrieben, nach dem gewünschten $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Zerfall, wobei hier die Flavour über die Ladung des D_s Meson bestimmt wird. Weiss man nun dass auf der *tagging* Seite ein b Quark vorliegt, heisst dies, dass das andere Quark als $\bar{b}$ produziert wurde. Durch die Messung der Zerfallsprodukte kann man nun sagen ob Oszillation stattgefunden hat oder nicht.

Um Δm_s zu messen bietet sich die zeitabhängige Asymmetrie Amplitude an:

$$A(t) = \frac{N^{++}(t) - N^{+-}(t)}{N^{++}(t) + N^{+-}(t)} \sim D \cos(\Delta m_s t), \quad (7.1)$$

wobei N^{++} die Anzahl der Ereignisse ist, bei denen die Flavour bei Produktion und Zerfall identisch ist, und N^{+-} die Anzahl der Ereignisse ist in denen Oszillation stattgefunden hat. D ist der sogenannte *overall dilution factor*. Er ist ein Produkt aus den einzelnen *dilution factors*¹ $D = D_{tag} D_{Back} D_{time}$, mit

$$\begin{aligned} D_{tag} &= 1 - 2W \\ D_{back} &= \frac{N_S}{N_S + N_B} \\ D_{time} &= \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_t x_s}{\tau}\right)^2\right) \end{aligned} \quad (7.2)$$

aus [30], wobei N_S die Anzahl der Signalereignisse und N_B die Anzahl der Hintergrundergebnisse ist. W ist die *wrong tag fraction*, wobei bei Atlas $W = 0.22$ simuliert wird und

¹Diese Faktoren werden derzeit mit Hilfe von MC-Simulationen abgeschätzt.

daraus resultiert, dass immer die Möglichkeit besteht, dass bei Produktion oder Zerfall falsch getaggt wird. x_s ist der Mixing Parameter (siehe (2.80)) und σ_t die *proper time resolution*. Man erkennt also die Abhängigkeit der Bestimmung von Δm_s von der *proper time resolution*.

Da in den zu dieser Arbeit produzierten Ereignissen keine Oszillationen der B_s^0 Mesonen inkludiert sind, lässt sich nicht direkt eine Analyse dieser Asymmetrie Amplitude durchführen. Da man jedoch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (2.77) kennt, hat man die Möglichkeit im Nachhinein mit den Resultaten der Analyse der produzierten Ereignisse ein oszillierendes Monte Carlo Sample zu erzeugen und mit Hilfe der Amplituden Fit Methode das Entdeckungspotential des Atlas Detektors für die Bestimmung von Δm_s abzuschätzen. Diese Prozedur wird im folgenden beschrieben und diskutiert. Wie man aus der zeitabhängigen Asymmetrieamplitude Δm_s extrahiert wird im folgenden nicht mehr genauer diskutiert, man bedient sich dabei aber ebenfalls der Amplitudenfitmethode. Es wird in diesem Zusammenhang auf [30] verwiesen.

7.1 Likelihood Funktion und Erzeugung des B_s^0 “Datensamples“

7.1.1 Bildung der Likelihoodfunktion

Wie wir aus Kapitel 2.2 wissen, ist die normierte Wahrscheinlichkeit, dass ein anfänglich produziertes B^0 Meson nach einer Zeit t_0 als $\bar{B}^0$ zerfällt, gegeben durch

$$p_j(t_0, \mu_0) = \frac{\Gamma_j^2 - \left(\frac{\Delta\Gamma_j}{2}\right)^2}{2\Gamma_j} e^{-\Gamma_j t_0} \left(\cosh\left(\frac{\Delta\Gamma_j t_0}{2}\right) + \mu_0 \cos(\Delta m_j t_0) \right) \quad (7.3)$$

mit $\Delta\Gamma = \Gamma_H^j - \Gamma_L^j$, $\Gamma_j = (\Gamma_H^j + \Gamma_L^j)/2$ und $\mu_0 = -1$ für den Fall das Oszillation stattgefunden hat, und $\mu_0 = +1$ falls keine Oszillation stattgefunden hat. Der Subindex steht dabei für $j = d, s$. Im Falle von B_d^0 -Oszillationen kann man $\Delta\Gamma_d$ praktisch vernachlässigen, jedoch im B_s^0 -System könnte $\Delta\Gamma_s$ bis zu 30% [6] der totalen Zerfallsbreite ausmachen.

Gleichung (7.3) beschreibt die theoretische Wahrscheinlichkeit für Teilchen-Antiteilchen Oszillationen. Diese Relation gilt im realen Experiment nicht mehr in dieser einfachen Form, da dann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion eine Funktion der experimentell gemessenen bzw. rekonstruierten *proper time* ist, welche eine von der Messauflösung abhängige Verteilung besitzt. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion abhängig von der rekonstruierten *proper time* erhält man aus einer Faltung von (7.3) mit der *proper time* Auflösung $\text{Res}_j(t | t_0)$ von (5.8):

$$q_j(t, \mu_0) = \frac{1}{N} \int_0^\infty p_j(t_0, \mu_0) \text{Res}_j(t | t_0) dt_0 \quad (7.4)$$

mit dem Normierungsfaktor

$$N = \int_{t_{\min}}^\infty \left(\int_0^\infty p_j(t', \mu_0) \text{Res}_j(t | t') dt' \right) dt \quad (7.5)$$

Die untere Integrationsgrenze t_{min} in der Normierung kommt hierbei vom Abschneiden Parameter der rekonstruierten *proper time*. Berücksichtigt man noch zusätzlich die Möglichkeit eines Fehlers beim tagging, d.h. bei der Bestimmung der Flavour bei Produktion oder Zerfall, erhält man

$$\tilde{q}_j(t, \mu) = (1 - \omega_j)q_j(t, \mu) + \omega_jq_j(t, -\mu), \quad (7.6)$$

wobei nun $\mu = -1$ ist, da wir diesen Fall untersuchen wollen. Gleichung (7.6) beinhaltet jedoch nur den Signalkanal. In einem realen Experiment hat man zusätzlich noch Hintergrundereignisse, welche die Messung beeinflussen. Solche Hintergrundereignisse stammen zum einen aus oszillierenden B_d^0 Zerfällen, welche mit einer Wahrscheinlichkeit von (7.6) oszillieren und aus nicht oszillierendem kombinatorischem Hintergrund, dessen Wahrscheinlichkeit sich aus (7.3) und (7.6) ergibt, indem man $\Delta m = 0$ und $\Delta \Gamma = 0$ setzt:

$$p_{cb}(t, \mu) = \frac{\Gamma_{cb}}{2} e^{-\Gamma_{cb}t} [1 + \mu(1 - 2\omega_{cb})] \quad (7.7)$$

Hat man die Anteile f_j der Komponenten j ($j = s, d, cb$) in einem Sample, so ergibt sich die Gesamtwahrscheinlichkeitsdichte zu:

$$\text{pdf}(t, \mu) = \sum_{j=s,d,cb} f_j \tilde{q}_j(t, \mu). \quad (7.8)$$

Daraus erhält man schlußendlich folgende Likelihoodfunktion

$$\mathcal{L}(\Delta m_s, \Delta \Gamma_s) = \prod_{i=1}^{N_{ev}} \text{pdf}(t_i, \mu_i) \quad (7.9)$$

wobei N_{ev} die Anzahl der Ereignisse ist, und die Wahrscheinlichkeitsdichte auf 1 normiert ist, da $\sum f_j = 1$ und die $\tilde{q}_j$ nach Konstruktion normiert sind.

7.1.2 Erzeugung des B_s^0 “Datensamples“

Zur Erzeugung eines Datensamples, in dem Teilchen-Antiteilchen-Oszillationen inkludiert sind, wird eine vereinfachte Monte Carlo Methode benutzt. Das Programm das hierzu verwendet wurde, nennt sich *toy Monte Carlo* [23]. Dieses Programm beinhaltet noch einen weiteren Signalkanal, nämlich $B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$. Dieser zusätzliche Signalkanal muss auch noch in die Likelihoodfunktion eingebaut werden, dies geschieht einfach durch

$$\mathcal{L}(\Delta m_s, \Delta \Gamma_s) = \prod_{k=1}^2 \prod_{i=1}^{N_{ev}} \text{pdf}_k(t_i, \mu_i), \quad (7.10)$$

wobei $k = 1$ das Signal $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ und $k = 2$ das Signal $B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$ ist. Die pdf wird identisch in beiden Signalen gebildet. Als Eingabewerte benötigt das Programm die Anzahl der Ereignisse N_{sig}^k für beide Signalkanäle bei einer bestimmten integrierten Luminosität (z.Bsp. 10 fb^{-1}), sowie die Anzahl der Ereignisse aus den B_d^0 Hintergrundkanälen. Da in den produzierten 50000 Ereignissen nur der Signalkanal $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ generiert wurde, wurde für den kombinatorischen Hintergrund das konservative Verhältnis

	Kanal		
	$B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$	$B_d^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$	B_d^0 / B_s^0
TDR(sim.)	23893	9989	0.4181
TDR(erwartet)		1818	
simuliert	49998	20904	0.17612
TDR rek.	2088	369	
(2σ)			
rek.	5909	1041	
(2σ)			
	$N_{exp}(B_d^0 \rightarrow D_s^- \pi^+) = \frac{1818}{20904} \cdot \mu_{eff} \cdot Lvl2_{eff} \cdot 1041 = 47$		

Tabelle 7.1: Anzahl der zu erwartenden Hintergrundereignisse $B_d^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$, errechnet aus den Verhältnissen von TDR Daten.

	Kanal		
	$B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$	$B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$	$D_s a_1 / D_s \pi$
TDR(sim.)	23893	18784	0.7862
TDR(erwartet)		23571	
simuliert	49998	39308	0.7241
TDR rek.	2088	1512	
(2σ)			
rek.	5909	4279	
(2σ)			
	$N_{exp}(B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+) = \frac{23571}{39308} \cdot \mu_{eff} \cdot Lvl2_{eff} \cdot 4279 = 1326$		

Tabelle 7.2: Anzahl der zu erwartenden Signaldereignisse $B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$, errechnet aus den Verhältnissen von TDR Daten.

von $N_{sig}^k / N_{cb}^k = 1$ [23] angenommen. Die Zahlen für die B_d^0 Hintergrundkanäle und den $B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$ Signalkanal werden aus TDR [10] Daten extrapoliert, da man annehmen kann, dass die Zerfallsverhältnisse gleich geblieben sind. Die *wrong-tag fraction* wurde dabei für beide Kanäle als gleich angenommen.

Dieses *toy Monte Carlo* erzeugt ein Datensample mit $N_{sig} = N_{sig}^1 + N_{sig}^2$ Signalereignissen welche mit einer gewählten Frequenz oszillieren. Für diese Arbeit wurde $\Delta m_s = 100 \text{ ps}^{-1}$ gesetzt, da wir an der Sensitivität der Messung von Δm_s interessiert sind. Unter Sensitivität versteht man bis zu welchen Werten man Δm_s mit 95% CL ausschliessen kann, unter der Annahme, dass Δm_s unmessbar groß (deshalb $\Delta m_s = 100 \text{ ps}^{-1}$) ist. Zusätzlich werden der entsprechende B_d^0 Hintergrund $N_{B_d} = N_{B_d}^1 + N_{B_d}^2$, welcher mit bekannter Frequenz Δm_d oszilliert, sowie der kombinatorische Hintergrund $N_{cb} = N_{cb}^1 + N_{cb}^2$ erzeugt.

Für jedes Ereignis mit einem oszillierendem B -Meson wird die wahre *proper time* entsprechend einer exponentiellen Verteilung mit einem Abfall, welcher ein nichtver-

	Kanal		
	$B_s^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$	$B_d^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$	B_d^0 / B_s^0
TDR(sim.)	18784	9699	0.5163
TDR(erwartet)		42804	
simuliert	39308	20295	0.1257
TDR rek.	1512	190	
(2σ)			
rek.	4279	538	
(2σ)			
	$N_{exp}(B_d^0 \rightarrow D_s^- a_1^+) = \frac{42804}{20295} \cdot \mu_{eff} \cdot Lvl2_{eff} \cdot 538 = 586$		

Tabelle 7.3: Anzahl der zu erwartenden Hintergrundereignisse $B_d^0 \rightarrow D_s^- a_1^+$, errechnet aus den Verhältnissen von TDR Daten.

schwindendes $\Delta\Gamma$ erlaubt, erzeugt. Dabei wird $\Delta\Gamma$ im Falle von B_d^0 Mesonen gleich Null gesetzt, und im Falle von B_s^0 Mesonen kann das Verhältnis von $\Delta\Gamma/\Gamma$ über die Eingabedatei frei gewählt werden. Die Messunsicherheit des Zerfallsradius $\sigma_{d_{xy}}$ (Abb. 6.9) und der wahre Wert des g -Faktors, g_0 (Abb. 6.13), werden entsprechend den Ergebnissen aus der Analyse erzeugt. Aus der errechneten wahren Zerfallslänge, $d_{xy}^0 = t_0/g_0$ wird die dazugehörige rekonstruierte Zerfallslänge aus $d_{xy} = d_{xy}^0 + S_{d_{xy}} \sigma_{d_{xy}} \Omega$ erzeugt. Der rekonstruierte g -Faktor wird aus $g = g_0 + g_0 S_g \Omega'$ generiert, wobei Ω und Ω' normalverteilte Zufallszahlen sind. Aus dem g -Faktor und der Zerfallslänge wird wiederum die rekonstruierte *proper time* aus $t = g d_{xy}$ berechnet. Die Wahrscheinlichkeit, ob es in einem Ereignis zu Oszillation gekommen ist oder nicht wird mittels t_0 und $\Delta m_{s,d}$ aus $(1 - \cos(\Delta m_j t_0) / \cosh(\Delta\Gamma_j t_0/2)) / 2$ berechnet, was (7.3) nach Abzug des exponentiellen Teiles entspricht. Für einen bestimmten Anteil der Ereignisse wird noch zusätzlich gemäß der *wrong tag fraction* zwischen oszillierenden und nicht oszillierenden Ereignissen ausgetauscht, d.h zufällige Ereignisse bei denen ein oszillierter Zustand gewürfelt wurde, werden zu den Ereignissen ohne Oszillation gezählt, und umgekehrt. Der kombinatorische Hintergrund wird jeweils zur Hälfte zu den oszillierenden und nicht oszillierenden Ereignissen dazugezählt.

7.2 Die Amplitudenfit-Methode

Nachdem wir nun ein Datensample generiert haben, welches realen Daten mit oszillierenden B -Mesonen entspricht, sind wir daran interessiert, bis zu welcher Frequenz man mit Hilfe des Atlas Detektors B_s^0 -Oszillationen nachweisen kann. Dazu bedient man sich der Amplitudenfit-Methode, welche eine Maximum-Likelihoodmethode ist. Dabei wird zusätzlich eine Amplitude $\mathcal{A}$ in die Likelihoodfunktion (7.10) eingeführt, indem man den Term $\mu_0 \cos(\Delta m_s t_0)$ durch $\mu_0 \mathcal{A} \cos(\Delta m_s t_0)$ in der Wahrscheinlichkeitsdichte (7.3) ersetzt. Für jeden Wert von Δm_s wird diese neue Likelihoodfunktion nun bezüglich $\mathcal{A}$ minimiert, wobei alle anderen Parameter fest bleiben. Dadurch erhält man für jeden Wert von Δm_s einen Wert für die Amplitude mit ihrem statistischem Fehler $\mathcal{A} \pm \sigma_{\mathcal{A}}^{stat}$.

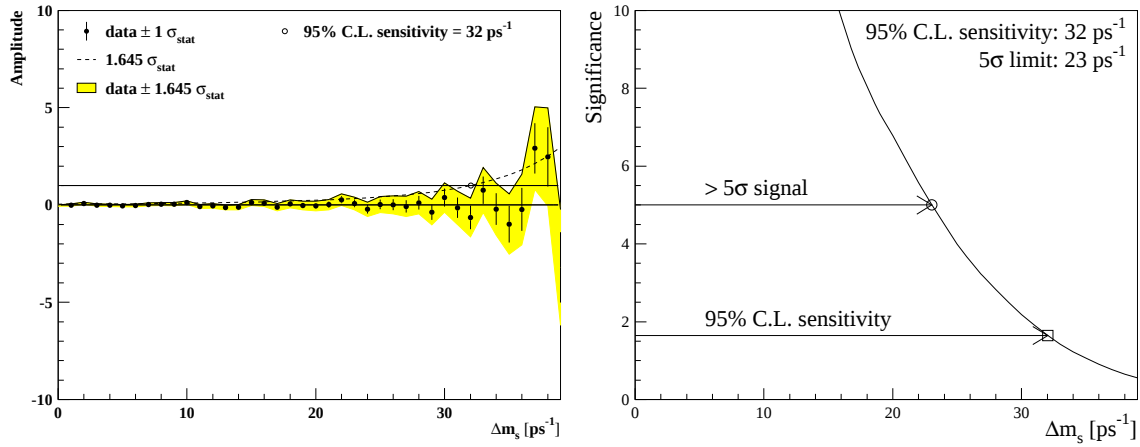


Abbildung 7.1: Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s bei einer integrierten Luminosität von 30 fb^{-1} .

Eine genauere Herleitung und Beschreibung dieser Methode ist in [36] zu finden. Da in der ursprünglichen Likelihoodfunktion $\mathcal{A}$ nicht vorkommt, erwartet man für die gefittete Amplitude, innerhalb des Fehlers, einen Wert von $\mathcal{A} = 1$ nahe dem wahren Wert von Δm_s und $\mathcal{A} = 0$ für Werte von Δm_s weit weg vom wahren Wert.

Hat man den Wert der Amplitude $\mathcal{A}$ als Funktion von Δm_s , jeweils mit einem statistischem Fehler $\pm \sigma_A$, so ist das 5σ Limit für Δm_s als der Wert definiert, für den $1/\sigma_A = 5$ gilt. Eine Sensitivität von 95% *confidence level* (95% CL) ist als derjenige numerische Wert von Δm_s definiert, für den $1/\sigma_A = 1.645$ gilt. Dies bedeutet nun, dass man mit den Statistiken und Fiterergebnissen aus der Analyse, welche abhängig von der Detektor Performance sind, Aussagen über das Entdeckungspotential ² und die Sensitivität der Δm_s Messung mit dem Atlas Detektor machen kann. Erwähnen muss man dabei aber, dass in dieser Arbeit nur statistische und keine systematischen Fehler berücksichtigt wurden. Eine Behandlung des systematischen Fehlers ist in [23] zu finden. Mit obigen Definitionen lässt sich die Signifikanz einer Messung als eine Funktion von Δm_s darstellen:

$$S(\Delta m_s) = \frac{1}{\sigma_A} . \quad (7.11)$$

Da der LHC in den ersten drei Jahre mit niedriger Luminosität betrieben wird, wird das 5σ Limit und die Sensitivität des Atlas Detektors für eine integrierte Luminosität von 30 fb^{-1} für diesen Zeitraum abgeschätzt. Als Ergebnis erhält man 23 ps^{-1} für das 5σ Limit und 32 ps^{-1} für die Sensitivität. Der Amplitudenfit wurde jedoch für verschiedene Werte der integrierten Luminosität durchgeführt.

²man benötigt einen 5σ Nachweis, damit eine Beobachtung als Entdeckung gilt.

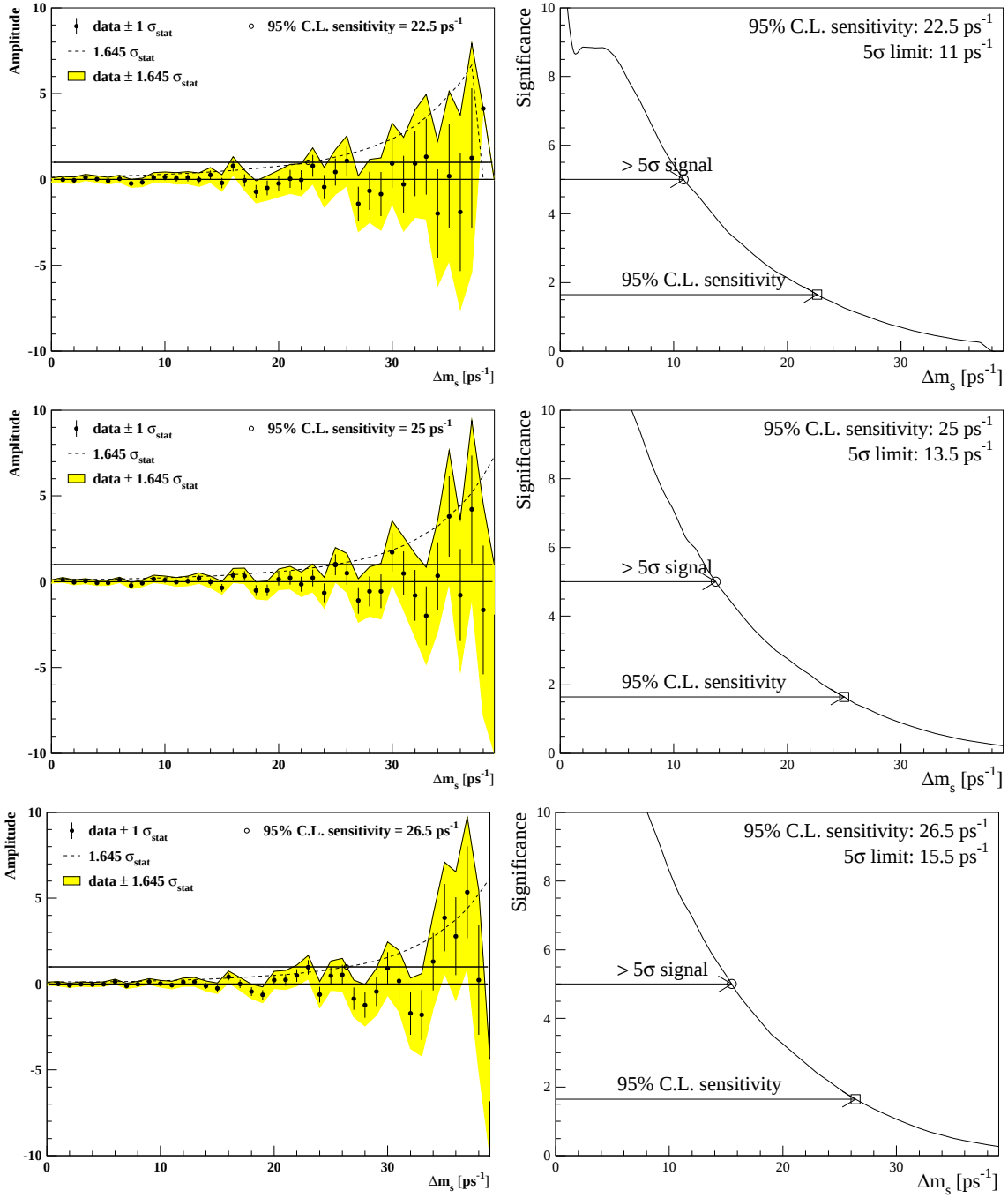


Abbildung 7.2: Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s bei einer integrierten Luminosität von 3 fb⁻¹, 5 fb⁻¹ und 7 fb⁻¹, von oben nach unten.

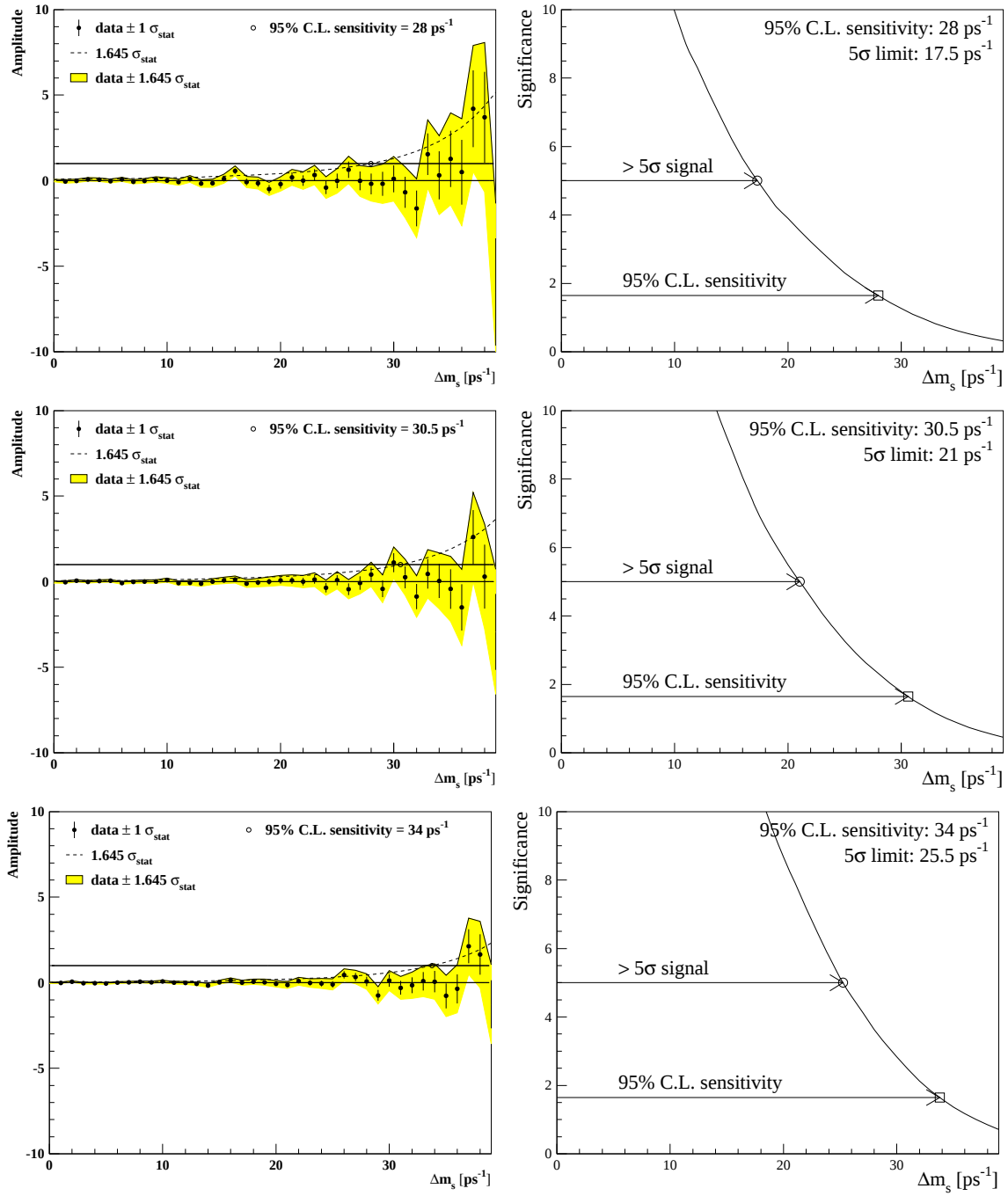


Abbildung 7.3: Die B_s^0 Oszillationsamplitude und Signifikanz als Funktion von Δm_s bei einer integrierten Luminosität von 10 fb⁻¹, 20 fb⁻¹ und 50 fb⁻¹, von oben nach unten.

Luminosität (fb ⁻¹)	5 σ Limit (ps ⁻¹)	95% CL Sensitivität (ps ⁻¹)
3	11.0	22.5
5	13.5	25.0
7	15.5	26.5
10	17.5	28.0
20	21.0	30.5
30	23.0	32.0
50	25.5	34.0

Tabelle 7.4: Die Abhängigkeit der Δm_s Messung in Abhängigkeit von der integrierten Luminosität.

7.2.1 Die Abhängigkeit der Messung von Δm_s von der integrierten Luminosität

Die Ergebnisse für das 5 σ Limit und die Sensitivität kann man auch als Funktion der integrierten Luminosität darstellen. Die Werte für verschiedene Luminositäten sind in Tabelle 7.4 zusammengefasst und in Abbildung 7.3 dargestellt.

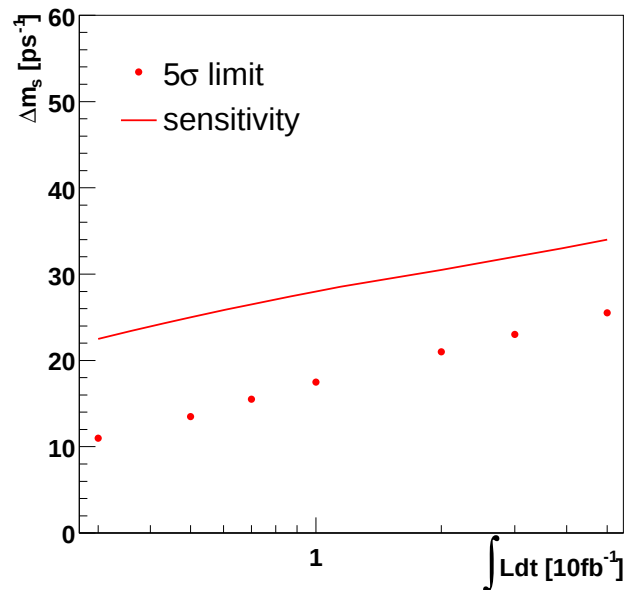


Abbildung 7.4: Die Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität.

Da die Messung von Δm_s nicht nur von der integrierten Luminosität abhängt, sondern auch von anderen Parametern, insbesondere der *proper time*, kommt die Frage auf, welchen Einfluß diese auf die Messung hat. Nach [30] kann man die Abhängigkeit von

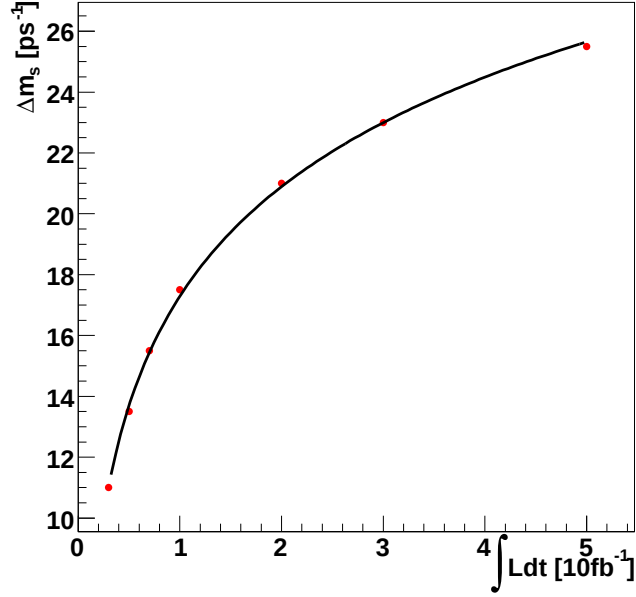


Abbildung 7.5: Die Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität, parametrisiert mit (7.12).

der integrierten Luminosität und der *proper time* Auflösung wie folgt parametrisieren:

$$\Delta m_s^{max} \simeq \frac{a}{\sigma_t} \left[1 + b \cdot \ln \left(\int L dt \right) \right] \quad (7.12)$$

Wird die Kurve in Abbildung 7.3 mit dieser Parametrisierung und mit einer *proper time* Auflösung von $\sigma = 0.11$ ps gefittet, erhält man für die Parameter $a = 1.9$ und $b = 0.3$. Daraus lassen sich nun Abschätzungen, mit verschiedenen Werten der *proper time* Auflösung, für das 5σ Limit machen. Die Abschätzungen bei einer integrierten Luminosität von 5, 10, 20 und 30 fb^{-1} sind in Tabelle 7.5 aufgelistet.

σ_t (ps)	5 σ Limit (ps^{-1})			
	5 fb^{-1}	10 fb^{-1}	20 fb^{-1}	30 fb^{-1}
0.05	30.1	38.0	46.0	50.6
0.07	21.5	27.2	32.8	36.1
0.10	15.1	19.0	23.0	25.3
0.12	12.6	15.9	19.2	21.1
0.15	10.0	12.7	15.3	16.9

Tabelle 7.5: Abhängigkeit der Δm_s Messung von der *proper time* Auflösung für verschiedene integrierte Luminositäten.

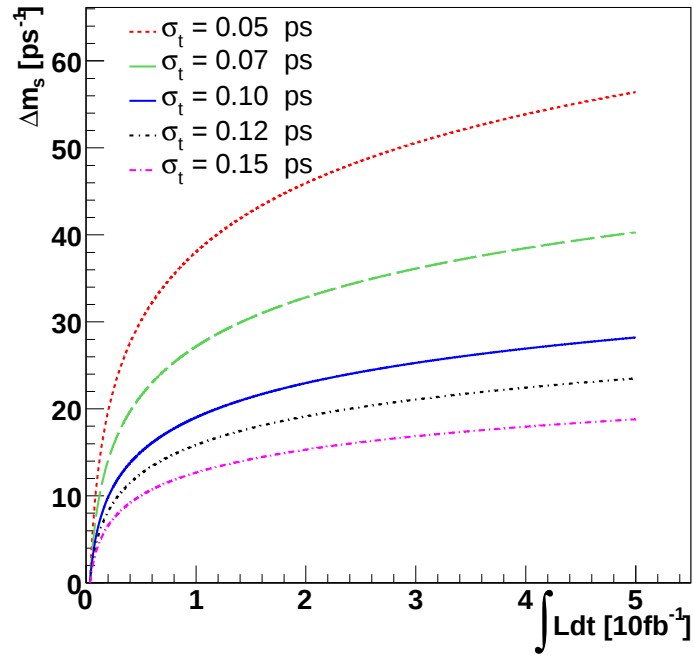


Abbildung 7.6: Abhängigkeit der Δm_s Messung von der integrierten Luminosität, für verschiedene *proper time* Auflösungen.

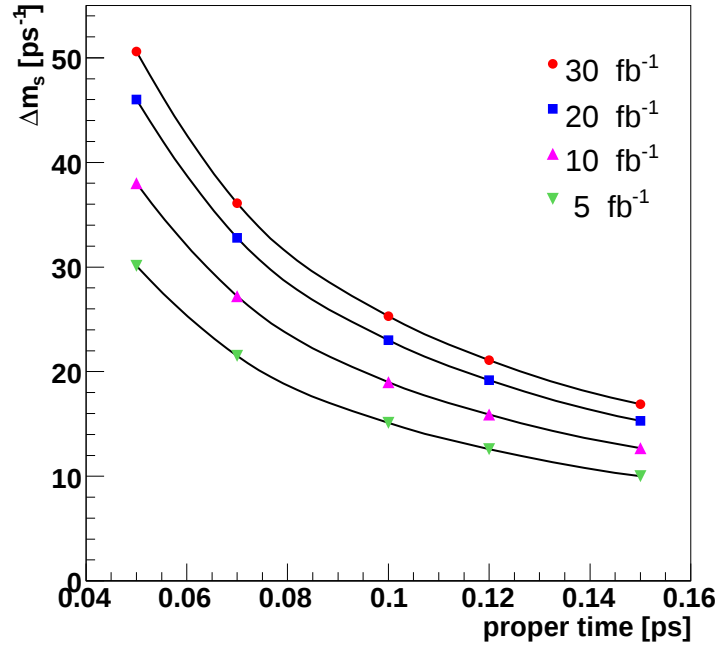


Abbildung 7.7: Abhängigkeit der Δm_s Messung von der *proper time* Auflösung, für verschiedene integrierte Luminositäten.

$\Delta\Gamma/\Gamma$ (%)	5 σ Limit (ps ⁻¹)	95% CL sensitivität (ps ⁻¹)
0	23.0	32.0
10	23.0	32.0
20	23.0	32.0
30	22.5	32.0
40	22.5	31.5
60	22.0	31.0
80	21.0	30.5
100	19.5	29.5

Tabelle 7.6: Die Abhängigkeit der Δm_s Messung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$.

7.2.2 Die Abhängigkeit der Messung von Δm_s vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$

Wie schon erwähnt hat man beim *toy Monte Carlo* die Möglichkeit für den $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Zerfall das Verhältnis von $\Delta\Gamma/\Gamma$ frei zu wählen. Daher wurde die Abhängigkeit der Messung von Δm_s von verschiedenen Werten des Verhältnisses von $\Delta\Gamma/\Gamma$ untersucht. Alle Werte wurden für eine integrierte Luminosität von 30 fb⁻¹ bestimmt.

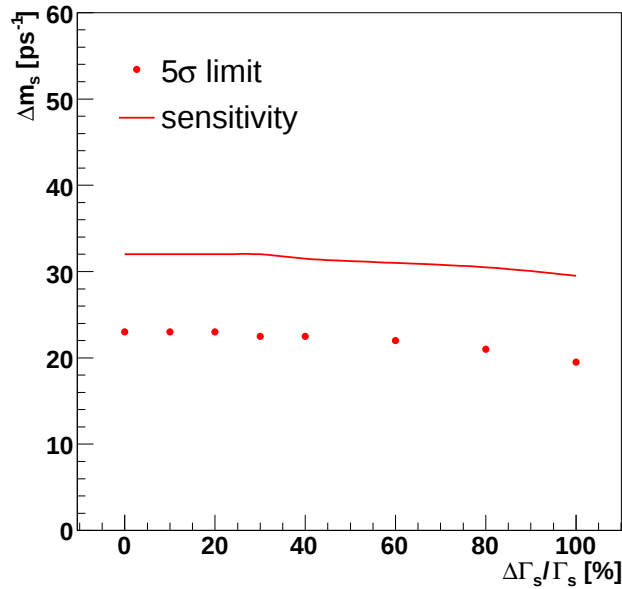


Abbildung 7.8: Die Abhängigkeit der Δm_s Messung in Abhängigkeit vom Verhältnis $\Delta\Gamma/\Gamma$.

Aus den Werten von Tabelle 7.6 und Abbildung 7.7 ist ersichtlich, dass das Verhältnis von $\Delta\Gamma/\Gamma$ keinen großen Einfluss auf die Sensitivität und das 5 σ Limit hat. Ein Effekt

wird erst ab $\Delta\Gamma/\Gamma \gtrsim 40\%$ bemerkbar. Da die theoretischen Vorhersagen einen Wert von $\Delta\Gamma/\Gamma \sim 10 - 20\%$ liefern [6] kann man diesen Einfluss auf die Messung von Δm_s vernachlässigen.

Kapitel 8

Diskussion

In dieser Arbeit wurde ein Monte Carlo generiertes Datensample von 50000 $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ Ereignissen mit Hilfe des LCG-Grids simuliert und rekonstruiert. Dabei zeigte sich die enorme Kapazität, welche diese neue Art von vernetztem Rechnen liefert. Da eine volle Detektorsimulation ungefähr 15-20 Minuten CPU-Zeit pro Ereignis benötigt, bedeutet dies für 50000 Ereignisse 500 Tage auf einem Rechner. Für Anwendungen der B-Physik ist es jedoch ausreichend nur den Inneren Detektor zu simulieren, was alleine schon eine Zeitersparnis von ungefähr 10 Minuten bedeutet. Mit Hilfe des Grids kann man die Simulation nun auf beliebig viele Jobs aufteilen, man kann also z.Bsp. das Sample auf 100 Jobs aufteilen und benötigt dieselbe Zeit wie wenn man in diesem Fall nur 500 Ereignisse verarbeitet hätte. Man muß natürlich eine Abwägung machen, wieviel Zeit man für eine bestimmte Anzahl von Jobs benötigt, und wieviel Aufwand es bedeutet, diese Anzahl von Jobs zu verwalten. Ein weiterer Vorteil des Grids liegt darin, dass von diesem selbst Speicherplatz zur Verfügung gestellt wird. Dies bedeutet, dass man die ganze Monte Carlo Produktionskette durchziehen kann, ohne dazwischen die Daten lokal zwischenspeichern und dann für den nächsten Schritt wieder an das Grid zu senden. Falls man es wünscht, besteht natürlich die Möglichkeit die Daten nach jedem Produktionsschritt lokal zu speichern. In dieser Arbeit wurde das Light Job Submission Framework verwendet, welches zwar seine Zwecke erfüllt, aber nicht ausreichend flexibel für ein breites Anwendungsspektrum und etwas schwerfällig in der Erstellung und Verwaltung der Jobs ist. Aus diesem Grund wird die Entwicklung neuer Submission Frameworks rasch vorangetrieben. So stehen zur Zeit schon weit verbesserte Frameworks zur Verfügung, als dies zu Beginn dieser Arbeit der Fall war.

In weiterer Folge wurden die simulierten Daten mit Hilfe des im Athena Framework integrierten Analysealgorithmus `BsDsPi.cxx` analysiert. Es wurden dabei diejenigen Größen rekonstruiert, welche für die Bestimmung der Messgrenzen und der Sensitivität des Atlas Detektors für die Messung von Δm_s benötigt werden. Zur Auffindung des gewünschten Zerfallskanales $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ wurde dabei das CMVFT Tool verwendet. Dies ist ein Sekundärvertexfitter der von der CDF-Kollaboration entwickelt und bereits im Experiment verwendet wurde. Zusätzlich zu den bereits bestehenden Algorithmen versucht man jedoch ständig verbesserte Methoden und Algorithmen zu finden. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit eine neue Methode in den Analysealgorithmus implementiert,

nämlich die VKalVrt Methode. Dieses Tool wurde zwar im Athena Paket /PhysicsAnalysis/BPhys/BPhysAnalysisTools zur Verfügung gestellt, aber diese Arbeit stellt die erste Studie der VKalVrt Methode im PhysicsAnalysis Paket dar. Nach der Implementierung wurde die volle Analyse der 50000 Ereignisse mit dem Athena Release 12.0.3 durchgeführt und mit den Ergebnissen der CTMVFT Methode verglichen. Dabei zeigte sich, dass die VKalVrt Methode im Vergleich eine etwas bessere Effizienz liefert. Die Verteilungen, welche im Amplitudenfit für die Bestimmung von Δm_s benötigt werden, zeigen vergleichbare Auflösungen. Über ein *tuning* des Abschneideparameters der Fitwahrscheinlichkeit lässt sich möglicherweise die Auflösung in der *proper time* noch etwas verbessern, da die proper time Auflösung stärker in die Bestimmung von Δm_s eingeht als die Anzahl der rekonstruierten Ereignisse. Diese Studie hat also gezeigt, dass die VKalVrt Methode mindestens gleichwertig zur CTMVFT Methode ist. Dies ist vor allem deshalb wichtig, da es mit der CTMVFT Methode nicht möglich ist, eine Beschreibung des magnetischen Feldes von Atlas zu implementieren. Die VKalVrt Methode im Gegensatz beinhaltet diese Möglichkeit, weshalb es wichtig ist, die Performance beider Methoden zu Vergleichen, um zu Wissen, ob man ohne Leistungsverzicht auf die VKalVrt Methode wechseln könnte.

Zum Schluß dieser Arbeit wurde eine Abschätzung der Sensitivität und des 5σ Messlimits des Atlas Detektors für die Bestimmung von Δm_s gemacht. Dabei wurde ein sogenanntes *toy Monte Carlo* Programm verwendet, welches mit Hilfe der Amplitudenfitmethode die geforderten Abschätzungen berechnet. Dabei dienen die Werte der Parametrisierungen aus der Analyse als Input. Mit Hilfe dieser wird dann über ein vereinfachtes Monte Carlo Modell ein oszillierendes Sample generiert und darauf anschließend der Amplitudenfit ausgeführt. Darüber hinaus wurde die Abhängigkeit des Messlimits von experimentellen Parametern untersucht. Die Abhängigkeit von der integrierten Luminosität wurde dabei parametrisiert, um mit dessen Hilfe die Abhängigkeit von der *proper time* abzuschätzen. Als Resultat ergibt sich eine Sensitivität (95% C.L.) von 32 ps^{-1} und ein 5σ Limit von 23 ps^{-1} bei einer integrierten Luminosität von 30 fb^{-1} , wobei anzumerken ist, dass in dieser Arbeit nur statistische Fehler berücksichtigt wurden. Vergleicht man dies mit den Ergebnissen der CDF-Kollaboration, denen es nun erstmals gelungen ist $\Delta m_s = 17.77 \pm 0.10(\text{stat}) \pm 0.07(\text{sys})$ [38] mit einer 5σ Signifikanz zu bestimmen, so sieht man, dass es mit dem Atlas Detektor möglich ist, dieses Ergebnis zu bestätigen. Wobei man natürlich sagen muss, dass dies keine sicheren Ergebnisse sind mit denen man hundert prozentig rechnen kann, denn bis zum Start des LHC wird sich noch viel entwickeln, so wird es Änderungen im Detektor Layout geben, Änderungen in den diversen Algorithmen, usw.. So war dies nicht die erste und wahrscheinlich auch nicht die letzte Studie über Messlimits der Δm_s Messung mit dem Atlas Detektor.

Mit den Messergebnissen der CDF-Kollaboration war es nun auch möglich, aus dem Verhältnis $\Delta m_d / \Delta m_s$ die Länge der Seite R_t (siehe Kapitel 2) des Unitaritätsdreiecks, mit größeren Einschränkungen neu zu bestimmen. In Abbildung 8.1 und Abbildung 8.2 sind die Ergebnisse der globalen CKM-Fits aus den Jahren 2005 und 2006 gezeigt. Diese wurden von der CKMfitter Group [37] erstellt. In braun-orange erkennt man dabei den Fehlerstreifen aus den Δm_d und Δm_s Messungen, der sich durch die Messung von CDF von 2005 auf 2006 drastisch verringert hat.

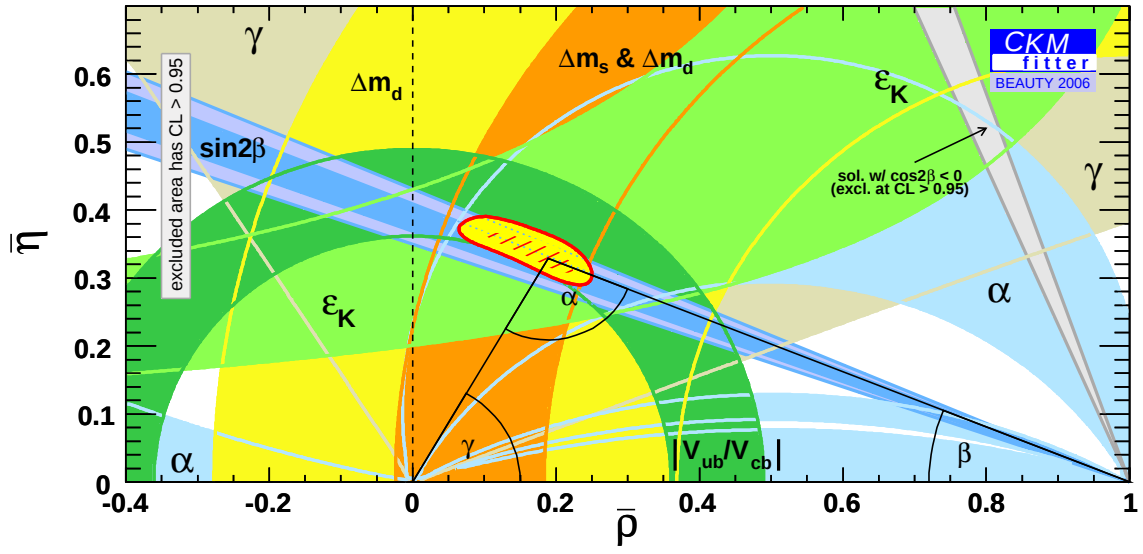


Abbildung 8.1: Globaler CKM-Fit aus dem Jahre 2006.

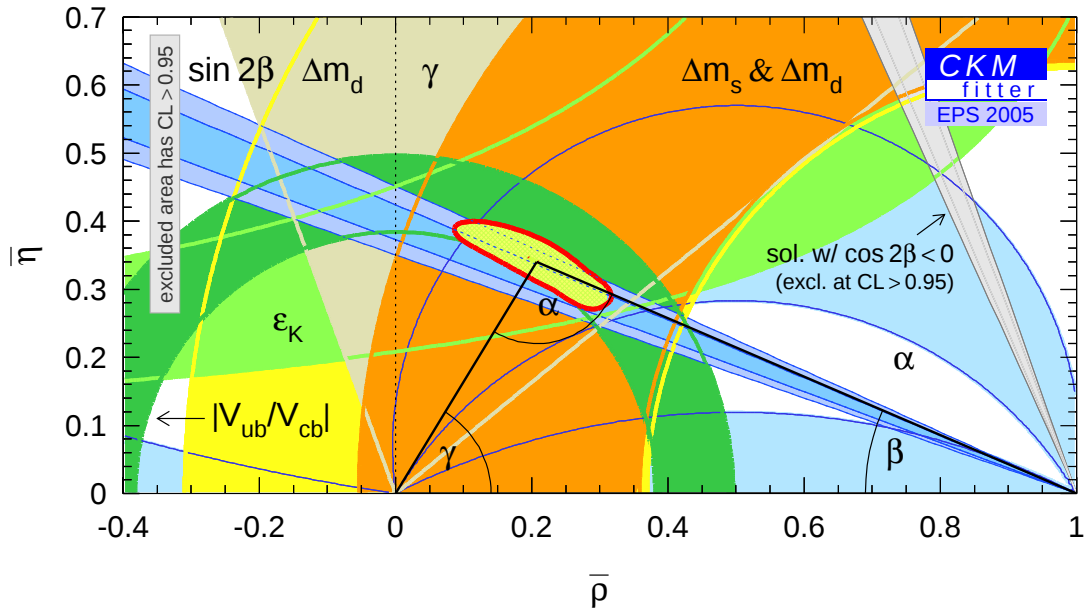


Abbildung 8.2: Globaler CKM-Fit aus dem Jahre 2005.

Anhang A

Das Light Job Submission Framework

Das Light Job Submission Framework (LJSF) ist ein einfaches und schnelles Framework, welches speziell konzipiert wurde, um Athena Jobs am Grid laufen zu lassen. Gerechnet wird hierbei auf dem LCG [20], dem LHC Computing Grid. Generell benötigt man drei Dateien um einen Job laufen zu lassen: ein Transform File, ein Wrapper File und ein Jdl File.

In dem Jdl File wird im wesentlichen der Job definiert, darin stehen Informationen über Dateien und scripts die benötigt werden, welches Wrapper File benötigt wird, welches Transformation File benötigt wird und auch grid spezifische Dinge wie z.Bsp. VO Mitgliedschaft, Host, Datei Katalog usw. Ausserdem werden hier alle Informationen übergeben, welche für den Athena Job selbst benötigt werden wie Release Nummer, Input Datei, Output Datei, Anzahl der Ereignisse, eventuell Zufallszahlen oder JobOption Files. Prinzipiell kann man so ein Jdl File auch händisch generieren ohne dass man ein spezielles Framework dazu benötigt, aber um eine große Anzahl von Jobs zu erstellen und diese zu verwalten und dabei die gesamte Produktionskette zu durchlaufen erleichtert einem ein solches Framework erheblich die Arbeit. Zur Erzeugung dieser Jdl's beinhaltet das LJSF ein script, *jdlgen*, wobei hier als Beispiel die Generation von Jdl's für Simulation und Digitalisierung angeführt wird:

```
jdlgen -r 11.0.41 -d 17600 -D testfile --in-step evgen --out-step digit
--inlc /users/duer/evgen/ --outlc /users/duer/digit/ -p test -t 11-00-41-04
-e 100 --in-part 1:1 --out-part 1:10 -s castorgrid.cern.ch
```

-r 11.0.41 ist das Athena Release, -d 17600 ist die Dataset Nummer (in der offiziellen Produktion haben verschiedene Zerfallskanäle verschiedene Nummern zur übersichtlicheren Verwaltung der Daten, der Kanal $B_s^0 \rightarrow D_s^- \pi^+$ hat die Nummer 17600), -D testfile beschreibt den Prozess oder Zerfallskanal (für die offizielle Produktion müsste hier Bs.Ds_phi_KK_pi stehen, da es sich aber um eine private Produktion handelt, spielt diese Bezeichnung keine Rolle, aber sie muss in der gesamten Produktionskette gleich sein), -in-step evgen ist der Datentyp der Inputfiles (es gibt evgen, digit, simul und recon), -out-step digit ist der Datentyp der Outputfiles, -inlc /users/duer/evgen/ und -outlc /users/duer/digit/ sind die Orte (logical filename und nicht physikalischer Ort) der Input- bzw. Outputfiles (hier wurde der Logical File Catalogue LFC verwendet), -p

test ist der Projektname (wie bei -D testfile müsste hier im Falle einer offiziellen Produktion bphys für die B-Physik Arbeitsgruppe stehen), -t 11-00-41-04 ist die Release Nummer des Transformpaketes, -e 100 ist die Anzahl der Ereignisse pro Job, -in-part 1:1 -out-part 1:10 bedeutet das es ein Inputfile und 10 Outputfiles gibt, also hier z.Bsp. dass 1000 Ereignisse in 10 Jobs zu jeweils 100 Ereignissen aufgeteilt werden, und -s castorgrid.cern.ch ist schliesslich das Storage Element auf welchem die Daten gespeichert werden sollen. Als Ergebnis erhält man also 10 Jdl's welche automatisch im jdl Verzeichnis erstellt werden. Da für die verschiedenen Produktionsschritte nicht alle Jdl's gleich aussehen, bedient sich dieses Script an Templates, wobei es für jeden Produktionsschritt ein solches gibt. Ändert man wie im obigen Beispiel die Bezeichnungen für Projekt oder Prozess, so muss man dieses auch bei den Templates tun. In unserem Fall erhält man also als Beispiel nun folgendes Jdl:

```
[
  Executable = "gbb";
  InputSandbox = {"afs/cern.ch/user/h/hduer/grid/LJSF/scripts/gbb",
"/afs/cern.ch/user/h/hduer/grid/LJSF/scripts/wrapper-digit.sh",
"/afs/cern.ch/user/h/hduer/grid/LJSF/scripts/setup-release.sh",
"/afs/cern.ch/user/h/hduer/grid/LJSF/scripts/dq.tar.gz",
"/afs/cern.ch/user/h/hduer/grid/LJSF/trf/JobTransforms-11-00-41-04.tar.gz"};
  OutputSandbox = {"stdout","stderr"};
  stdoutoutput = "stdout";
  stderrerror = "stdout";
  Arguments = "--timing -v -m 300 -p -D 600
-s grid-cert-03.roma1.infn.it -c 10 $PWD/wrapper-digit.sh 11.0.41 11-00-41-04
castorgrid.cern.ch /users/duer/evgen/ /users/duer/digit/
test.017600.digit.testfile._00001.job.log test.017600.evgen.testfile._00001.
pool.root
test.017600.simul.testfile._00001.pool.root test.017600.digit.testfile._00001.
pool.root
100 1 12993201";
  Environment = {"T_LCG_GFAL_INFOSYS=atlas-bdii.cern.ch:2170",
"LCG_CATALOG_TYPE=lfc","LFC_HOST=lfc-atlas-test.cern.ch"};
  VirtualOrganisation = "atlas";
  Requirements = ( ( ( Member("VO-atlas-release-11.0.41",
other.GlueHostApplicationSoftwareRunTimeEnvironment) ) &&
( other.GlueCEPolicyMaxCPUTime >=( Member("LCG-2_1_0",
other.GlueHostApplicationSoftwareRunTimeEnvironment) ?
( 45000000 / 60 ) : 45000000 ) / other.GlueHostBenchmarkSI00 ) ) &&
( other.GlueHostNetworkAdapterOutboundIP == TRUE ) ) &&
( other.GlueHostMainMemoryRAMSize >= 800 );
  Rank = ( -other.GlueCEStateEstimatedResponseTime );
]
```

Das Wrapper File setzt alle nötigen Pfade, setzt die Runtime Enviroment für Athena, liest die Variablen wie Input Files, Outputfiles, Anzahl der Ereignisse usw. ein und übergibt diese dem Transform File. Im Transform File stehen im wesentlichen die Job Options und hier wird der Athena Job ausgeführt. Das Transform File steht im

trf/JobTransforms/JobTransforms-11-00-41-04/share Verzeichnis, wobei dieses als JobTransforms-11-00-41-04.tar.gz gepackt wird. Das JobTransforms-11-00-41-04 Verzeichnis enthält noch andere Verzeichnisse in denen zusätzlich JobOptions stehen oder man selbst welche hinzufügen kann, oder es stehen patches zur Verfügung, mit welchen man veränderten Programmcode kompilieren kann. Die verpackte Datei wird dann quasi ins Grid geschickt, dort vom wrapper entpackt und von diesem aufgerufen. Ist der Athena Job fertig, übernimmt das Wrapper File die Output Files und speichert diese ab.

Die Jobs werden nun einfach mit dem Befehl *submit jdl/** submitted und der Database übergeben. Diese verfolgt den Verlauf der Jobs und registriert die Outputfiles. Mit dem Befehl *status jobs/** kann man selbst den Verlauf seiner Jobs verfolgen. Ist ein Job abgeschlossen bekommt man mit vorigem Befehl die Information ob dieser erfolgreich war oder nicht, und mit *get-output jobs/** holt man sich das Logfile des Jobs in das Output Verzeichnis. Dieser Befehl löscht zusätzlich den Job aus dem jobs Verzeichnis, denn wurde ein Jdl einmal submitted, so kann man es nicht mehr wieder submitten, solange dieses im jobs Verzeichnis steht. Falls ein Job also nicht erfolgreich war, muss man ihn trotzdem mit diesem Befehl holen, um den nächsten Versuch starten zu können. Falls dies jedoch einmal nicht funktioniert, was vorkommen kann, so hat man mit *ljsinfo.py -remove-lock -jdlname=your-jdl-name* die möglichkeit ein Jdl zu entsperren. Es gibt noch einige weitere Optionen, wie z.Bsp. Reihung der Ressourcen oder Erzwingen eines Jobs an einem bestimmten Ort zu laufen. Dazu findet man Informationen auf [21].

Literaturverzeichnis

- [1] Nachtmann O.: Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik, *Vieweg*, Braunschweig 1986.
- [2] Ho-Kim,Pham: Elementary Particles and Their Interactions, *Springer*,Berlin Heidelberg 1998.
- [3] Kugo T.: Eichtheorie, *Springer Verlag*, Heidelberg 1997.
- [4] Schwabl F.: Quantenmechanik für Fortgeschrittene, *Springer*, Berlin Heidelberg 2004
- [5] Hagiwara *et al.* - Particle Data Group: Review of Particle Physics, *Phys. Rev.* **D66** (2002).
- [6] Schneider O.: $B_s^0-\bar{B}_s^0$ Mixing, *hep-ex/0606040* to appear in the 2006 edition of the *Review of Particle Physics*", *W.-M.Yao et al. (Particle Data Group), J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **33**, 1 (2006).
- [7] Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P.: Pythia 6.4: Physics and Manual, *hep-ph/0603175*, *LU TP 06-13*, *FERMILAB-PUB-06-052-CD-T* (2006).
- [8] ATLAS Collaboration, Trigger Performance: Status Report, *CERN/LHCC 98-15* (1998).
- [9] ATLAS Collaboration, High-Level Trigger Data Acquisition and Controls Technical Design Report, *CERN/LHCC/2003-022*.
- [10] ATLAS Collaboration, ATLAS Detector and Physics Performance Technical Design Report, *Atlas TDR 14*, *CERN/LHCC 99-14* (1999)
- [11] Wildauer A.: Primary Vertex Finding, b-Tagging and Analysis of the Channel ttH, $H\rightarrow b\bar{b}$ in the Atlas Experiment, *Dissertation, Universität Innsbruck* (2006).
- [12] ATLAS Collaboration, Calorimeter Performance Technical Design Report, *CERN/LHCC 96-40* (1997).
- [13] Kirk J., Baines J.: ATLAS B-physics Trigger Studies using EM and Jet RoIs, *ATL-DAQ-PUP-2006-004* (2006).

- [14] Baines J.: B-Physics Event Selection for the ATLAS High Level Trigger, *ATL-DAQ-2000-031* (2000).
- [15] ATLAS Collaboration, Computing Technical Design Report, *CERN/LHCC/2005-22* (2005).
- [16] Smizanska M.: PythiaB interface to Pythia6 dedicated to simulation of beauty events, *ATL-COM-PHYS-2003-038* (2003).
- [17] HepMC, <https://savannah.cern.ch/projects/hepmc/>.
- [18] POOL Project, lcgapp.cern.ch/project/persist/.
- [19] Root, <http://root.cern.ch/>.
- [20] LCG-Grid, <http://lcg.web.cern.ch/LCG/>.
- [21] LJSF, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/Atlas/LJSF>.
- [22] Geant4, <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>.
- [23] Epp B., Ghete V.M, Nairz A.: Prospects for the measurement of B_s^0 oscillations with the ATLAS detector at LHC, *SN-ATLAS-2002-015* (2002).
- [24] D. Rousseau et al.: Final Report of the ATLAS AOD/ESD Definition Task Force, *ATLAS-SOFT-2004-006*, 14 December 2004, Revision 4.
- [25] Benekos N.C., Clifft R., Elsing M., Poppleton A.: ATLAS Inner Detector Performance, *ATL-INDET-2004-002* (2004).
- [26] New Tracking, <https://uimon.cern.ch/twiki/bin/view/Atlas/NewTracking>.
- [27] Catmore J., Epp B., Recnizek P.: Writing B-physics analysis code in ATHENA, *ATL-COM-PHYS-2006-013* (2006).
- [28] John Marriner, Secondary Vertex Fit with (optional) Mass Constraints and (optional) Pointing Constraints (CTMVFT), *CDF Internal Note 1996* (1993).
- [29] Atlantis Event Display, <https://uimon.cern.ch/twiki/bin/view/Atlas/WorkBookAtlantis>.
- [30] Gadomski S., Erola P., Bannikov A.V.: ATLAS sensitivity range for the x_s measurement, *ATLAS Internal Note*, *PHYSICS-No-095* (1996).
- [31] Frühwirth R.: Application of Kalman Filtering to Track and Vertex Fitting, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A262* (1987) 444-450.
- [32] Billoir P., Qian S.: Fast vertex fitting with a local parametrization of tracks, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A311* (1992) 139-150.

- [33] Zhang Z.: Parameter Estimation Techniques: A Tutorial with Application to Conic Fitting, *Rapport de recherche n°2676 – Octobre 1995 – 47 pages*.
- [34] Kostiukhine V.: VKalVrt - package for vertex reconstruction in ATLAS, *ATL-PHYS-2003-031* (2003).
- [35] AthenaAware NTuple, <https://uimon.cern.ch/twiki/bin/view/Atlas/AthenaAwareNTuple>.
- [36] Moser H.G., Roussarie A.: Mathematical Methods for $B_s^0 \bar{B}_s^0$ Oscillation Analyses, *Nucl. Instr. Meth.* **A348** (1997) 491.
- [37] CKMfitter Group (J. Charles et al.), *Eur. Phys. J. C* **41**, 1-131 (2005), [*hep-ph/0406184*], updated results and plots available at: <http://ckmfitter.in2p3.fr>
- [38] CDF Collaboration: Observation of $B_s^0 - \bar{B}_s^0$ Oscillations, *hep-ex/0609040 v1* (2006)
- [39] B. Epp, E.Kneringer, H. Duer, P. Jussel: Performance of the $B_s^0 \rightarrow D_s^- (\phi \pi^-) \pi^+$ channel with the ATLAS detector and prospects for the measurement of B_s^0 oscillations using Rome MC simulation, *ATL-PHYS-PUB-2006-020* (2006)